

УДК 538 574.6

ДИФРАКЦИОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ, СОПРОВОЖДАЮЩЕЕ ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ВБЛИЗИ ОТКРЫТОГО РЕЗОНАТОРА

А. И. Носич

В приближении заданного тока рассмотрено излучение, возникающее при движении заряженных частиц вблизи полого незамкнутого идеально проводящего цилиндра. Показано, что частица вызывает вспышку дифракционного излучения с узким эффективным спектром частот. Исследованы диаграмма направленности и полная энергия резонансного излучения.

Необходимость оптимизации выходных параметров генераторов дифракционного излучения продолжает стимулировать исследование дифракционных решеток разнообразной формы [1]. Например, в [2] было рассмотрено излучение частиц, пролетающих над решеткой из резонансных элементов (полых незамкнутых металлических цилиндров), и установлено, что над такой решеткой заряженные частицы излучают более эффективно, чем, например, над гребенкой или эшелеттом.

Поскольку в основе свойств решетки лежат свойства ее отдельного элемента, то последние целесообразно исследовать более детально. Кроме того, сам по себе полый цилиндрический резонатор с продольной щелью является весьма близкой моделью реальных резонаторов СВЧ приборов, скажем, резонаторной ячейки магнетрона.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ПОСТРОЕНИЕ ЕЕ ФОРМАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

Рассмотрим в приближении заданного тока дифракционное излучение, сопровождающее равномерное движение плоского неограниченного электронного потока с плотностью заряда

$$\rho = \rho_0 \delta(y - p) \exp [i(kx/\beta - \omega t)] \quad (1)$$

вблизи полого кругового цилиндра с продольной щелью (рис. 1). Здесь ω и ρ_0 — частота и амплитуда модуляции потока, $k = \omega/c$, $\beta = v/c$ — относительная скорость движения потока, $p = a + h$, h — прицельный параметр. Цилиндр предполагается бесконечно тонким и идеально проводящим.

Заметим, что задачу об излучении потока (1) можно рассматривать как задачу для отдельной спектральной составляющей излучения немодулированного пучка или одиночной частицы, точнее, ее двумерного аналога — заряженной нити [3].

Собственное электромагнитное поле потока (1), как известно, имеет вид медленной неоднородной плоской волны поверхностного характера [1], единственная отличная от нуля компонента магнитного поля которой равна

$$H_z^0 = 2 \pi \rho_0 \beta \exp(-q |y - p| + ikx/\beta) |y - p| / (y - p). \quad (2)$$

где $q = k\gamma\beta^{-1}$, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$, а множитель $\exp(-i\omega t)$ опущен.

В цилиндрической системе координат поле (2) можно еще записать следующим образом ($y < p$):

$$H_z^0 = -2\pi\rho_0\beta e^{-qp} \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n(kr) [i(1-\gamma)/\beta]^n e^{in\varphi}. \quad (3)$$

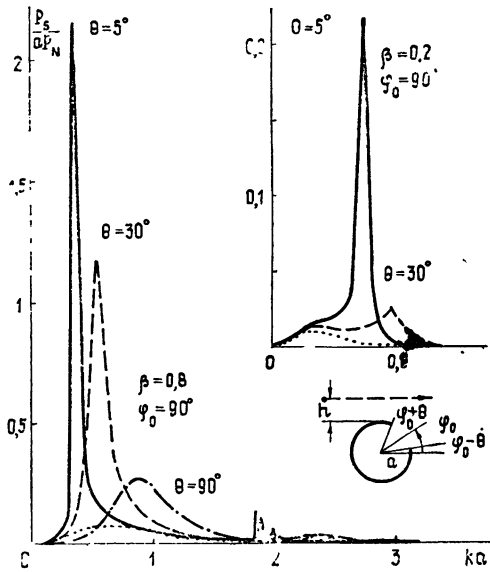


Рис. 1.

В приближении заданного тока исследование дифракционного излучения сводится к определению электромагнитного поля H_z^s , возникающего в результате рассеяния (2) на незамкнутом цилиндре. Функция $H_z^s(r, \varphi)$ должна удовлетворять известным условиям (см., например, [2]) и может быть представлена в следующем виде:

$$H_z^s = -2\pi\rho_0\beta e^{-qp} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mu_n \begin{cases} I_n(ka) H_n^{(1)}(kr) & (r \geq a) \\ H_n^{(1)'}(ka) I_n(kr) & (r \leq a) \end{cases} e^{in\varphi}, \quad (4)$$

где величины μ_n совпадают с фурье-коэффициентами плотности поверхностного тока, наводимого на цилиндре, и удовлетворяют системе уравнений 1-го рода в парных рядах (с тригонометрическим ядром) того же типа, что и в задаче о дифракции однородной плоской волны (см., например, [4]). Допустимые решения последних лежат в классе \tilde{l}^2 , где $\sum_n |\mu_n|^2 |n| < \infty$, что вытекает из условия ограниченности энергии в окрестности острых кромок незамкнутого цилиндра. Регуляризация парных уравнений достигается обращением статической части соответствующего оператора методом задачи сопряжения [5] и приводит к системе алгебраических уравнений 2-го рода

$$\mu_m + \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_{mn} \mu_n = B_m, \quad m = 0, \pm 1, \dots, \quad (5)$$

где

$$A_{mn} = \Delta_n T_{mn}, \quad \Delta_n = |n| + i\pi(ka)^2 I_n'(ka) H_n^{(1)'}(ka),$$

$$T_{mn} = (-1)^{m+n} e^{i(m-n)\varphi_0} \begin{cases} V_{n-1}^{-1}(-\cos\theta), & m = 0 \\ V_{m-1}^{n-1}(-\cos\theta)/m, & m \neq 0 \end{cases}$$

$$B_m = i\pi(ka)^2 De^{-qa} \sum_{n=-\infty}^{\infty} I'_n(ka) [i(1-\gamma)/\beta]^n e^{in\varphi_0},$$

$$D = -2\pi\rho_0\beta e^{-qa},$$

а величины V_{m-1}^{n-1} определены в [5].

Заметим, что впервые формальное решение, аналогичное (5), было приведено в [6]. Решение является строгим в том смысле, что уравнение (5) можно разрешить с любой наперед заданной точностью.

2. ИЗЛУЧЕНИЕ ЧАСТИЦ, ДВИЖУЩИХСЯ ВБЛИЗИ КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА

Система (5) допускает переход к предельному случаю $\theta = 0$, что соответствует задаче об излучении частицы, движущейся вблизи замкнутого кругового идеально проводящего цилиндра. В этом случае уравнение (5) вырождается в набор равенств для величин μ_n , и результат можно записать в явном виде. Например, ток, наводимый на цилиндре, равен

$$j_0(\varphi) = cDe^{-qa} (i2\pi ka)^{-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} [i(1-\gamma)/\beta]^n e^{in\varphi} [H_n^{(1)'}(ka)]^{-1}. \quad (6)$$

В длинноволновом случае ($ka < \beta$) плотность тока можно представить в виде асимптотического ряда

$$j_0(\varphi) = cDe^{-qa} (4\pi)^{-1} [1 + 2ka\beta^{-1}(\gamma \sin\varphi + i \cos\varphi)] [1 + O(k^2 a^2 \beta^{-2})]. \quad (7)$$

Из (7) нетрудно установить, что функция $|j_0(\varphi)|$ достигает минимума в точке $\varphi = -90^\circ$ и максимума в точке $\varphi = 90^\circ$, причем экстремальные значения пропорциональны $1 \mp 2ka\gamma\beta^{-1}$, так что в данном приближении минимум может быть равен нулю. Иначе говоря, при рассеянии поверхностной волны (2) на замкнутом круговом цилиндре точки $\varphi = \pm 90^\circ$ играют роль «светлого» и «темного» полюсов, по аналогии с точками $\varphi = 0, 180^\circ$ при дифракции плоской однородной волны. Этот вывод подтверждается и численным суммированием ряда (6) на ЭВМ, результаты которого приведены на рис. 2.

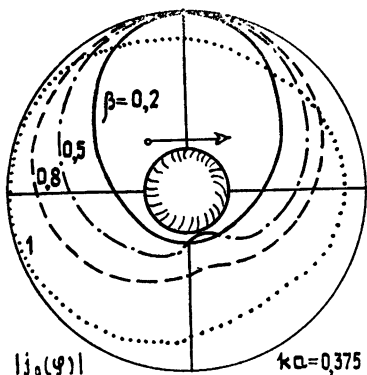


Рис. 2.

Рис. 2. Распределение тока по поверхности кругового цилиндра.

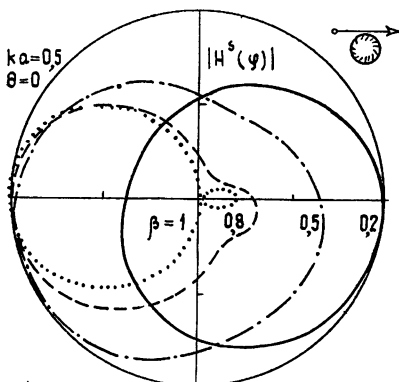


Рис. 3.

Диаграммы направленности дифракционного излучения для замкнутого цилиндра (рис. 3) обнаруживают слабую направленность. Полная мощность излучения определяется вычислением ряда

$$P_s^0 = cD^2(2\pi k)^{-1} e^{-2qa} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\mu_n J'_n(ka)|^2 \quad (8)$$

и в длинноволновом случае пропорциональна ω^3 :

$$P_s^0 = (1/8) c\pi^3 \rho_0^2 (2 + \beta^2) k^3 a^4 \exp(-2qp) [1 + O(k^2 a^2 \beta^{-2})]. \quad (9)$$

Частотная зависимость P_s^0 представлена пунктиром на рис. 1.

3. РАВНОМЕРНАЯ ДЛИННОВОЛНОВАЯ АСИМПТОТИКА. РЕЗОНАНСНОЕ ДИФРАКЦИОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Возвращаясь к задаче об излучении частицы, движущейся вблизи открытого резонатора со щелью связи, можно показать, что оценка нормы матричного оператора (5) приводит к следующему неравенству, справедливому в длинноволновой области:

$$g = \max_{m \neq 0} [\sum_n |A_{mn}| / (1 - A_{mm})] < (ka)^2 C(\varphi_0, \theta).$$

Поэтому при достаточно малых ka система (5) разрешима методом итераций. Ее решение можно представить в виде асимптотического ряда, равномерного относительно параметров θ и φ_0 . В нулевом приближении, с точностью до множителя $[1 + O(k^2 a^2 \beta^{-2})]$,

$$\mu_{\pm 1} = -D(ka)^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \left\{ \mu_0 (1 \pm \gamma) \beta^{-1} \exp(\pm i\varphi_0) + \frac{\pi}{2} \left[1 + \sin^2 \frac{\theta}{2} \exp(\mp 2i\varphi_0) (1 \pm \gamma)^2 \beta^{-2} \right] \right\},$$

$$\begin{aligned} \mu_0 = & Di\pi (ka)^2 \{4(ka)^2 - 4(k_0 a)^2 + (ka)^4 [i\pi - 2(k_0 a)^2 \xi(\theta)]\}^{-1} \times \\ & \times \left\{ ka \left[2 - (k_0 a)^2 \left(1 - 4 \sin^2 \frac{\theta}{2} + 3 \sin^4 \frac{\theta}{2} \right) \beta^{-2} [(1 + \gamma^2) \cos 2\varphi_0 - \right. \right. \\ & \left. \left. - 2i\gamma \sin 2\varphi_0] + 4i(k_0 a)^2 \beta^{-1} \cos^2 \frac{\theta}{2} (\cos \varphi_0 - i\gamma \sin \varphi_0) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (10)$$

где $(k_0 a)^2 = \left(-2 \ln \sin \frac{\theta}{2} \right)^{-1}$, $\xi(\theta) = \cos^4 \frac{\theta}{2} + \frac{1}{4} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \times$
 $\times [P_n(\cos \theta) + P_{n-1}(\cos \theta)]^2$, а P_n — полином Лежандра.

Выражения (10) позволяют получить следующую формулу для полной энергии дифракционного излучения ($\mu_0 = \mu'_0 + i\mu''_0$):

$$\begin{aligned} P_s = & \frac{c}{8\pi} D^2 e^{-2qa} ka^2 \left\{ |\mu_0|^2 \left[1 + 2(ka)^2 \beta^{-2} \cos^4 \frac{\theta}{2} (2 - \beta^2) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\pi}{2} (ka)^2 \cos^4 \frac{\theta}{2} \right] \left[1 + \sin^4 \frac{\theta}{2} \beta^{-4} (8 - 8\beta^2 + \beta^4) + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \beta^{-2} \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times (2 - \beta^2) \cos 2\varphi_0 \right] + 2\pi (ka)^2 \beta^{-1} \cos^4 \frac{\theta}{2} \mu'_0 \cos \varphi_0 \left[1 + \right. \right. \end{aligned} \quad (11)$$

$$+ \sin^2 \frac{\theta}{2} \beta^{-2} (4 - 3\beta^2) \left] + 2\pi (ka)^2 \beta^{-1} (1 - \beta^2)^{1/2} \cos^4 \frac{\theta}{2} \times \right. \\ \left. \times \mu_0'' \sin \varphi_0 \left[1 - \sin^2 \frac{\theta}{2} \beta^{-2} (4 - \beta^2) \right] \right\}.$$

При $\theta \rightarrow 0$ формула (11) переходит в аналогичное выражение (9) для кругового цилиндра. Если же $\theta \rightarrow 180^\circ$, то (11) отвечает излучению частицы, движущейся над плоской лентой шириной $2a$ ($\pi - \theta$):

$$P_s = (1/4) c\pi D^2 e^{-2qa} k^3 \left(a \cos \frac{\theta}{2} \right)^4 \beta^{-4} [\cos^2 \varphi_0 + (1 - \beta^2) \times \\ \times (1 + \sin^2 \varphi_0 - \beta^2 \sin^2 \varphi_0)]. \quad (12)$$

Формула (11) охватывает как область рэлеевского рассеяния, когда $k \ll k_0 < \beta$ и $P_s = O(k^3 a^4)$, так и резонансного рассеяния на частоте, равной k_0 при малых θ . Как известно, последний случай отвечает возбуждению в резонаторе квазиобъемного колебания щелевого типа, которое условно можно обозначить H_{00} [4].

В резонансных условиях эффективность излучения заряженных частиц резко возрастает:

$$P_s^{\text{рез}} = \frac{2\pi c}{k_0} \rho_0^2 \beta^2 e^{-2ap} \left(1 + 2k_0 a \frac{\gamma}{\beta} \cos^2 \frac{\theta}{2} \sin \varphi_0 \right) [1 + O(k^2 a^2 \beta^{-2})]. \quad (13)$$

Это значительно больше (на 4 порядка по частоте), чем энергия (9) излучения, сопровождающего движение заряженной нити вблизи сплошного идеально проводящего цилиндра: $P_s^{\text{рез}}/P_s^0 = O(k^{-4} a^{-4})$.

Резонансное возрастание энергии излучения можно выразить в терминах увеличения эффективных размеров рассеивающего объекта. Приравняв (9) и (13) друг другу при фиксированных параметрах β , h , k , ρ_0 и $\varphi_0 = 90^\circ$, придем к выводу, что незамкнутый цилиндрический резонатор по мощности излучения эквивалентен сплошному цилиндру радиуса $a^{\text{эфф}}$, причем $x = a^{\text{эфф}}/a$ является корнем уравнения

$$\ln \left\{ x \frac{(k_0 a)^2}{2} \left[\pi^2 \left(\frac{2}{\beta} + 1 \right) \right]^{1/4} \right\} = \frac{k_0 a}{2} \left(\frac{1}{\beta^2} - 1 \right)^{1/2} (x - 1). \quad (14)$$

Например, при $\beta = 0,8$, $\theta = 5^\circ$ из (14) получаем $a^{\text{эфф}} = 2,7a$.

Это же явление можно описать и в терминах изменения прицельного расстояния, от которого энергия излучения зависит экспоненциальным образом. Приравняем (9) и (13) при фиксированных β , a , k , ρ_0 . Результат сводится к тому, что если для получения заданной мощности излучения частица пролетает на расстоянии h от замкнутого цилиндра, то такую же мощность можно получить, пропустив ее на расстоянии

$$h^{\text{эфф}} = h + [\beta / \{k_0(1 - \beta^2)^{1/2}\}] \ln [4\beta(2 + \beta^2)^{-1/2} / \pi (k_0 a)^2] \quad (15)$$

от цилиндрического резонатора, настроенного на частоту k_0 . Например, при $\beta = 0,8$, $\theta = 5^\circ$ $h^{\text{эфф}} = h + 5,5a$, т. е. допустимый прицельный параметр увеличивается почти на три диаметра цилиндра.

4. РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ДИФРАКЦИОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ЭВМ

Нетрудно показать, что система (5) фредгольмова при произвольных параметрах задачи и, следовательно, разрешима методом редукции. Заметим, что, хотя матричный оператор не зависит от β , порядок усечения бесконечного ряда для B_m определяется параметром ka/β ,

что невыгодно при малых β . Заменой $\tilde{\mu}_n = \Delta_n \mu_n + i\pi(ka)^2 \times \times DI'_n [i(1-\gamma)/\beta]^n e^{in\varphi_0}$ можно избавиться от этого затруднения.

Результаты расчета частотных зависимостей P_s на ЭВМ при различных параметрах β , θ , $\varphi_0 = 90^\circ$ представлены на рис. 1. Все кривые нормированы на величину $P_N = 2c\pi\rho_0^2\beta^2 e^{-2qh}$. Выше отмечалось, что эти кривые можно рассматривать как графики спектральной плотности дифракционного излучения одиночной двумерной «частицы» — заряженной нити. Пролетая вблизи полого незамкнутого резонатора, нить вызывает вспышку излучения с непрерывным спектром частот, причем энергия, излучаемая на предельно низких и на очень высоких частотах, стремится к нулю. Последнее связано с тем, что при $\omega \rightarrow \infty$ собственное поле (2) «прилипает» к траектории частицы и слабо возбуждает токи на поверхности препятствия.

Если ввести эффективную ширину спектра излучения как полосу частот, в которой излучается подавляющая часть энергии, то оказывается, что она определяется частотами квазисобственных режимов цилиндра и их добротностями (см. рис. 1). Наибольший вклад дает квазистатический резонансный режим H_{00} , изученный в [4]. В некоторых случаях можно выделить несколько изолированных областей максимального излучения, отвечающих колебаниям типа H_{00} и H_{11}^\pm . Более высокие типы колебаний проявляются слабо, однако их вклад более заметен в релятивистском случае (ср. [7]).

Напомним, что при движении заряженных частиц вблизи нерезонансных препятствий (лента, замкнутый цилиндр) эффективная ширина спектра излучения определяется, в основном, скоростью частицы и прицельным параметром [1]. В рассматриваемом случае роль этих величин значительно менее заметна.

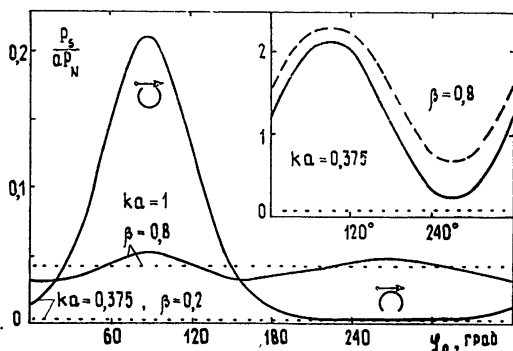


Рис. 4. Зависимость энергии излучения от ориентации щели связи при $\theta = 5^\circ$. Штриховая линия — расчет по формуле (13)

Как и следовало ожидать, наиболее эффективно резонансные колебания возбуждаются в том случае, когда частица пролетает над щелью резонатора ($\varphi_0 = 90^\circ$) — см. рис. 4. К такому же выводу приводит и формула (13). Если же щель развернуть в противоположную сторону ($\varphi_0 = -90^\circ$), то энергия излучения резко падает, что объясняется попаданием щели в область «темного полюса» — минимума функции плотности тока (7). Ранее отмечалось [2], что подобное явление наблюдается и для излучения потока над решеткой из незамкнутых цилиндров. Естественно предположить, что оно имеет аналогичное объяснение.

Особый интерес представляет распределение излучаемой энергии в пространстве, т. е. диаграмма излучения (ДИ). Как и в случае рассе-

яния плоской волны (см. [7]), необходимо четко различать резонансное и нерезонансное дифракционное излучение. При возбуждении обратных квазисобственных колебаний на поверхности кругового цилиндра на месте щели появляется мощный источник вторичного излучения, поэтому ДИ скачкообразно меняет свою форму. ДИ, показанные на рис. 5, относятся к дифракционному излучению в наиболее важном случае, при $k = k_0$, т. е. при возбуждении резонансного режима H_{00} . Они

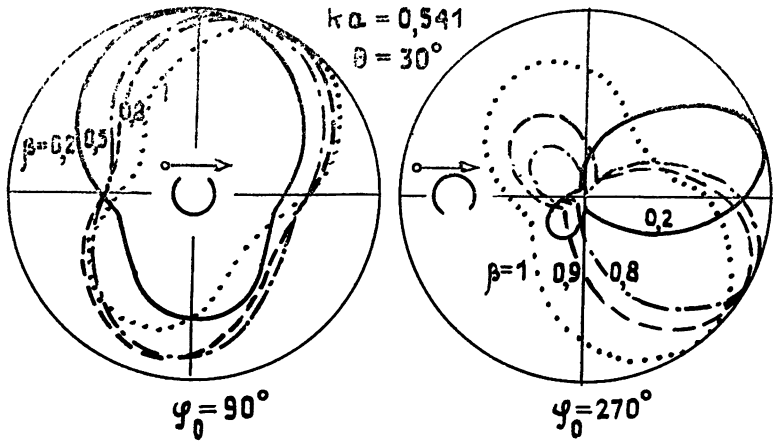


Рис. 5.

показывают, что если щель связи ориентирована оптимальным образом ($\varphi_0 = 90^\circ$), то форма ДИ близка к таковой для рассеяния плоской волны ($\beta = 1$) и при $\beta \geq 0,2$ слабо зависит от изменения скорости потока. Если же щель попадает в область «темного полюса», то ДИ приобретает специфический двухлепестковый характер и является неустойчивой, сильно изменяясь при изменении β .

Таким образом, установлено, что движение заряженной частицы вблизи незамкнутого резонатора сопровождается вспышкой дифракционного излучения с узким эффективным спектром частот, сосредоточенным около частоты квазистатического резонансного режима H_{00} . Энергия излучения максимальна в случае, когда частица пролетает над отверстием связи резонатора, что отражает неоднородный характер собственного электромагнитного поля частицы. При этом диаграмма направленности резонансного излучения оказывается устойчивой к изменению скорости частицы в широких пределах. Поворачивая щель связи, можно плавно регулировать потери энергии частицы на излучение.

Заметим также, что носителем поля неоднородной плоской волны вида (2) может быть не только плоский модулированный поток заряженных частиц (1), но и линия передачи поверхностных волн (ЛПВ), например плоский диэлектрический волновод [1]. Здесь функции параметра β выполняет относительная фазовая скорость v_{ϕ}/c поверхностной волны, причем наиболее характерны значения $\beta \geq 0,5$. В данном случае рассматриваемая структура играет роль резонансной щелевой антенны, возбуждаемой ЛПВ. Приведенные выше результаты отвечают расчету характеристик такой антенны в приближении заданного поля ЛПВ.

Автор благодарен В. П. Шестопалову за руководство работой, а также Э. И. Велиеву за полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шестопапов В. П. Дифракционная электроника. — Харьков: Гос. ун-т, 1977
2. Велнев Э. И., Носич А. И., Шестопапов В. П. — Изв. вузов — Радиофизика, 1977, 20, № 3, с. 451
3. Третьяков О. А. — Радиотехника и электроника, 1965, 10, № 7, с. 1343
4. Носич А. И., Шестопапов В. П. — ДАН СССР, 1977, 234, № 1, с. 53.
5. Шестопапов В. П. Метод задачи Римана — Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн. — Харьков: Гос. ун-т, 1971.
6. Сидоренко Е. Б., Андреев С. Д. — В сб.: Радиотехника. — Харьков: Гос. ун-т, 1975, 34, с. 86
7. Носич А. И. — Радиотехника и электроника, 1978, 23, № 8, с. 1733.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
19 июня 1980 г.

DIFFRACTION RADIATION ACCOMPANYING MOTION OF CHANGED PARTICLES CLOSE TO AN OPEN RESONATOR

A. I. Nosich

In the approximation of the given current a radiation is considered which occurs when charged particles move close to a hollow unclosed ideally conducting cylinder. It is shown that a particle causes a burst of the diffraction radiation with a narrow effective spectrum of frequencies. The directivity pattern and the complete energy of the resonance radiation are studied.

ИНФОРМАЦИЯ

ГЕОМАГНЕТИЗМ И АЭРОНОМИЯ

т. XX, № 5, 1980 г.

Аннотации статей, представляющих интерес для читателей «Радиофизики»

Я. Л. Альперт. Об элементах тензора и коэффициентах преломления и затухания магнитоактивной столкновительной плазмы

Дан вывод и приведены формулы элементов тензора, полученные для магнитоактивной столкновительной холодной плазмы. Показано, что используемые в литературе элементы тензора с эффективной массой приводят к существенным количественным и качественным погрешностям при определении коэффициентов преломления и затухания в диапазоне частот $0 < \omega \sim \Omega_{H\epsilon}$. Установлено, что в узком интервале частот коэффициент затухания необыкновенной (магнитозвуковой) волны χ_2 имеет резкий максимум. Приведены формулы коэффициентов затухания, зависящие от чисел столкновений ν_{ee} и ν_{ii} между заряженными частицами одного сорта, полученные на основе кинетической теории

Н. Д. Борисов, А. В. Гуревич. Высоочастотный импульсный пробой воздуха в пересекающихся пучках радиоволн

Исследуется структура ионизованной области, возникающей в атмосфере при многократном импульсном пробое в пересекающихся пучках радиоволн. Учитывается влияние ветра, диффузии и рекомбинации на образование и срыв стационарного состояния. Показано, что ионизованная область может состоять из одного или нескольких достаточно узких слоев.

Г. С. Бочкарев, И. Б. Егоров, В. А. Еременко, Ю. К. Калинин, Б. Е. Лянной, Ю. Н. Черкашин. Моделирование воздействия мощной волны на ионосферу при наклонном падении.

Цель работы — интерпретация эффекта нелинейного воздействия мощной волны на слабую, полученную в эксперименте по наклонному распространению декаметровых радиоволн разных мощностей и близких частот. Интерпретация проводится на основе анализа результатов расчета волновых полей по методу параболического уравнения в окрестности каустики, где сильны эффекты взаимодействия падающей и отраженной волн, и лучевой структуры этих полей по всей радиотрассе, включая и область каустики.

(Окончание см. стр. 1027)