

УДК 550.388 2

**О РАСПРОСТРАНЕНИИ СВИСТОВ ПОД МАЛЫМ УГЛОМ
К МАГНИТНОМУ ПОЛЮ В ГОРЯЧЕЙ АНИЗОТРОПНОЙ ПЛАЗМЕ***С. С. Сажин, О. А. Кобелева, Е. М. Сажина, С. П. Варшавский*

Получено общее выражение тензора диэлектрической проницаемости для волн, распространяющихся в плазме с электронной функцией распределения Дори — Геста — Хэрриса. Для этой модели определен показатель преломления свистов, распространяющихся под малым углом к магнитному полю. Применительно к магнитосферным условиям исследовано влияние конечной температуры и анизотропии плазмы на характер фокусировки энергии свистов в однородной плазме и условий захвата свистов в магнитосферных дактах.

На моде свистов в магнитосфере Земли распространяются возбуждаемые за счет молниевых разрядов свистящие атмосферерики и естественные ОНЧ излучения, роль которых в динамике радиационных поясов и в диагностике магнитосферных параметров неоднократно обсуждалась [1, 2]. Различные аспекты квазилинейного и нелинейного взаимодействия свистов с энергичными электронами в магнитосферных условиях рассматривались в работах [3-7] и многих других. В то же время существенно отметить, что во всех упомянутых работах для описания распространения свистов в магнитосфере Земли использовалась модель холодной плазмы, применимость которой для магнитосферных условий далеко не очевидна [8-10]. Использование более общей модели распространения свистов в горячей плазме и тем более модели, учитывающей реальную анизотропию магнитосферных электронов, делает невозможным аналитическое рассмотрение даже простейших задач, в свою очередь, затрудняет понимание их физической сути. С этой точки зрения нам представляется целесообразным построение приближенной теории распространения свистов в горячей анизотропной плазме, которая, с одной стороны, учитывала бы влияние температуры плазмы, ее анизотропии и особенностей поведения функции распределения магнитосферных частиц на распространение свистов и, с другой стороны, была бы достаточно простой для ее практического использования. Эта проблема и рассматривается в настоящей работе.

Мы ограничимся рассмотрением лишь свистов, распространяющихся под малым углом к магнитному полю ($\theta \ll 1$), которые играют наиболее важную роль для магнитосферных условий [1, 2]. Плазма, сквозь которую распространяются свисты, будет предполагаться слабонеоднородной в том смысле, что ее неоднородность не влияет на дисперсионные характеристики свистов в рассматриваемой точке. Столкновения частиц учитываться не будут.

Работа построена по следующему плану. В разд. 1 дан вывод приближенного выражения для показателя преломления свистов с $\theta \ll 1$, распространяющихся в горячей анизотропной плазме с конусом потерь. В разд. 2 полученное выражение исследуется для значений параметров, приемлемых для магнитосферных условий. В разд. 3 и 4 это выражение используется соответственно при анализе фокусировки энергии свистов вдоль магнитного поля в однородной плазме и при анализе условий захвата свистов в магнитосферных дактах.

1. ВЫВОД ДИСПЕРСИОННОГО СООТНОШЕНИЯ

Дисперсионное соотношение, описывающее распространение электромагнитных волн под углом к магнитному полю в горячей анизотропной (но однородной) плазме, в общем случае имеет вид [11, 12]

$$AN^4 + BN^2 + C = 0, \quad (1)$$

где N — показатель преломления волны, коэффициенты A , B и C определяются уравнениями

$$A = \epsilon_{11} \sin^2 \theta + 2\epsilon_{13} \sin \theta \cos \theta + \epsilon_{33} \cos^2 \theta; \quad (2)$$

$$B = -\epsilon_{11} \epsilon_{33} - (\epsilon_{22} \epsilon_{33} + \epsilon_{23}^2) \cos^2 \theta - (\epsilon_{11} \epsilon_{22} + \epsilon_{12}^2) \times \\ \times \sin^2 \theta + 2(\epsilon_{12} \epsilon_{23} - \epsilon_{22} \epsilon_{13}) \sin \theta \cos \theta + \epsilon_{13}^2; \quad (3)$$

$$C = \epsilon_{33} (\epsilon_{11} \epsilon_{22} + \epsilon_{12}^2) + \epsilon_{11} \epsilon_{23}^2 + 2\epsilon_{12} \epsilon_{13} \epsilon_{23} - \epsilon_{22} \epsilon_{13}^2, \quad (4)$$

которые связывают их с углом волновой нормали волны θ и компонентами тензора диэлектрической проницаемости ϵ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) [12].

Частоту распространяющихся в магнитосфере свистов обычно можно считать много большей гирочастоты протона [1, 2], что позволяет пренебречь влиянием протонов и более тяжелых ионов на распространение волн. Аппроксимируем распределение магнитосферных электронов функцией, предложенной Дори и др. [13]:

$$f_0 = (j! \pi^{3/2} \omega_{\perp}^{2j+2} \omega_{\parallel})^{-1} v_{\perp}^{2j} \exp(-v_{\perp}^2/\omega_{\perp}^2 - v_{\parallel}^2/\omega_{\parallel}^2), \quad (5)$$

где $\omega_{\perp}(\omega_{\parallel})$ — тепловая скорость электронов в направлении поперек (вдоль) магнитного поля, j — целое неотрицательное число.

При $j = 0$ функция (5) сводится к двумаксвелловской функции распределения, которая часто использовалась для аппроксимации горячей анизотропной плазмы [14]. При $j \neq 0$ ее характерной особенностью является наличие области положительной производной по v_{\perp} при малых v_{\perp} , что хорошо аппроксимирует наличие конуса потерь в магнитосферных условиях [15, 16].

После подстановки (5) в общее выражение для ϵ_{ij} (формула 5.2.1.14 [12]) имеем

$$\epsilon_{11} = 1 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{4n^2 \Pi^2 \Omega^2}{j! \omega^2 \omega_{\perp}^{2j+2} k_{\perp}^2} \left\{ \lambda_j^n - \frac{n \Omega}{k_{\parallel} \omega_{\parallel}} \mu_j^n Z(\xi_n) \right\}; \quad (6)$$

$$\epsilon_{12} = i \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{2n \Pi^2 \Omega}{j! \omega^2 \omega_{\perp}^{2j+2} k_{\perp}} \frac{d}{d\alpha} \left\{ \lambda_j^n - \frac{n \Omega}{k_{\parallel} \omega_{\parallel}} \mu_j^n Z(\xi_n) \right\}; \quad (7)$$

$$\epsilon_{13} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{2n^2 \Pi^2 \Omega^2}{j! \omega^2 k_{\perp} k_{\parallel} \omega_{\perp}^{2j+2}} \mu_j^n Z'(\xi_n); \quad (8)$$

$$\epsilon_{21} = -\epsilon_{12}; \quad (9)$$

$$\epsilon_{22} = 1 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{4 \Pi^2}{j! \omega^2 \omega_{\perp}^{2j+2}} \left\{ j \nu_{j-1}^n - \left(\frac{1}{\omega_{\perp}^2} - \frac{1}{\omega_{\parallel}^2} \right) \nu_j^n \right\} \quad (10)$$

$$-\frac{n\Omega}{k_{\parallel}w_{\parallel}} \left[j v_{j-1}^n - \left[\frac{1}{w_{\perp}^2} - \frac{1}{w_{\parallel}^2} \left(1 - \frac{\omega}{n\Omega} \right) \right] v_j^n \right] Z(\xi_n) \Big\};$$

$$\varepsilon_{23} = -i \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{n\Pi^2\Omega}{j! \omega^2 w_{\perp}^{2j+2} k_{\parallel}} \frac{d\mu_j^n}{d\alpha} Z'(\xi_n); \quad (11)$$

$$\varepsilon_{31} = \varepsilon_{13}; \quad (12)$$

$$\varepsilon_{32} = -\varepsilon_{23}; \quad (13)$$

$$\varepsilon_{33} = 1 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{2\Pi^2 w_{\parallel}^2}{j! \omega^2 w_{\perp}^{2j+2}} \left\{ \lambda_j^n + \frac{n\Omega(\omega - n\Omega)}{k_{\parallel}^2 w_{\parallel}^2} \times \right. \\ \left. \times \mu_j^n Z'(\xi_n) \right\} - \frac{\Pi^2}{\omega^2} (1 - \Phi), \quad (14)$$

где

$$\lambda_j^n = jL_{j-1}A_n - \left(\frac{1}{w_{\perp}^2} - \frac{1}{w_{\parallel}^2} \right) L_j A_n,$$

$$\mu_j^n = jL_{j-1}A_n - \left[\frac{1}{w_{\perp}^2} - \frac{1}{w_{\parallel}^2} \left(1 - \frac{\omega}{n\Omega} \right) \right] L_j A_n,$$

$$v_j^n = \left[\frac{n\Omega}{k_{\perp}} L_j \frac{d}{dx} - \frac{n^2\Omega^2}{k_{\perp}^2} L_j \right] A_n + L_{j+1}A_n,$$

$$L_j = (-1)^j \frac{d^j}{d(1/w_{\perp}^2)^j},$$

$$A_n = \frac{w_{\perp}^2}{2} \exp(-w_{\perp}^2 \alpha^2/2) I_n(w_{\perp}^2 \alpha^2/2), \quad \alpha = k_{\perp}/\Omega,$$

$\Omega \equiv \Omega_e$ — гирочастота электрона, $\Pi \equiv \sqrt{4\pi n_e e^2/m_e}$ — электронная плазменная частота, ω — частота волны, k — волновой вектор, ось z параллельна внешнему магнитному полю B_0 , $k_y = 0$, $k_x = k_{\perp}$, $Z(\xi_n)$ — плазменная дисперсионная функция, определяемая соотношением [17]

$$Z(\xi_n) = i\sqrt{\pi} \exp(-\xi_n^2) - 2 \int_0^{\xi_n} \exp(-\xi_n^2 + t^2) dt \quad (15)$$

для $\text{Im} Z(\xi_n) < \text{Re} Z(\xi_n)$ (случай, который нас будет в дальнейшем интересовать),

$$\xi_n = (\omega - n\Omega)/k_{\parallel}w_{\parallel}, \quad Z'(\xi_n) = dZ(\xi_n)/d\xi_n,$$

$I_n(x)$ — функция Бесселя мнимого аргумента порядка n , $\Phi = 0$ при $j \neq 0$, $\Phi = w_{\parallel}^2/w_{\perp}^2$ при $j = 0$.

При $j = 0$ и $w_{\perp} = w_{\parallel}$ выражения (7)–(15) сводятся к формулам (5.2.2.4) работы [12].

Уравнение (1) с учетом (7)–(15) разрешимо лишь численными методами. Для нахождения приближенного решения предположим, что w_{\parallel} столь мало, что в асимптотическом разложении $Z(\xi_n)$,

$$Z(\xi_n) = i\sqrt{\pi} \exp(-\xi_n^2) - \xi_n^{-1} - (1/2)\xi_n^{-3} - (3/4)\xi_n^{-5} - \dots, \quad (16)$$

возможно пренебрежение мнимой частью, а также членами порядка ξ_n^{-5} и выше, что позволяет аппроксимировать $Z(\xi_n)$ в виде

$$Z(\xi_n) = -\xi_n^{-1} - (1/2)\xi_n^{-3}. \quad (16')$$

Представление $Z(\xi_n)$ в виде (16') позволяет описать лишь эффекты распространения свистов, которые в дальнейшем нас и будут интересовать. Описание распространения свистов вне зависимости от их затухания или раскачки возможно лишь в том случае, когда модуль соответствующего декремента или инкремента много меньше $\min(\omega, \Omega - \omega)$. Это предположение будет подразумеваться в дальнейшем. Предполагая, что $x = \omega_{\perp}^2 \alpha^2 / 2 \ll 1$, мы можем разложить $\exp(-x)$ и $I_n(x)$ в ряды Тейлора:

$$\exp(-x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n!}; \quad (17)$$

$$I_n(x) = \frac{(x/2)^n}{n!} \left(1 + \frac{(x/2)^2}{n+1} + \dots \right). \quad (18)$$

Правомерность сделанных предположений в общем случае будет обсуждаться после получения окончательных результатов; справедливость последнего предположения для достаточно малых θ очевидна. Параметр x имеет простой физический смысл как отношение среднего ларморовского радиуса электронов к длине волны в направлении, перпендикулярном магнитному полю.

После подстановки (16')—(18) в (7)—(15), удерживая лишь члены, пропорциональные x и $y \equiv k_{\perp}^2 \omega_{\perp}^2$ (но пренебрегая членами, пропорциональными x, y , и экспоненциально малыми членами), представим выражение для ϵ_{ij} в следующем виде:

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^{(0)} + \epsilon_{ij}^{(1)} x + \epsilon_{ij}^{(2)} y, \quad (19)$$

где $\epsilon_{ij}^{(0)}$ — соответствующая компонента тензора диэлектрической проницаемости для холодной плазмы [12]; выражения для $\epsilon_{ij}^{(1)}$ и $\epsilon_{ij}^{(2)}$ имеют вид

$$\epsilon_{11}^{(1)} = -\frac{(j+1)\Pi^2}{\omega^2} \left[\frac{\omega^2}{\omega^2 - 4\Omega^2} - \frac{\omega^2}{\omega^2 - \Omega^2} \right],$$

$$\epsilon_{11}^{(2)} = -\frac{\Pi^2}{4\omega^2} \left[\frac{\omega}{(\omega + \Omega)^3} + \frac{\omega}{(\omega - \Omega)^3} - (1 - A_e) \left(\frac{1}{(\omega + \Omega)^2} + \frac{1}{(\omega - \Omega)^2} \right) \right],$$

$$\epsilon_{12}^{(1)} = \frac{-2i(j+1)\Pi^2}{\omega^2} \left[\frac{\omega\Omega}{\omega^2 - 4\Omega^2} - \frac{\omega\Omega}{\omega^2 - \Omega^2} \right],$$

$$\epsilon_{12}^{(2)} = -\frac{i\Pi^2}{4\omega^2} \left[\frac{\omega}{(\omega + \Omega)^3} - \frac{\omega}{(\omega - \Omega)^3} - (1 - A_e) \left(\frac{1}{(\omega + \Omega)^2} - \frac{1}{(\omega - \Omega)^2} \right) \right],$$

$$\epsilon_{13}^{(2)} = -\frac{k_{\perp}}{k_{\parallel}} \frac{\Pi^2}{\omega^2} \left[\frac{\omega^2}{(\omega^2 - \Omega^2)^2} - \frac{1 - A_e}{\omega^2 - \Omega^2} \right],$$

$$\epsilon_{21}^{(1,2)} = -\epsilon_{12}^{(1,2)},$$

$$\epsilon_{22}^{(1)} = -\frac{(j+1)\Pi^2}{\omega^2} \left[\frac{\omega^2}{\omega^2 - 4\Omega^2} - \frac{3\omega^2}{\omega^2 - \Omega^2} + 2 \right],$$

$$\epsilon_{22}^{(2)} = \epsilon_{11}^{(2)},$$

$$\epsilon_{23}^{(2)} = i \frac{k_{\perp}}{k_{\parallel}} \frac{\Pi^2}{\omega^2} \left[\frac{\Omega (3\omega^2 - \Omega^2)}{2\omega (\omega^2 - \Omega^2)^2} + \frac{(1 - A_e) \Omega}{2\omega (\omega^2 - \Omega^2)} \right],$$

$$\epsilon_{31}^{(1,2)} = \epsilon_{13}^{(1,2)},$$

$$\epsilon_{32}^{(1,2)} = -\epsilon_{23}^{(1,2)},$$

$$\epsilon_{33}^{(2)} = -\frac{k^2}{k_{\parallel}^2} \frac{\Pi^2}{2\omega^4} \left[\frac{3k_{\parallel}^2}{k^2} + \frac{\omega^2}{\omega^2 - \Omega^2} \frac{k_{\perp}^2}{k^2} \right],$$

$$\epsilon_{12}^{(1)} = \epsilon_{23}^{(1)} = \epsilon_{33}^{(1)} = 0,$$

где

$$A_e = (j + 1) (\omega_{\perp} / \omega_{\parallel})^2.$$

Для изотропной максвелловской плазмы выражения для ϵ_{ij} , определяемые (19), сводятся к соответствующим выражениям, приведенным в [12].

После подстановки (19) в (2)–(4), при учете только членов, пропорциональных θ^2 , x и y , решение (1) может быть записано в окончательном виде:

$$N^2 = N_0^2 [(1 - b) + (a - bd + d)\theta^2], \quad (20)$$

где

$$a = \{\beta\mu [3\mu^3 - 20\mu^2 + 35\mu - 14] + \beta A_e [-3\mu^4 + 17\mu^3 - 27\mu^2 + 19\mu - 6]\} \{2(1 - \mu)^4 (2 - \mu)(1 + \mu)\}^{-1}; \quad (21)$$

$$b = \beta [1/(\mu - 1)^3] [1 - A_e (1 - \mu)]; \quad (22)$$

$$d = 1/2 (1 - \mu), \quad (23)$$

$$\beta = (1/2) (\omega_{\parallel} / c)^2 (\Pi / \Omega)^2 = 4\pi n_e m_e \omega_{\parallel}^2 / 2B_0^2, \quad \mu = \omega / \Omega$$

(обратим внимание на то, что система принятых обозначений отлична от той, которая использовалась в нашей предыдущей работе [8]).

При выводе выражения (20) использовалось неравенство $\Pi^2 / \omega \Omega \gg \gg 1$, которое выполняется для наиболее интересных случаев распространения свистов в магнитосфере, а также предполагалось, что

$$|N - N_0| \ll N_0. \quad (24)$$

2. АНАЛИЗ ДИСПЕРСИОННОГО СООТНОШЕНИЯ

Для оценки относительного вклада коэффициентов a , b и d в величину показателя преломления свистов необходима конкретизация магнитосферных параметров. Рассмотрим для определенности область приэкваториальной магнитосферы, прилежащую к плазмопаузе. В этом случае, аналогично [8, 22, 23], мы можем предположить, что $\Pi / \Omega = 3$, $\omega_{\parallel} = 1,88 \cdot 10^9$ см/с (что соответствует электронам с энергией 1 кэВ), и, соответственно, $\beta = 1,8 \cdot 10^{-2}$. Ограничимся рассмотрением двух значений параметра A_e : $A_e = 1$, $A_e = 2$, которые соответствуют наиболее вероятным значениям анизотропии магнитосферных электронов. Графики функций $a(\mu)$ и $b(\mu)$ для приведенных значений параметров показаны на рис. 1 соответственно пунктирными ($A_e = 2$) и сплошными ($A_e = 1$) линиями. Значения $\mu < 0,3$ нами не рассматривались, так как

для них тепловые поправки являются малыми. Для $\mu > 0,7$, как показано в дальнейшем, оказываются несправедливыми использованные разложения $Z(\xi_n)$.

Как следует из приведенного рисунка, при увеличении A_e имеет место уменьшение параметра b , что соответствует компенсации влияния конечной температуры и анизотропии плазмы на распространение свистов вдоль магнитного поля. Этот эффект уже отмечался в [8]. В то же время увеличение A_e приводит к увеличению модуля a . Для малых μ член bd мал по сравнению с a , при увеличении μ вклады от этих членов оказываются сравнимыми. Для изучения влияния параметров β и A_e на характер зависимости $N^2(\theta^2)$ удобно рассмотреть функцию $g(\mu) = a - bd + d$. Графики $g(\mu)$ для тех же значений параметров Π/Ω и w_{\parallel} показаны на рис. 2 сплошной ($A_e = 1$) и пунктирной ($A_e = 2$) кривыми. На этом же рисунке штрихпунктирной кривой показан график зависимости $d(\mu)$, соответствующий зависимости $g(\mu)$ для холодной плазмы. Как следует из приведенного рисунка, для малых μ $g(\mu) < d(\mu)$, причем отклонения $g(\mu)$ от $d(\mu)$ увеличиваются с ростом A_e . При увеличении μ кривые $g(\mu)$ и $d(\mu)$ сближаются, и при некотором значении $\mu = \mu_0$ происходит их пересечение, которое отражает компенсацию влияния конечной температуры и анизотропии на характер угловой зависимости $N^2(\theta^2)$. Величина μ_0 увеличивается с ростом A_e .

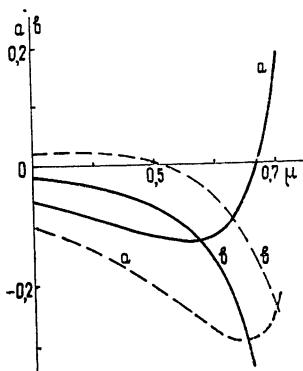


Рис. 1.

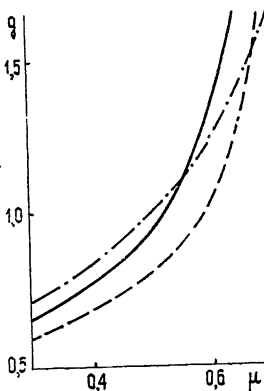


Рис. 2.

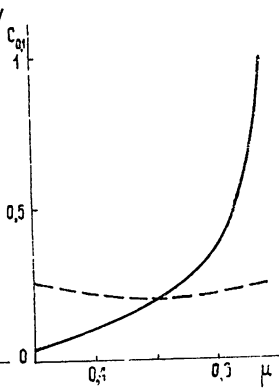


Рис. 3.

Остановимся на обсуждении правомерности тех предположений, на которых строился анализ. Для справедливости представления (16) необходимо и достаточно, чтобы $\xi_n > 1$. В то же время представление (16') справедливо лишь в случае малости декремента затухания или инкремента раскачки волн [12], а также малости отношения первого отброшенного члена к последнему учтенному ($c_n \equiv (3/4\xi_n^5)/(1/2\xi_n^3) = 3/2\xi_n^2$). При оценке величины мнимой части частоты мы можем воспользоваться результатами работы [8], в которой на основе анализа распространения свистов строго вдоль магнитного поля при принятых нами значениях Π/Ω и w_{\parallel} было показано, что для $A_e = 1$ и $\mu < 0,6$, а также для $A_e = 3$ и $\mu < 0,7$ декремент затухания свистов меньше $0,1\Omega$. Учитывая, что при увеличении θ при прочих равных условиях декремент циклотронного затухания свистов уменьшается, а декремент их черенковского затухания при достаточно малых θ можно считать меньшим декремента их циклотронного затухания [20], мы можем считать, что условия малости декремента, полученные в [8], заведомо приемлемы и к нашей задаче. Справедливость условия малости c_n определяется значениями величин c_0 и c_1 , так как $|\xi_n| > |\xi_1|$ при

$n \neq 0,1$. Полагая, в соответствии с принятыми нами значениями параметров, $N^2 \gg 1$ и учитывая (23), перепишем выражения для c_0 и c_1 в виде

$$c_0 = 3\beta/\mu(1 - \mu), \quad c_1 = 3\mu\beta/(1 - \mu)^3.$$

Графики функций $c_0(\mu)$ и $c_1(\mu)$ при принятом нами значении параметра β показаны на рис. 3 соответственно пунктирной и сплошной кривыми. Как следует из приведенного рисунка, для всех рассмотренных значений μ величина c_0 не превосходит 0,26. Последнее означает, что точность поправки, вносимой вторым членом (16') для ξ_0 , составляет примерно 26%. Подобная точность для ξ_1 достигается лишь для $\mu < 0,55$. Если допустим погрешность поправки до 50%, то, как следует из рис. 3, мы можем пользоваться представленным (16') вплоть до $\mu = 0,60$.

При принятых значениях β , A_e и $\mu < 0,7$ величина $x < 1$ даже при $\theta = 1$ и, таким образом, при $\theta \ll 1$ неравенство $x \ll 1$ можно считать заведомо справедливым во всей области μ , где справедливо условие малости ξ_n^{-1} .

Для справедливости неравенства (24) при $\theta^2 \ll 1$ необходимо, чтобы $|b| \ll 1$. Как следует из рис. 1, последнее неравенство заведомо справедливо для $\mu < 0,7$.

3. ФОКУСИРОВКА ЭНЕРГИИ СВИСТОВ В ОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ

Известно, что в условиях распространения свистов в холодной плазме на частотах, близких к $0,5\Omega$, для $\theta \ll 1$ имеет место уравнение

$$N \cos \theta = \text{const}, \quad (25)$$

которое означает, что вне зависимости от величины θ групповая скорость свистов направлена строго вдоль магнитного поля, что соответствует фокусировке их энергии в этом направлении [21]. Рассмотрим, каким образом это свойство свистов проявляется в случае их распространения в условиях рассмотренной выше модели горячей анизотропной плазмы.

Для $\theta \ll 1$ и учитывая (20), условие (25) можно переписать в виде

$$N_0 \sqrt{1 - b} \left[1 + \frac{(a + b - bd + d - 1)}{2(1 - b)} \theta^2 \right] = \text{const}. \quad (26)$$

Для справедливости (26) необходимо и достаточно, чтобы

$$q \equiv a + b - bd + d - 1 = 0. \quad (27)$$

Для случая распространения свистов в условиях модели холодной плазмы ($a = b = 0$) условие (27) вырождается в условие $d = 1$, которое для случая $\Pi \gg \Omega$ (что обычно оправдано для магнитосферных параметров [2]) справедливо при $\mu = 0,5$ (для $\Pi = 3\Omega$ оно справедливо при $\mu = 0,52$). В то же время для реальной магнитосферной плазмы, где $a \neq 0$ и $b \neq 0$, условие справедливости (27) имеет более сложный вид и при заданных Π и Ω зависит уже от трех параметров μ , β и A_e .

Значения $\beta(\mu)$, для которых справедливо (27) при $\Pi = 3\Omega$, $A_e = 1$ и 2, показаны на рис. 4 соответственно сплошной и пунктирной кривыми. Кривые проведены лишь в области тех значений μ и β , для которых $\text{тах}(\xi_0, \xi_1) < 0,5$.

Как следует из приведенного рисунка, при конечных β и рассмотренных значениях A_e выполнение условия (27) имеет место при $\mu > 0,5$. При этом для заданного A_e величина μ , при которой происходит фокусировка энергии свистов, увеличивается при увеличении β . Для задан-

ного β величина μ , при которой происходит фокусировка энергии свистов, увеличивается при увеличении A_e .

Если в соответствии с реально наблюдаемыми параметрами в рассматриваемой области магнитосферы положить $\beta = 0,018$, то, как следует из рис. 4, фокусировка энергии свистов будет иметь место при $\mu \sim 0,55$ при $A_e = 1$ и $\mu \sim 0,6$ при $A_e = 2$. Для реальной магнитосферы величина $A_e = 2$ является наиболее типичной [15, 16]. Нам представляется правдоподобным, что наблюдаемый максимум в спектре хоров при $\mu = 0,6$ [24] может быть связан именно с рассмотренным механизмом фокусировки энергии свистов.

4 ЗАХВАТ СВИСТОВ В МАГНИТОСФЕРНЫХ ДАКТАХ

Предположим, что вдоль заданной силовой линии имеет место локальный максимум (минимум) того или иного параметра плазмы, например, плотности или температуры, а также, что этот максимум (минимум) симметричен относительно рассматриваемой силовой линии. Пусть входящие в (20) параметры соответствуют распространению свистов в области, непосредственно прилегающей к рассматриваемой силовой линии, а значения N'_0 и b' описывают распространение свистов в области, окружающей эту линию. В этом случае на основании закона Снеллиуса нетрудно показать, что при выполнении приближений геометрической оптики и

$$N \cos \theta = N'_0 \sqrt{1 - b'} \quad (28)$$

угол волновой нормали свистов в процессе их распространения будет осциллировать относительно направления магнитного поля, а их энергия — канализоваться вдоль него [1]. Аналогичная осцилляция, но с меньшей амплитудой, будет иметь место и при всех θ , меньших значения, определяемого (28). Таким образом, условие (28) определяет максимальное значение θ , при котором может иметь место канализация свистов,

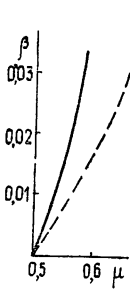


Рис. 4.

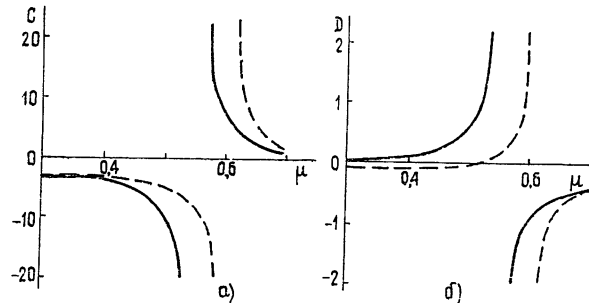


Рис. 5.

Рассмотренная канализация свистов сопровождается их захватом в окрестности силовой линии магнитного поля. Область, в которой может иметь место подобный захват, принято называть каналом или дактом (duct).

Для $\theta \ll 1$ и с учетом (27) условие (28) может быть переписано в виде

$$\theta^2 = \left[\left(\frac{N'_0}{N_0} \right) \left(\frac{1 - b'}{1 - b} \right) - 1 \right] \frac{1 - b}{q} \quad (29)$$

Предположим, что в окрестности рассматриваемой силовой линии имеет место локальный максимум (минимум) плотности электронов (n_e) по сравнению с электронной плотностью фоновой плазмы n'_e , а температура и анизотропия плазмы во всех рассматриваемых областях постоянны ($b = b'$). В этом случае условие (29) можно переписать в виде

$$\theta^2 = (1 - n'_e/n_e) [(b - 1)/q]. \quad (30)$$

Если, наоборот, предположить $n_e = n'_e$, а $b \neq b'$, то условие (29) принимает вид

$$\theta^2 = (1 - b'/b) (b/q). \quad (31)$$

Если, кроме этого, предположить неизменность величины A_e в обеих рассматриваемых областях, то из (22), (31) имеем

$$\theta^2 = [1 - (\omega'_\parallel/\omega_\parallel)^2] (b/q). \quad (32)$$

Графики функций $C(\mu) = (1 - b)/q$ и $D(\mu) = b/q$ для $\beta = 0,018$ показаны соответственно на рис. 5а и 5б пунктирной ($A_e = 2$) и сплошной ($A_e = 1$) кривыми. Из рис. 5а следует, что при $A_e = 1$ значение $C(\mu)$ отрицательно при $\mu < 0,55$ и положительно при $\mu > 0,55$, откуда, учитывая (30), следует, что захват свистов с $\mu < 0,55$ возможен ($\theta^2 > 0$) лишь в случае, когда $n'_e < n_e$, а с $\mu > 0,55$ — когда $n'_e > n_e$. Первое условие соответствует локальному уплотнению плазмы в окрестности силовой линии. Заметим, что при распространении свистов в модели холодной плазмы ($\Pi = 3\Omega$) аналогичная канализация при $n'_e < n_e$ может иметь место лишь при $\mu < 0,52$. Область μ захвата волн при $n'_e < n_e$ возрастает при увеличении A_e , и при $A_e = 2$ она достигает $\mu = 0,6$.

Как следует из рис. 5б и (14), для $A_e = 1$ захват волн оказывается возможным для $\omega_\parallel^2 > \omega'^2_\parallel$ и $\mu < 0,55$, а также для $\omega_\parallel^2 < \omega'^2_\parallel$ и $\mu \geq 0,55$. Применительно к магнитосферным условиям первый случай захвата является более вероятным, так как условие $\omega_\parallel^2 > \omega'^2_\parallel$ является непосредственным следствием локального разогрева плазмы продольными токами, которые в основном локализованы в окрестности авроральных силовых линий [25]. Для $A_e = 2$ и $\omega_\parallel^2 > \omega'^2_\parallel$ захват возможен в более ограниченном диапазоне μ : $0,5 < \mu < 0,6$, который несколько смещен в сторону больших μ . Из рис. 5а и 5б также следует, что эффективность захвата свистов за счет локального разогрева плазмы оказывается примерно на порядок меньше, чем за счет ее локального уплотнения. В частности, при $D = 0,5$ для захвата свистов с $\theta = 0,2$ необходимо, чтобы $(\omega_\parallel^2 - \omega'^2_\parallel)/\omega_\parallel^2 = 8\%$. В то же время подобный градиент температуры оказывается вполне реальным для условий авроральных силовых трубок [25].

Для окончательного выяснения возможности реализации рассмотренных явлений в реальной магнитосферной плазме необходимо более детальное сопоставление теории с экспериментальными данными о параметрах плазмы и волн в магнитосфере, которые нам, к сожалению, недоступны. В то же время из проведенного нами анализа следует необходимость учета как конечной температуры, так и анизотропии плазмы в существующих теориях захвата волн в магнитосферные дакты [21] и в других механизмах канализации волн за счет магнитосферных неоднородностей [26, 27].

Авторы признательны М. И. Пудовкину и В. В. Кобелеву за обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Helliwell R. A. Whistlers and related ionospheric phenomena — Stanford (California): Stanford University Press, 1965
- 2 Сажин С С.—В сб. Геомагнитные исследования — М: Наука, 1976, № 18, с 24.
3. Kennel C F, Petschek H E—Geophys Res, 1966, **71**, p 1.
4. Etcheto J, Gendrin R, Solomon J, Roux A.—J. Geophys Res, 1973, **78** (34), p. 8150.
5. Sazhin S S—Planet. Space Sci, 1978, **26**, № 5, p 399.
6. Karman V I—Space Sci Revs, 1974, **16**, p. 361.
- 7 Карпман В И, Лундин Б В — Физика плазмы, 1979, 5, № 3, с 486
- 8 Сажин С С, Понявин Д И, Варшавский С П — Изв вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 7, с 789
- 9 Shukla P K, Singh R N—Phys Scripta, 1972, **5**, p 81
10. Willis J. W.—J Geophys Res, 1975, **80** (10), p 1354
11. Стикс Т Теория плазменных волн — М Атомиздат, 1965
- 12 Электродинамика плазмы /Под ред А И Ахизера — М: Наука, 1974
13. Dory R A, Guest G. E, Harris E G—Phys Rev Lett, 1965, **14**, p. 131.
14. Landau R. W., Supermann S—J Plasma Phys, 1973, **9**, p 143
- 15 Хесс В Радиационный пояс и магнитосфера — М: Атомиздат, 1976
16. Young T. S. T, Callen J G, McCune J. E—J. Geophys Res, 1973, **78**, p 1082
17. Fried B D, Conte S. D The plasma dispersion function—N. Y: Academic Press, 1961
18. Thorne R. M, Smith E J, Burton R K, Holser R E—J Geophys Res, 1973, **78**, № 10, p 1581
19. Helliwell R A Intensity of discrete VLF emissions in «Particles and fields in The magnetosphere» /Ed by B. M McCormac—New York—London: Reidel, 1970—P. 292.
- 20 Kennel C. F.—Phys. Fluids, 1966, **9**, № 11, p 2190
21. Walker D. D. M—Rev Geophys, 1976, **14**, № 4, p 629
- 22 Chappell C R, Harris K K, Sharp G W—J. Geophys Res, 1970, **75**, № 1, p. 50.
23. Roux A, Solomon J.—J Atm Terr Phys, 1971, **33**, № 9, p 1457
24. Burtis W. J, Helliwell R. A—Planet. Space Sci, 1976, **24**, № 1, p. 1007
25. Gurnett D A, Frank L A—J Geophys Res, 1977, **82**, № 7, p. 1031
26. Laird M J.—Planet Space Sci, 1978, **26**, № 6, p 595
27. Inan U. S, Bell T F—J Geophys Res, 1977, p. 2819

Ленинградский государственный
университет

Поступила в редакцию
21 января 1980 г,
после объединения
9 октября 1980 г

WHISTLER-MODE PROPAGATION AT A SMALL ANGLE TO THE MAGNETIC FIELD IN THE HOT ANISOTROPIC PLASMA

S. S Sazhin, O A. Kobeleva, E M Sazhina, S P Varshavskij

A general expression has been derived for the dielectric tensor for waves propagating in the plasma with the electron Dory—Guest—Harris distribution function For this model a refractive index for the whistlers propagating at a small angle to the magnetic field is found. The influence of the finite temperature and the plasma anisotropy on the character of whistler energy focusing in a homogeneous plasma and conditions of whistler trapping in magnetospheric ducts are studied.