

УДК 621.396.677

## ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА ТОРЦЕ ПЛОСКОГО ПОЛУБЕСКОНЕЧНОГО ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА

*Е. Н. Васильев, А. В. Полинкин, В. В. Солодухов*

Методом интегральных уравнений находится распределение эквивалентных поверхностных токов и комплексные амплитуды поверхностных волн, возникающих при дифракции плоской электромагнитной волны на торце полубесконечного диэлектрического волновода.

Развивается общий подход к решению задачи о дифракции плоской электромагнитной волны на полубесконечных структурах применительно к простейшей модели — открытому концу двумерного диэлектрического волновода.

**1. Постановка задачи.** Плоская волна единичной амплитуды падает под углом скольжения  $\varphi$  на полубесконечную диэлектрическую пластину толщиной  $2d$ , расположенную в свободном пространстве (рис. 1) и имеющую постоянный показатель преломления  $\alpha = \sqrt{\epsilon}$ , где  $\epsilon$  — относительная диэлектрическая проницаемость.

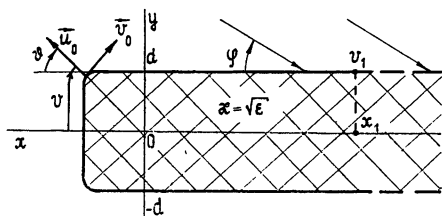


Рис. 1.

Целью работы является расчет полных полей, включающих в себя помимо падающей волны поля геометрической оптики (отраженное и прошедшее), возбужденные поверхностные волны, а также поля, рассеянные открытым концом волновода.

В литературе известен подход [1] к решению поставленной задачи, основанный на замене полубесконечного волновода конечной, но доста-

точно длинной пластиной. Получаемое при этом решение (полное поле и его нормальная производная на контуре пластины) позволяет определить модули амплитуд возбужденных поверхностных волн исходной задачи. Однако точность определения падает с ростом толщины пластины  $2d$  и уменьшением угла скольжения при  $|\varphi| < \pi/2$ , что связано с необходимостью увеличения длины контура сечения конечной пластины.

В настоящей работе применяется численный метод решения, в значительной мере свободный от этого недостатка, использующий аппарат интегральных уравнений и являющийся обобщением метода, развитого в [2] применительно к задаче дифракции плоской волны на диэлектрическом клине, на случай существования собственных (поверхностных) волн. Основным моментом в этом методе является представление эквивалентных токов, относительно которых составляются уравнения, в виде суммы равномерной (геометрооптические поля и распространяющиеся моды волновода) и неравномерной составляющих.

**2. Интегральные уравнения задачи.** Введем обобщенную цилиндрическую систему координат  $u, v, z$ , орты которой  $u_0$  и  $v_0$  в каждой точ-

ке направлены соответственно по нормали и по касательной к контуру поперечного сечения диэлектрического волновода (рис. 1). Электромагнитное поле системы связано с эквивалентными токами

$$I^s = \mathbf{u}_0 \times \mathbf{H}, \quad I^m = -\mathbf{u}_0 \times \mathbf{E}, \quad (1)$$

распределенными на поверхности двумерной пластины, относительно которых можно написать неоднородное интегральное уравнение [3]

$$2I(v) + \int_v P(v, v') I(v') dv' = 2I^p(v), \quad (2)$$

где векторы-столбцы  $I(v)$  и  $I^p(v)$  имеют по два компонента  $I(v) = \{I_v^s, \hat{I}_z^m\}$ ,  $I^p = \{I_v^{s,p}, \hat{I}_z^{m,p}\}$  или  $I(v) = \{I_z^s, \hat{I}_v^m\}$ ,  $I^p(v) = \{I_z^{s,p}, \hat{I}_v^{m,p}\}$  для  $E$ - и  $H$ -волн соответственно,  $\hat{I}_z^m = I^m/W_0$ ,  $W_0 = 120\pi$ , Ом. Первичные токи  $I^p$  вычисляются, согласно [3], по следующим формулам (здесь и всюду ниже временной множитель  $e^{i\omega t}$  опущен, линейные размеры умножены, а волновые числа поделены на  $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$  — волновое число свободного пространства):

$E$ -волна

$$I_v^{s,p} = -\exp [i(x \cos \varphi + y \sin \varphi)], \quad (2a)$$

$$\hat{I}_z^{m,p} = \cos(\theta - \varphi) \exp [i(x \cos \varphi + y \sin \varphi)],$$

$H$ -волна

$$I_z^{s,p} = \cos(\theta - \varphi) \exp [i(x \cos \varphi + y \sin \varphi)], \quad (2b)$$

$$\hat{I}_v^{m,p} = \exp [i(x \cos \varphi + y \sin \varphi)],$$

$\theta$  — угол наклона нормали  $\mathbf{u}_0$  к оси  $x$ . Здесь необходимо отметить, что деление на  $E$ - и  $H$ -волны производится, как принято в волноводных задачах, относительно направления распространения и отличается от [2, 3]. Матричное ядро  $P(v, v')$  в каждом случае состоит из четырех элементов [3], выражения для которых приведены в табл. 1, где использованы обозначения

$$\begin{aligned} T &= (1/2i) [H_0^{(2)}(\rho) - H_0^{(2)}(\alpha\rho)], \\ T^x &= (1/2i) [H_0^{(2)}(\rho) - \alpha^2 H_0^{(2)}(\alpha\rho)], \\ U &= (i/2\rho) [H_1^{(2)}(\rho) - \alpha H_1^{(2)}(\alpha\rho)], \\ U^x &= (i/2\rho) [H_1^{(2)}(\rho) - \alpha^3 H_1^{(2)}(\alpha\rho)], \end{aligned} \quad (3)$$

$H_\nu^{(2)}(R)$  — функция Ханкеля второго рода  $\nu$ -го порядка,  $\rho = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}$  — расстояние между точками наблюдения  $v(x, y)$  и интегрирования  $v'(x', y')$ .

Таблица 1

Элемент ядра	Выражения для матричного ядра	
	$E$ -волна	$H$ -волна
$P_{11}$	$[(y - y') \sin \theta' + (x - x') \cos \theta'] U$	$[(y - y') \sin \theta + (x - x') \cos \theta] U$
$P_{12}$	$-iT^x$	$i \cos(\theta - \theta') T^x - i\partial^2 T / \partial v \partial v'$
$P_{21}$	$[(y - y') \sin \theta + (x - x') \cos \theta] U^x$	$iT^x$
$P_{22}$	$[(y - y') \sin \theta' + (x - x') \cos \theta'] U^x$	$[(y - y') \sin \theta' + (x - x') \cos \theta'] U^x$

Интегрирование в (2) выполняется по всему бесконечному контуру поперечного сечения волновода в плоскости  $xy$ . Чтобы удовлетворить условиям Ляпунова, кромки пластины скругляются дугой малого радиуса.

Используя симметрию пластины относительно плоскости  $y \equiv 0$ , уравнение (2) можно свести к двум независимым уравнениям относительно четной ( $I_1$ ) и нечетной ( $I_2$ ) плотностей эквивалентных токов на верхней ( $v \geq 0$ ) поверхности волновода

$$\begin{aligned} 2I_1(v) + \int_0^{\infty} \Pi_1(v, v') I_1(v') dv' &= 2I_1^n(v), \\ 2I_2(v) + \int_0^{\infty} \Pi_2(v, v') I_2(v') dv' &= 2I_2^n(v), \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$I_1(v) = [I(v) + I(-v)]/2, \quad I_2(v) = [I(v) - I(-v)]/2,$$

$$I_1^n(v) = [I^n(v) + I^n(-v)]/2, \quad I_2^n(v) = [I^n(v) - I^n(-v)]/2,$$

$$\Pi_1(v, v') = P(v, v') + P(-v, v'), \quad \Pi_2(v, v') = P(v, v') - P(-v, v').$$

Для решения уравнений (4) представляем неизвестную функцию  $I_k(v)$ , где индекс  $k$  означает либо четное ( $k=1$ ), либо нечетное ( $k=2$ ) решения, в виде суммы двух компонент

$$I_k(v) = I_k^0(v) + I_k^1(v), \quad (5)$$

которые, следуя терминологии, принятой в [4], будем называть «равномерной» и «неравномерной» составляющими токов.

Первое слагаемое (равномерная составляющая) — это эквивалентные токи полей геометрической оптики ( $I_{rk}^0(v)$ ) и собственных мод ( $I_{mk}^0(v)$ ), не убывающие с ростом  $v$ :

$$I_k^0(v) = I_{rk}^0(v) + \sum_{m=1}^{M_k} A_{mk} I_{mk}^0(v), \quad (6)$$

где  $A_{mk}$  — неизвестная амплитуда возбужденной поверхностной волны,  $M_k$  — число собственных направляемых волн слоя.

Второе слагаемое в (5) (неравномерная составляющая) соответствует полям более сложной структуры и, как показали расчеты, достаточно быстро убывает с ростом  $v$ . Последнее позволяет разделить область изменения координаты  $v$  на две части (точка  $v_1$  на рис. 1) и искать решение на интервале  $[0, v_1]$  в виде (5), а на интервале  $[v_1, \infty]$ , учитывая (6), — в виде

$$I_k(v) = I_{rk}^0(v) + \sum_{m=1}^{M_k} A_{mk} I_{mk}^0(v). \quad (7)$$

Подставляя (5) в (4), с учетом (7) получим следующую систему интегральных уравнений:

$$2I_k(v') + \int_0^{v_1} \Pi_k(v, v') I_k(v') dv' = 2I_k^n(v) - G_{rk}(v) - \sum_{m=1}^{M_k} A_{mk} G_{mk}(v). \quad (8)$$

Дополнительные члены в правых частях интегральных уравнений

$$G_{rk}(v) = \int_{v_1}^{\infty} \Pi_k(v, v') I_{rk}^0(v') dv',$$

$$G_{mk}(v) = \int_{v_1}^{\infty} \Pi_k(v, v') I_{mk}^0(v') dv' \quad (9)$$

представляют собой интегралы от известных функций. Способ их вычисления мало отличается от того подхода, который был использован для аналогичных целей в [2], и является его естественным обобщением.

Задача свелась, таким образом, к нахождению решения уравнений (8), в которых интегрирование, в отличие от исходных уравнений (4), производится по контуру конечной длины, что позволяет применить для их решения численные методы. В настоящей работе использовался метод Крылова — Боголюбова [5] с последующим уточнением амплитуд поверхностных волн. Точное решение уравнений (8) вблизи  $v_1$  практически не отличается от равномерной составляющей, а величина отклонения на этом участке от  $I_k^0$  приближенного решения определяет его точность. Следовательно, из условия минимальной величины  $\delta$ , являющейся суммой квадратов модуля отклонения  $I_k(v)$  от  $I_k^0(v)$  на  $L$  последних интервалах конечного контура интегрирования

$$\delta = \sum_{l=N+1-L}^N \{ [\operatorname{Re} I_k(v_l) - \operatorname{Re} I_k^0(v_l)]^2 + [\operatorname{Im} I_k(v_l) - \operatorname{Im} I_k^0(v_l)]^2 \} = \min, \quad (10)$$

можно получить итерационную формулу для нахождения амплитуд возбужденных поверхностных волн

$$A_{mk}^{(n+1)} = A_{mk}^{(n)} + \left\{ \sum_{l=N+1-L}^N [I_k^{(n)}(v_l) - I_k^{0(n)}(v_l)] I_{mk}^{0*}(v_l) \right\} \times \left[ \sum_{l=N+1-L}^N |I_{m'}^0(v_l)|^2 \right]^{-1}, \quad (11)$$

где верхний индекс в скобках обозначает номер приближения.

Задаваясь первым приближением  $A_{mk}^{(1)}$  и используя метод Крылова — Боголюбова, можно свести (8) к системам  $N$  линейных алгебраических уравнений

$$2I_{jk}^{(1)} + \sum_{i=1}^N I_{ik}^{(1)} \int_{\Delta v_i} \Pi_k(v_j, v') dv' = 2I_{jk}^n - G_{rk}(v_j) - \sum_{m=1}^{M_k} A_{mk}^{(1)} G_{mk}(v_j) \quad (12)$$

$$(j = 1, 2, \dots, N)$$

относительно значений плотностей эквивалентных токов в  $N$  точках контура  $[0, v_1]$  сечения пластины. Определив из (12) первое приближение  $I_k^{(1)}(v)$  искомого решения и найдя с помощью (11) второе приближение  $A_{mk}^{(2)}$ , продолжаем итерационный процесс далее до получения заданного  $\delta$  в (10).

**3. Результаты расчетов.** Вычисления проводились для  $E$ - и  $H$ -волн. Интервал интегрирования от 0 до  $v_1$  разбивался на 50—60 участков  $\Delta v \leq 0,5$ . Радиус скругления кромок брался равным 0,1. В процессе расчета определялись комплексные амплитуды возбужденных поверхностных волн  $A_{mk}$  и распределение плотности эквивалентных токов.

На рис. 2 представлены графики поведения модуля неравномерной составляющей на теневой регулярной поверхности волновода для трех значений угла скольжения  $\varphi$  (кривые на этом, а также на рис. 4 смещены по оси ординат с указанием нулевого уровня каждой). Чем ближе направление прихода плоской волны к касательному ( $\varphi = 0$ ), тем

значительнее амплитуда этой части решения вблизи нерегулярности и на большем расстоянии от кромки продолжает давать вклад второслагаемое в представлении (5). Это ведет к необходимости увеличивать область интегрирования  $[0, v_1]$  в (8).

Зависимость амплитуды  $A_{11}$  основной моды волновода от параметров задачи отражена на рис. 3. Максимальное значение  $|A_{11}|$  получается при нормальном к торцу возбуждении (рис. 3а). При возрастании угла скольжения  $\varphi$  вместе с уменьшением  $|A_{11}|$  наблюдается сглаживание зависимости этой величины от параметров волновода (рис. 3б и 3в).

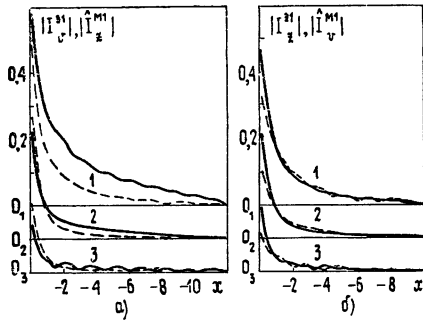


Рис 2

Рис 2 Распределение модуля неравномерной составляющей решения на регулярном участке теневой поверхности волновода,

$2d = 2,0$ ,  $\kappa = 1,4$ , 1 —  $\varphi = 45^\circ$ , 2 —  $\varphi = 90^\circ$ , 3 —  $\varphi = 135^\circ$ , сплошная кривая —  $|I_{v,z}^p|$ , штриховая —  $|\hat{I}_{v,z}^M|$ ; а)  $E$ -поляризация, б)  $H$ -поляризация.

Рис. 3 а)  $\kappa = 1,8$ ,  $2d = 2,0$ , 1 —  $|A_{11}|$ , 2 —  $\arg A_{11}$ , б)  $2d = 2,0$ , 1 —  $\varphi = 45^\circ$ , 2 —  $\varphi = 90^\circ$ ; в)  $\kappa = 1,8$ , 1 —  $\varphi = 45^\circ$ , 2 —  $\varphi = 90^\circ$ ; сплошная кривая —  $E$ -поляризация, штриховая —  $H$ -поляризация

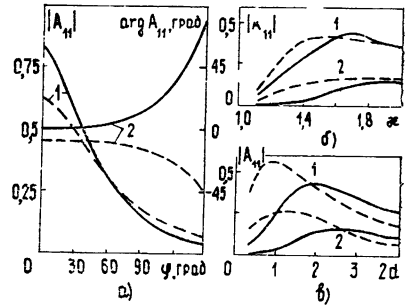


Рис. 3.

Распределения модуля поверхностных токов для различных условий возбуждения даны на рис. 4. Вдали от нерегулярности (на графиках отмечена вертикальной штрихпунктирной линией) эквивалентные токи представлены, в основном, своей равномерной составляющей и распределение имеет вид биений, период которых определяется разностью фазовых скоростей пространственной и поверхностной волн, и с ростом угла  $\varphi$  уменьшается. Более сложная картина в случае 4 на этом рисун-

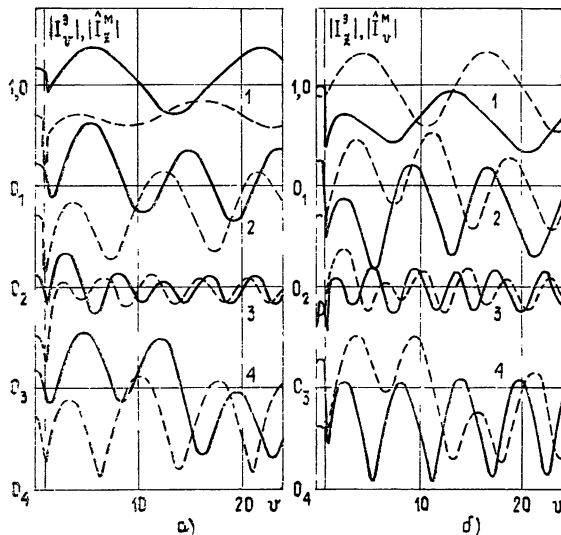


Рис. 4  $2d = 2,0$ , 1 —  $\kappa = 1,4$ ,  $\varphi = 45^\circ$ , 2 —  $\kappa = 1,8$ ,  $\varphi = 45^\circ$ , 3 —  $\kappa = 1,8$ ,  $\varphi = 90^\circ$ , 4 —  $\kappa = 2,0$ ,  $\varphi = 45^\circ$ , сплошная кривая —  $|I_{v,z}^p|$ , штриховая —  $|\hat{I}_{v,z}^M|$ ; а)  $E$ -поляризация, б)  $H$ -поляризация.

ке объясняется возбуждением еще одной (нечетной) моды. При этом  $|A_{11}| = 0,376$ ,  $|A_{12}| = 0,263$  — для  $E$ - и  $|A_{11}| = 0,364$ ,  $|A_{12}| = 0,445$  — для  $H$ -поляризации.

Найденные распределения эквивалентных токов вместе с амплитудами возбужденных поверхностных волн позволяют определить электромагнитное поле в любой точке пространства. Оно будет состоять из двух компонентов, соответствующих равномерной и неравномерной составляющим решения. Первый рассчитывается аналитически, второй — численно.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Коршунова Е Н, Сивов А Н — Радиотехника и электроника, 1973, 18, № 11, с. 2253.
2. Васильев Е Н, Солодухов В В — Изв. вузов — Радиофизика, 1974, 17, № 10, с. 1518.
3. Солодухов В В, Васильев Е Н. — ЖТФ, 1970, 40, вып 1. с. 47.
4. Уфимцев П. Я. Метод краевых волн в физической теории дифракции. — М: Сов радио, 1962
5. Канторович Л В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. — М.—Л.: Физматгиз, 1962.

Московский энергетический институт

Поступила в редакцию  
12 августа 1980 г.

#### DIFFRACTION OF ELECTROMAGNETIC WAVES BY THE END OF A PLANAR SEMI-INFINITE DIELECTRIC WAVEGUIDE

*E. N. Vasil'ev, A V Polynkin, V V Solodukhov*

The method of integral equations is used to calculate a distribution of the equivalent surface currents and the complex amplitudes of surface waves arising in the problem of diffraction of a plane electromagnetic wave by the end of a planar semi-infinite dielectric waveguide.

---

#### ГЕОМАГНЕТИЗМ И АЭРОНОМИЯ

т. XX, № 5, 1980 г.

(Окончание)

**В. В. Кольцов, Л. А. Лобачевский.** Типы и свойства энергетической реакции канала ВНЗ ионосферы

Приводятся экспериментальные данные о форме огибающей эхо-сигналов при возвратно-наклонном зондировании ионосферы короткими радиоимпульсами. Заключается, что форма энергетической реакции канала ВНЗ и ее изменения во времени и по частоте определяются в основном структурой и нестационарностью распределения электронной концентрации ионосферы

**Ю. Н. Горшков.** Энергетические и динамические характеристики огибающей всплесков ОНЧ-хоров.

Выделено несколько типов ОНЧ-хоров, отличающихся друг от друга как энергетическими спектрами, так и динамическими характеристиками. Приведены оценки по ОНЧ-данным некоторых параметров магнитосферной плазмы и электронных потоков, ответственных за генерацию ОНЧ-излучения.