

УДК 621 396 67 01 537 874 6

ИЗЛУЧЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ТОКОВ НАД БЕСКОНЕЧНОЙ ПРОВОДЯЩЕЙ УГОЛКОВОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

А. И. Шалякин

Проанализированы направленные свойства уголкового экрана в поперечной плоскости при его возбуждении линейными вибраторами. Рассматриваемая модель уголкового экрана представляет собой бесконечную периодическую структуру, состоящую из уголковой поверхности и фазированных линейных электрических токов параллельных образующей поверхности. На основе численного решения интегрального уравнения исследовано поведение диаграмм направленности элемента периодической структуры. Показано, что увеличение угла сканирования до некоторой величины, зависящей от периода уголковой поверхности, сопровождается усилением плотности потока мощности в направлении сканирования.

Исследование характеристик некоторых антенных устройств связано с решением задачи дифракции на проводящем теле. В частности, большое внимание уделяется важной для практики уголковой структуре. В работе [1] проводится анализ направленных свойств уголковой антенны в поперечной плоскости. Модель уголковой антенны представляет собой бесконечно протяженный вдоль ребра уголковый рефлектор, а вибратор заменяется линейным электрическим током. Диаграмма направленности уголковой антенны находится на основе численного решения интегрального уравнения относительно плотности тока на гранях уголкового рефлектора.

Во многих работах рассматривается также задача дифракции плоской волны на бесконечной периодической пилообразной (уголковой) поверхности с углом при вершинах зубцов 90° (эшелетте). В [2] содержится обзор этих работ и проводится анализ дифракционных свойств эшелетта методом полуобращения. Задача дифракции сводилась к отысканию амплитуд пространственных гармоник, рассеянных в полупространстве над зубцами эшелетта.

Представляется интересным рассмотреть направленные свойства уголкового экрана, состоящего из уголковых рефлекторов, при его возбуждении линейными вибраторами (рис. 1). Следует ожидать, что элемент уголкового экрана увеличивает направленность линейного

Рис. 1. Уголковый экран с линейными вибраторами.

вибратора в поперечной плоскости по сравнению с достаточно распространенным плоским экраном. Благодаря этому для узких секторов сканирования в этой плоскости может быть получен эффект в экономии числа излучателей [3]. Этот эффект становится особенно ощутимым

для антенн с большим числом излучателей. Эти соображения стимулируют постановку задачи об излучении линейных вибраторов над угловым экраном.

Пусть линейные вибраторы располагаются в биссекториальной плоскости каждого уголкового рефлектора с углом при вершине ψ параллельно его ребру на расстоянии b от него. Специфика антенных решеток вызывает необходимость решения задачи в резонансной частотной области (период уголкового экрана составляет $d = (0,5 \div 1,0) \lambda$, где λ — длина волны).

Исследование направленных свойств многоэлементного уголкового экрана в поперечной плоскости проведем на следующей модели. Уголкового экрана считается бесконечно протяженным вдоль ребра и образует периодическую уголковую поверхность, а вместо вибраторов рассматриваются линейные электрические токи, параллельные образующей поверхности. Совокупность уголковых рефлекторов и линейных электрических токов считается неограниченной, а проводимость уголковых рефлекторов бесконечно большой. Такая модель приводит к двумерной задаче дифракции цилиндрических электромагнитных волн, создаваемых бесконечной системой линейных электрических токов, на периодической уголковой поверхности. Сечение этой поверхности плоскостью, перпендикулярной ее образующей, представляет собой уголковый контур Γ (рис. 2).

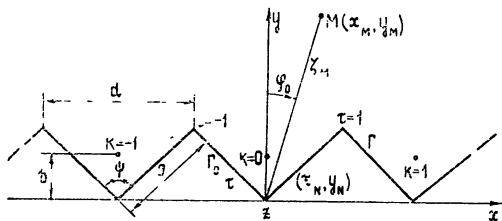


Рис. 2. Уголковый контур с линейными электрическими токами.

1. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Введем декартову прямоугольную систему координат x, y, z с началом в точке 0. Пусть линейные электрические токи возбуждаются с единичной амплитудой и линейным набегом фазы

$$I_k = \exp(-j \beta dk \sin \varphi_0),$$

где k — номер линейного электрического тока, $\beta = 2\pi/\lambda$ — волновое число, φ_0 — угол сканирования (направление синфазного излучения линейных электрических токов), причем будем для определенности считать, что угол φ_0 изменяется от 0 до 90° .

На основе результатов работ [1, 2] запишем интегральное уравнение Фредгольма 1-го рода относительно плотности тока на центральном контуре Γ_0 периодического контура Γ :

$$\int_{\Gamma_0} j_z(x_N, y_N) K(x_M - x_N, y_M - y_N) dl = -K(x_M, y_M - b), \quad (1)$$

где

$$K(x, y) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \{ \exp[-j \beta |y| \sqrt{1 - (\sin \varphi_0 + k \lambda/d)^2}] \times \\ \times \exp[-j \beta x (\sin \varphi_0 + k \lambda/d)] \} [\sqrt{1 - (\sin \varphi_0 + k \lambda/d)^2}]^{-2} \quad (2)$$

(выбрана зависимость от времени $e^{j\omega t}$).

В (2) выбирается такая ветвь функции $\omega = \sqrt{z}$, которая в области $z > 0$ принимает в точке $z_0 = 1$ значение $\omega_0 = 1$, а в области $z < 0$ принимает в точке $z_0 = -1$ значение $\omega_0 = -j$.

Задав уголкового контур Γ_0 в параметрической форме [1]

$$\begin{aligned} x_N &= at \sin(\psi/2), \\ y_N &= a|t| \cos(\psi/2), \quad |t| \leq 1, \end{aligned} \quad (3)$$

интегральное уравнение (1) преобразуем к виду

$$\int_{-1}^1 j_z(\tau) K_1(\tau, t) dt = -\frac{1}{a} K_2(\tau), \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} K_1(\tau, t) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\exp [p_k (|\tau| - |t|) + q_k (t - \tau)]}{\sqrt{1 - (\sin \varphi_0 + k\lambda/d)^2}}, \\ K_2(\tau) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \{ \exp [-j\beta a (|\tau| \cos(\psi/2) - b/a) \times \\ &\times \sqrt{1 - (\sin \varphi_0 + k\lambda/d)^2} - q_k \tau] \} [V \sqrt{1 - (\sin \varphi_0 + k\lambda/d)^2}]^{-2} \end{aligned} \quad (5)$$

и введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} q_k &= j\beta a \sin(\psi/2) (\sin \varphi_0 + k\lambda/d), \\ p_k &= -j\beta a \cos(\psi/2) \sqrt{1 - (\sin \varphi_0 + k\lambda/d)^2}. \end{aligned}$$

По распределению плотности поверхностного тока можно определить диаграмму направленности центрального элемента структуры (ячейка периодической поверхности с линейным электрическим током) при условии, что структура возбуждена всеми линейными электрическими токами.

Напряженность полного электрического поля, создаваемого элементом в точке M , равна

$$\begin{aligned} E_z^{(s)}(M) &= -\omega\mu/4 \{ H_0^{(2)}(\beta \sqrt{x_M^2 + (y_M - b)^2}) + \int_{\Gamma_0} j_z(x_N, y_N) \times \\ &\times H_0^{(4)}(\beta \sqrt{(x_M - x_N)^2 + (y_M - y_N)^2}) dl \}. \end{aligned} \quad (6)$$

В дальней зоне формула (6) упрощается. В этом случае для аргументов $H_0^{(2)}(z)$ в (6) имеем

$$\begin{aligned} \beta \sqrt{x_M^2 + (y_M - b)^2} &\approx \beta (r_M - b \cos \varphi), \\ \beta \sqrt{(x_M - x_N)^2 + (y_M - y_N)^2} &\approx \beta (r_M - x_N \sin \varphi - y_N \cos \varphi), \end{aligned}$$

где $r_M = \sqrt{x_M^2 + y_M^2}$, $\sin \varphi = x_M/r_M$, $\cos \varphi = y_M/r_M$, а (r_M, φ) — координаты точки M в цилиндрической системе координат (рис. 2), причем угол φ изменяется в следующих пределах: $-90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$.

Используя асимптотическое выражение для $H_0^{(2)}(z)$ при $z \gg 1$ [4], для $E_z^{(s)}(M)$ получим

$$E_z^{(s)}(M) = -\frac{\omega\mu}{2\sqrt{2}\beta\pi} \frac{\exp(-j\beta r_M + \gamma\pi/4)}{\sqrt{r_M}} f_s(\varphi),$$

где

$$f_s(\varphi) = e^{j3b\cos\varphi} + \int_{\Gamma_0} j_z(x_N, y_N) \times$$

$$\times \exp [j\beta (x_N \sin \varphi + y_N \cos \varphi)] dl$$

— диаграмма направленности элемента структуры.

Используя параметрическое представление контура Γ_0 (3), для $f_3(\varphi)$ можно найти

$$f_3(\varphi) = e^{j\beta \cos \varphi} + a \int_{-1}^1 j_z(t) \exp [j\beta a |t| \cos (\psi/2 - \operatorname{sgn}(t) \varphi)] dt.$$

Заметим, что $f_3(\varphi)$ зависит от угла сканирования φ_0 так, как распределение плотности поверхностного тока зависит от угла φ_0 .

Полное поле рассматриваемой бесконечной периодической структуры на большом расстоянии от нее ($\beta y_M \gg 1$) состоит из плоских волн (пространственных гармоник). Поскольку рассматриваются периоды $d < \lambda$, то полное поле структуры состоит не более чем из двух плоских волн, причем одна плоская волна распространяется в направлении сканирования φ_0 , а другая — в направлении дифракционного максимума минус первого порядка φ_{-1} . Для полного поля рассматриваемой структуры можно найти

$$E_z(M) = -\omega \mu / 2\beta d \sum_{k=0, -1} \frac{\exp [-j\beta (x_M \sin \varphi_k + y_M \cos \varphi_k)]}{\cos \varphi_k} f_c(\varphi_k),$$

где $\sin \varphi_k = \sin \varphi_0 + k\lambda/d$, а $f_c(\varphi_k) = f_3(\varphi)|_{\varphi=\varphi_k}$.

Амплитуда плоской волны, распространяющейся в направлении φ_0 , зависит от угла сканирования φ_0 и пропорциональна функции $f_c(\varphi_0)$, которую назовем диаграммой сканирования. Нашей целью является исследование поведения диаграммы сканирования $f_c(\varphi_0)$ и диаграммы направленности элемента структуры $f_3(\varphi)$.

Приближенное численное решение интегрального уравнения (4) получим обычным способом, сведя его к системе линейных алгебраических уравнений, с помощью представления плотности поверхностного тока в виде кусочно-постоянной функции

$$\sum_{m=1}^{2Q} a_{nm} x_m = b_n, \quad (7)$$

где

$$b_n = -\frac{1}{a} K_2(\tau_n), \quad a_{nm} = \int_{t_m^{-h/2}}^{t_m^{+h/2}} K_1(\tau_n, t) dt, \quad x_m = j_z(t_m), \quad (8)$$

$t_m = 1 + (m - 0,5)h$ — узлы дискретизации, $h = 1/Q$ — длина интервала.

Из условия на ребре [5] следует, что плотность поверхностного тока имеет вблизи ребра сингулярный характер. Для уменьшения ошибки аппроксимации плотности тока используем прием, заключающийся в разбиении крайних интервалов на подынтервалы.

Коэффициенты матрицы a_{nm} системы линейных алгебраических уравнений (7) интегрируются аналитически. Для коэффициентов, расположенных вне диагоналей квадратной матрицы ($|\tau_n| = |t_m|$), $K_1(\tau_n, t)$ является на интервале интегрирования равномерно сходящимся функциональным рядом. Интегрируя этот ряд почленно, получаем

$$a_{nm} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\exp [p_k (|\tau_n| - |t|) + q_k (t - \tau_n)]}{\sqrt{1 - (\sin \varphi_0 + k\lambda/d)^2} \{-p_k \operatorname{sgn}(|\tau_n| - |t_m|) \operatorname{sgn}(t_m) + q_k\}} \Big|_{t_m^{-h/2}}^{t_m^{+h/2}}.$$

Вычислим диагональные коэффициенты ($n = m$). Окружив точку $t = \tau_n$ ϵ -окрестностью, проинтегрируем равномерно сходящийся вне ϵ -окрестности ряд $K_1(\tau_n, t)$ почленно, а затем, устремив $\epsilon \rightarrow 0$, получим

$$a_{nn} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1 - (\sin \varphi_0 + k\lambda/d)^2}} \times \left\{ \frac{\exp(h/2(p_k + q_k))}{p_k + q_k} + \frac{\exp(h/2(p_k - q_k))}{p_k - q_k} - \frac{2p_k}{p_k^2 - q_k^2} \right\}.$$

Аналогично находятся коэффициенты a_{nm} ($m = 2Q - n + 1$), расположенные по другой диагонали матрицы:

$$a_{nm} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-2\tau_n q_k)}{\sqrt{1 - (\sin \varphi_0 + k\lambda/d)^2}} \times \left\{ \frac{\exp(h/2(p_k + q_k))}{p_k + q_k} + \frac{\exp(h/2(p_k - q_k))}{p_k - q_k} - \frac{2p_k}{p_k^2 - q_k^2} \right\}.$$

Таким образом, вычисление коэффициентов матрицы a_{nm} системы линейных алгебраических уравнений (7) свелось к суммированию быстро сходящихся рядов типа $f_n \sim e^{-\alpha|n|/n^2}$, $\alpha > 0$.

2. КОНТРОЛЬ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Для контроля численного решения для плотности поверхностного тока рассмотрим тестовую задачу об излучении бесконечной периодической системы линейных электрических токов, расположенных над безграничной проводящей плоскостью, и получим на основе метода зеркальных изображений аналитическое выражение для плотности поверхностного тока для этого частного случая углового поверхности ($\psi = 180^\circ$).

Распределение плотности тока по плоскости определяется тангенциальной составляющей магнитного поля линейных электрических токов и их зеркальных изображений в плоскости $y=0$. Учитывая выражение для напряженности магнитного поля линейного электрического тока единичной амплитуды в цилиндрических координатах

$$H_z = -(\beta/4) H_1^{(2)}(\beta r),$$

для распределения плотности тока по плоскости получим

$$j_z(x) = j \frac{\beta b}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-j\beta dk \sin \varphi_0)}{\sqrt{(x - kd)^2 + b^2}} H_1^{(2)}(\beta \sqrt{(x - kd)^2 + b^2}), \quad (9)$$

где $H_1^{(2)}(z)$ — цилиндрическая функция Ганкеля второго рода.

Применение формулы суммирования Пуассона [6] к (9) дает удобное выражение для $j_z(x)$.

$$j_z(x) = -\frac{1}{d} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \exp\{-j\beta [x(\sin \varphi_0 + k\lambda/d) + b \sqrt{1 - (\sin \varphi_0 + k\lambda/d)^2}]\}, \quad (10)$$

причем

$$\sqrt{1 - (\sin \varphi_0 + k\lambda/d)^2} = \begin{cases} \sqrt{1 - (\sin \varphi_0 + k\lambda/d)^2}, & (\sin \varphi_0 + k\lambda/d)^2 < 1 \\ -j \sqrt{(\sin \varphi_0 + k\lambda/d)^2 - 1}, & (\sin \varphi_0 + k\lambda/d)^2 > 1 \end{cases}$$

Для расчета плотности поверхностного тока достаточно удерживать пять-семь членов ряда (10).

• Диаграмма сканирования для плоскости имеет вид

$$f_c(\varphi_0) = 2j \sin(\beta b \cos \varphi_0). \quad (11)$$

Результаты расчета плотности тока на плоскости по формуле (10) и на основе численного решения интегрального уравнения (4) для $\psi = 180^\circ$ совпадают с графической точностью. Численное значение диаграммы сканирования совпадает со значением (11) с высокой точностью.

В качестве другой тестовой проверки для контроля численного решения рассматривалась задача дифракции плоской волны на уголко-вой поверхности с $\psi = 90^\circ$ (эшелетте). Для этого в программе для ЭВМ возбуждение системой линейных электрических токов заменялось возбуждением плоской волной, падающей нормально на поверхность. Расчет амплитуды плоской волны, рассеянной в направлении $\varphi = 0^\circ$ для $d = 1,25\lambda$, совпадает со значением [2] с точностью 3% (порядок матрицы системы линейных уравнений равен 22).

Решение интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода является некорректно поставленной задачей [7]. В то же время из (5) видно, что ядро интегрального уравнения при совпадении аргументов имеет логарифмическую особенность. Благодаря этому диагональные коэффициенты a_{nn} превосходят по величине остальные коэффициенты. При уменьшении интервала разбиения, что приводит к уменьшению ошибки аппроксимации тока, диагональные коэффициенты монотонно убывают, а решение становится неустойчивым к погрешностям вычислений. Для систематических расчетов порядок матрицы выбран равным 22. В этом случае на длину волны приходится около 10 интервалов разбиения, а решение устойчиво.

3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА

Из принципа линейной суперпозиции следует, что диаграмма сканирования $f_c(\varphi_0)$ совпадает с диаграммой рассеяния цилиндрической электромагнитной волны, создаваемой одним линейным электрическим током, на бесконечной периодической уголко-вой цилиндрической поверхности. Поэтому представляет интерес сравнить диаграмму сканирования с диаграммой направленности $f(\varphi)$ уголкового рефлектора при его возбуждении линейным электрическим током [1]. Такое сравнение приведено на рис. 3 для $\psi = 90^\circ$, $b = 0,5\lambda$, $a = 0,53\lambda$. Диаграмма рассеяния цилиндрической электромагнитной волны $f_c(\varphi)$ претерпевает излом в направлении $\varphi_{0M} = \arcsin(1 - \lambda/d)$, соответствующем условию появления дифракционного максимума, что является следствием ано-маллии Вуда.

Плотность потока мощности в направлении сканирования φ_0 пропорциональна $|f_c(\varphi_0)|^2$. Видно, что уголко-вая поверхность увеличивает плотность потока мощности в направлении φ_0 по сравнению с плоской поверхностью, при этом максимальная плотность потока мощности достигается в направлении φ_{0M} .

На рис. 4 представлены зависимости модуля и фазы плотности поверхностного тока для уголко-вой поверхности ($\psi = 90^\circ$) при различных углах сканирования φ_0 , соответствующих распространению одной плоской волны. Распределение модуля поверхностного тока при увеличении угла φ_0 становится несимметричным, причем большая часть поверхностного тока возбуждается на стороне грани, противоположной на-

правлению сканирования. Плотность поверхностного тока вблизи ребер $\tau = \pm 1$ имеет сингулярный характер, а разность фаз плотности тока на ребрах уголковой поверхности приблизительно равна $\beta d \sin \varphi_0$.

На рис. 5 представлены диаграммы направленности элемента уголковой структуры ($\psi = 90^\circ$, $b = 0,3 \lambda$, $d = 0,75 \lambda$) для различных углов сканирования φ_0 . При увеличении угла φ_0 максимум диаграммы направленности перемещается в сторону направления сканирования φ_0 . Уровень излучения в направлениях $\varphi = \pm 90^\circ$ приблизительно равен $-9 \div 11$ дБ относительно уровня излучения в направлении φ_0 .

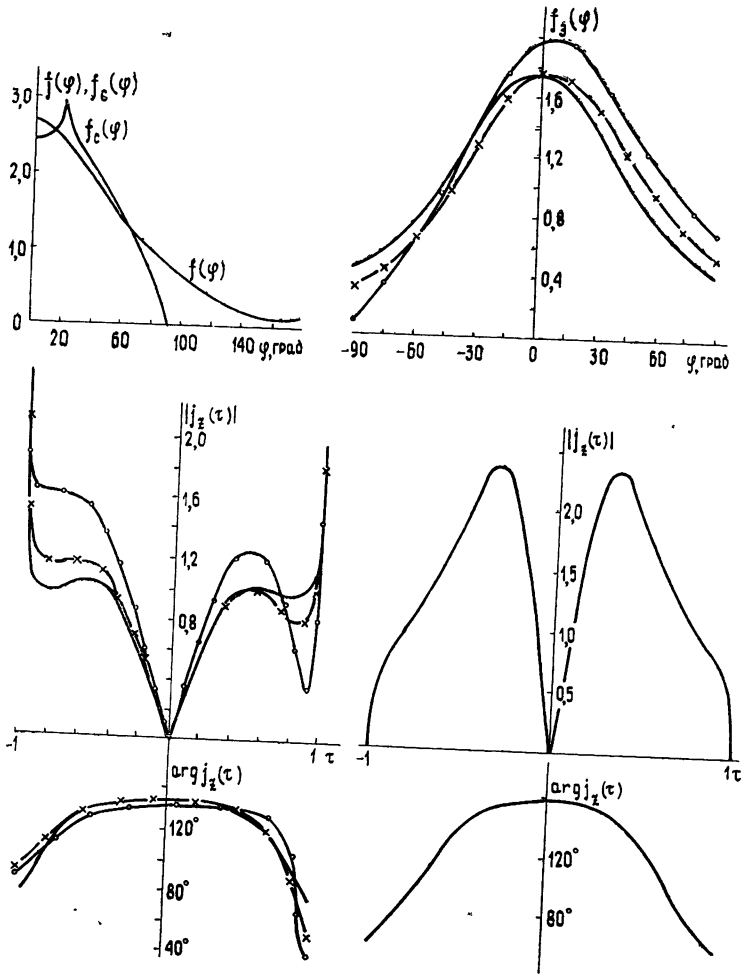


Рис. 3 Диаграмма рассеяния цилиндрической электромагнитной волны на уголковом рефлекторе и бесконечной периодической уголковой поверхности

$\psi = 90^\circ$, $a = 0,53 \lambda$, $b = 0,5 \lambda$

Рис 4 Распределение плотности поверхностного тока $\psi = 90^\circ$, $d = 0,75 \lambda$, $b = 0,4 \lambda$, сплошная кривая — $\varphi_0 = 0^\circ$, крестики — $\varphi_0 = 10^\circ$, кружки — $\varphi_0 = 20^\circ$.

Рис 5 Диаграмма направленности элемента уголковой структуры: $\psi = 90^\circ$, $d = 0,75 \lambda$, $b = 0,3 \lambda$, сплошная кривая — $\varphi_0 = 0^\circ$, кружки — $\varphi_0 = 10^\circ$, крестики — $\varphi_0 = 20^\circ$

Рис 6 Распределение плотности поверхностного тока. $\psi = 90^\circ$, $d = 1 \lambda$, $b = 0,3 \lambda$, $\varphi_0 = 30^\circ$ ($\varphi_{-1} = -30^\circ$)

Коэффициент направленного действия в поперечной плоскости в направлении $\varphi_0 = 0^\circ$ элемента плоскости ($d = 0,5 \lambda$, $b = 0,25 \lambda$)

составляет $D_H = 2,7$, а для элемента уголковой структуры ($\psi = 90^\circ$, $d = 0,75 \lambda$, $b = 0,3 \lambda$) — 4,4. Таким образом, для рассмотренного примера увеличение периода уголковой поверхности в 1,5 раза приводит к увеличению направленности элемента структуры в 1,63 раза. Следовательно, для узких секторов сканирования в поперечной плоскости ($|\varphi_0| \leq 20^\circ$) число линейных вибраторов над уголковым экраном может быть уменьшено в 1,5 раза по сравнению с плоским экраном.

Отметим, что при выполнении условия $\varphi_0 = -\varphi_{-1}$ (φ_{-1} — направление дифракционного максимума) распределение плотности поверхностного тока $j_z(\tau)$ становится симметричным и появляются узлы (нули) плотности тока на ребрах уголковой поверхности, что иллюстрируется расчетом $j_z(\tau)$ для $\psi = 90^\circ$, $b = 0,3 \lambda$, $d = 1 \lambda$, $\varphi_0 = 30^\circ$ ($\varphi_{-1} = -30^\circ$) на рис. 6.

Результаты исследования сводятся к следующему.

1) Максимальная плотность потока мощности уголковой структуры при ее возбуждении линейными токами достигается в направлении сканирования, соответствующем условию возникновения дифракционного максимума.

2) Найдена диаграмма рассеяния цилиндрической электромагнитной волны, создаваемой линейным электрическим током, на бесконечной периодической уголковой поверхности.

3) При выполнении условия $\varphi_0 = -\varphi_{-1}$ (φ_{-1} — направление дифракционного максимума) распределение плотности поверхностного тока имеет узлы (нули) плотности тока на ребрах уголковой поверхности.

4) Благодаря увеличению направленности излучающего элемента в случае уголковой поверхности по сравнению с плоскостью целесообразно создание на базе уголкового экрана многоэлементной антенны с уменьшенным числом линейных вибраторов для сканирования в поперечной плоскости в узком секторе.

В заключение автор выражает свою благодарность В. И. Классену за внимание к работе и полезные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Захаров Е В, Пименов Ю В. Изв вузов — Радиофизика, 1975, 18, № 3, с 418
2. Шестопапов В П, Литвиненко Л Н, Масалов С А Дифракция волн на решетках — Харьков: Гос ун-т, 1973
3. Марков Г. Т, Сазонов Д М Антенны — М: Энергия, 1975
4. Янке Е, Эмде Ф, Леш Ф Специальные функции — М: Наука, 1977
5. Хенл Х, Мауэ А, Вестпфаль К. Теория дифракции — М: Мир, 1964
6. Сидоров Ю В, Федорюк М В, Шабунин М И Лекции по теории функций комплексного переменного — М: Наука, 1976
7. Васильев Е Н — Сборник научно-методических статей по прикладной электродинамике. 1977, вып 1, с. 94

Поступила в редакцию
13 июня 1980 г

RADIATION OF LINEAR ELECTRIC CURRENTS ABOVE INFINITELY CONDUCTING ANGULAR SURFACE

A. I. Shalyakin

Directional properties of an angular screen are analysed in a transverse plane when it is excited by a linear vibrator. The model of this angular screen is an infinite periodic structure consisting of an angular surface and phased linear electric currents parallel to the developing surface. Based on the numerical solution of an integral equation the behaviour of directivity patterns of an element of the periodic structure is studied. It is shown that an increase of the scanning angle up to a certain value is accompanied by an increase of the power flux density in the scanning direction.