

УДК 681.513.6 : 519.24

## АДАПТИВНОЕ КОРРЕКТИРОВАНИЕ КАНАЛА РАСПРОСТРАНЕНИЯ С ИНЕРЦИОННЫМИ ИСКАЖЕНИЯМИ СИГНАЛА

*А. А. Мальцев, И. Е. Позументов*

Теоретически исследуются характеристики адаптивного компенсатора временного канала распространения с инерционными искажениями сигнала. Получены явные выражения для весовых коэффициентов адаптивного компенсатора при экспоненциальной импульсной переходной характеристике среды. Показано, что при дельта-коррелированных входных воздействиях адаптивный фильтр может быть легко физически реализуем на базе трансверсального фильтра с двумя весовыми коэффициентами в отводах. Проведено обобщение полученных результатов на резонансный линейный канал распространения.

1. При распространении сигналов в различных средах происходит их искажение в соответствии с импульсной переходной характеристикой среды. Поэтому при приеме сообщений приходится использовать компенсаторы искажений сигналов, вносимых каналом их распространения [1].

Поскольку под действием различных факторов функция Грина среды изменяется со временем (вообще говоря, случайным образом), для корректирования канала распространения используются адаптивные методы [1-3].

В настоящей работе теоретически исследуются рабочие характеристики адаптивного компенсатора на примере выравнивания временного канала с экспоненциальной импульсной переходной характеристикой. Приводится обобщение полученных результатов при дельта-коррелированных входных воздействиях на резонансный линейный канал распространения. Показано, что в этом случае адаптивный компенсатор может быть легко физически реализуем на базе трансверсального фильтра с двумя комплексными весовыми коэффициентами в отводах.

2. На рис. 1 приведена функциональная схема эквивалентного канала распространения, состоящая из собственно канала распространения (1) и адаптивного компенсатора искажений сигнала (2). Для настройки адаптивного фильтра используется алгоритм наименьшей среднеквадратичной ошибки. При этом на вход эквивалентного канала распространения вместе с полезным сигналом  $s(t)$  подается некоррелированный с ним опорный сигнал  $d(t)$ . Последний, например, может представлять собой псевдослучайный импульсный сигнал, генерируемый по заданному закону на входе и выходе канала распространения\*.

Как известно, сигнал на выходе временного канала распространения с функцией Грина  $h(\tau)$  можно представить следующим образом:

$$x_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) x(t - \tau) d\tau, \quad x(t) = s(t) + d(t), \quad (1)$$

\* Заметим, что при стационарных во времени характеристиках канала распространения подача опорного сигнала  $d(t)$  может быть прекращена после окончания процесса адаптации.

причем  $h(\tau) \equiv 0$  при  $\tau < 0$ . Искаженный выходной сигнал  $x_1(t)$  подается далее на адаптивный компенсатор, который представляет собой трансверсальный фильтр с адаптивно управляемыми весовыми коэффициентами в отводах (см. рис. 2).

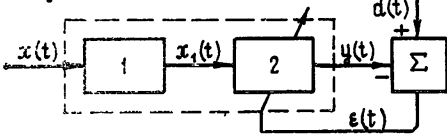


Рис 1.

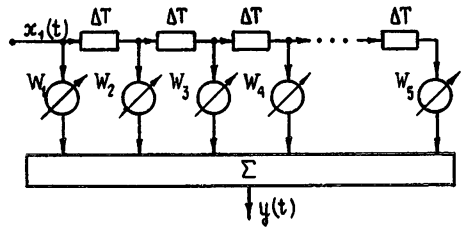


Рис 2.

Оптимальное значение вектора весовых коэффициентов  $W^T \equiv (W_1, W_2, \dots, W_M)$  представляет собой известное решение Винера — Хопфа [2]:

$$W^* = R_1^{-1} P, \quad (2)$$

где  $R_1 \equiv \langle X_1 X_1^T \rangle$ ,  $P \equiv \langle d(t) X_1 \rangle$ ,  $X_1 \equiv (x_1(t), x_1(t - \Delta T), \dots, x_1(t - (M - 1) \Delta T))$ , надстрочный индекс «т» означает транспортирование.

Будем считать, что функция Грина  $h(\tau)$  является экспоненциальной, т. е.

$$h(\tau) = b e^{-a\tau}, \quad \tau \geq 0.$$

Предположим, что в канале распространения происходит существенное искажение полезного сигнала, т. е.  $a \tau_s \ll 1$ . Тогда для идентификации этих искажений (с целью последующей компенсации) необходимо, чтобы время корреляции опорного сигнала  $\tau_d$  было много меньше постоянной времени функции Грина  $h(\tau)$ :  $\tau_d a \ll 1$ . В этом случае матрицу ковариации  $R_1$  можно представить в следующем простом виде:

$$R_1 = \frac{b^2}{a} (\sigma_s^2 \tau_s + \sigma_d^2 \tau_d) \begin{bmatrix} 1 & r & r^2 & \dots & r^{M-1} \\ r & 1 & r & \dots & r^{M-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r^{M-1} & r^{M-2} & r^{M-3} & \dots & 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где  $\sigma_s^2$  и  $\sigma_d^2$  — дисперсии  $s(t)$  и  $d(t)$ ,  $r = e^{-a\Delta T}$  — коэффициент корреляции выходного сигнала канала распространения на элементарной задержке  $\Delta T$  адаптивного фильтра.

Вектор взаимной корреляции  $P$  при сделанных предположениях примет вид

$$P^T = b \sigma_d^2 \tau_d [1, \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{M-1}], \quad (4)$$

где  $\rho_i \equiv \sigma_d^2 \langle d(t) d(t - i \Delta T) \rangle$ .

Для определения оптимального значения вектора весовых коэффициентов запишем явный вид обратной матрицы  $R_1^{-1}$  [4,5]:

$$R_1^{-1} = \frac{a}{b^2 (\sigma_d^2 \tau_d + \sigma_s^2 \tau_s)} \frac{1}{1 - r^2} \begin{bmatrix} 1 & -r & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -r & 1 + r^2 & -r & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Из (2) с учетом (4), (5)-найдем

$$W_1^* = \frac{\sigma_d^2 \tau_d}{\sigma_d^2 \tau_d + \sigma_s^2 \tau_s} \frac{a}{b(1-r^2)} (1 - r \rho_1),$$

$$W_i^* = \frac{\sigma_d^2 \tau_d}{\sigma_d^2 \tau_d + \sigma_s^2 \tau_s} \frac{a}{b(1-r^2)} [-r \rho_{i-2} + \rho_{i-1} (1 + r^2) - r \rho_i], \quad (6)$$

$$i \neq 1, M,$$

$$W_M^* = \frac{\sigma_d^2 \tau_d}{\sigma_d^2 \tau_d + \sigma_s^2 \tau_s} \frac{a}{b(1-r^2)} (\rho_{M-1} - r \rho_{M-2}).$$

Определим также мощность сигнала ошибки  $\langle \varepsilon^2 \rangle_{\min}$ , величина которой характеризует эффективность работы адаптивного компенсатора канала:

$$\langle \varepsilon^2 \rangle_{\min} = \sigma_d^2 - P^T W^*. \quad (7)$$

Положим для простоты, что опорный сигнал  $d(t)$  является экспоненциально коррелированным, т. е.  $\rho_i = \exp(-i \Delta T / \tau_d) = \rho^i$ . В этом случае подстановка (4), (6) в (7) приводит к следующему выражению для  $\langle \varepsilon^2 \rangle_{\min}$ :

$$\langle \varepsilon^2 \rangle_{\min} = \sigma_d^2 \left\{ 1 - \frac{a \sigma_d^2 \tau_d^2}{\sigma_d^2 \tau_d + \sigma_s^2 \tau_s} \frac{(1 - \rho r)^2 - \rho^{2(M-1)} (\rho - r)^2}{(1 - r^2) (1 - \rho^2)} \right\}. \quad (8)$$

Отсюда следует, что мощность сигнала ошибки тем меньше, чем больше мощность опорного сигнала  $d(t)$  по сравнению с мощностью полезного сообщения  $s(t)$ .

3. Проанализируем полученные характеристики в случае, когда время корреляции опорного сигнала  $\tau_d$  много меньше времени задержки между отводами  $\Delta T$  ( $\rho_i \rightarrow 0$ ). При этом (6) и (8) соответственно примут вид

$$W_1^* = \frac{D_d}{D_x} \frac{a}{b} \frac{1}{1-r^2}, \quad W_2^* = -\frac{D_d}{D_x} \frac{a}{b} \frac{r}{1-r^2}, \quad (9)$$

$$W_i^* := 0, \quad i = 3, 4, \dots, M;$$

$$D_{\varepsilon_{\min}} = D_d \left[ 1 - \frac{D_d}{D_x} \frac{a \tau_k}{(1 + a \tau_k) (1 - r^2)} \right], \quad (10)$$

где  $D_d = 2\sigma_d^2 \tau_k$  — спектральная плотность мощности случайного процесса  $d(t)$ ,  $D_x = D_d + D_s$ .

Для оценки степени компенсации искажений, вносимых каналом распространения, исследуемой адаптивной системой, рассмотрим эквивалентную передаточную функцию канала распространения и адаптивного компенсатора  $K_{\text{экив}}(\omega) = K_1(\omega) K_A(\omega)$ , где  $K_1(\omega) = |K_1(j\omega)|^2$  и  $K_A(\omega) = |K_A(j\omega)|^2$  — квадраты модулей комплексных передаточных функций канала распространения сигнала и адаптивного фильтра.

На рис. 3 приведены графики передаточных функций эквивалентного канала распространения  $K_{\text{экив}}(\omega)$  при разных значениях коэффициента корреляции  $r$  и  $D_d \gg D_s$ . Отсюда видно, что с ростом  $r$  область эффективного выравнивания канала увеличивается. За пределами этой области  $K_{\text{экив}}(\omega)$  имеет изрезанный вид, обусловленный гребенчатой формой передаточной функции адаптивного фильтра (см. (9)).

Используя (9), легко получить трансцендентное уравнение, определяющее полосу корректирования канала распространения  $\Pi$  (на уровне  $0,5 K_{\text{ЭКВ}}^{\text{max}}(\omega)$ ):

$$\frac{2}{(1-r)^2} \left[ 1 + r^2 - 2r \cos \left( a \Delta T \frac{\Pi}{a} \right) \right] = 1 + \left( \frac{\Pi}{a} \right)^2.$$

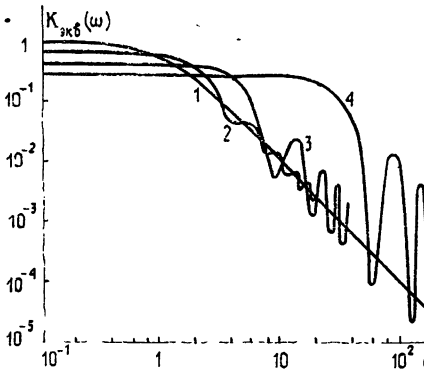


Рис. 3.

Графики коэффициентов передачи эквивалентного канала распространения; 1— $r=0$ , 2— $r=0,2$ , 3— $r=0,5$ , 4— $r=0,9$ .

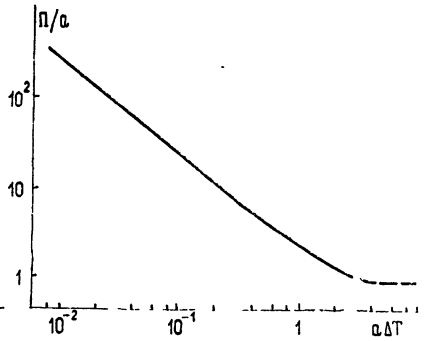


Рис. 4.

График зависимости полосы корректирования канала распространения  $\Pi/a$  от параметра  $a \Delta T$ .

Полагая  $(a \Delta T) (\Pi/a) \ll 2\pi$ , запишем последнее уравнение в следующем виде:

$$\left( \frac{\Pi}{a} \right)^4 + \frac{6}{r(a \Delta T)^4} [(1-r)^2 - 2r(a \Delta T)^2] \left( \frac{\Pi}{a} \right)^2 - \frac{6}{r(a \Delta T)^4} (1-r)^2 = 0.$$

На рис. 4 приведен график зависимости полосы выравнивания канала распространения  $(\Pi/a)$  от параметра  $a \Delta T$ . Пунктиром показан участок, где нарушается условие  $(a \Delta T) (\Pi/a) \ll 2\pi$ . Таким образом, для эффективной работы адаптивного фильтра необходимо, чтобы  $a \Delta T \ll 1$  ( $r \leq 1$ , см. рис. 3). Последнее неравенство служит условием для выбора элементарной задержки  $\Delta T$  адаптивного фильтра.

Отметим, что для компенсации искажений, вносимых каналом с  $h(\tau) = be^{-a\tau}$  и при использовании в качестве  $d(t)$  псевдослучайного сигнала с  $\tau_d \ll \Delta T$ , адаптивный фильтр, как следует из (9), может содержать только одну задержку  $\Delta T$  с двумя весовыми коэффициентами  $W_1$  и  $W_2$ .

4. Рассмотрим адаптивное выравнивание канала распространения с импульсной переходной характеристикой  $g(\tau) = h(\tau) \cos \omega_0 \tau$ , где  $h(\tau)$  — некоторая функция с характерным масштабом времени  $\tau_h$ , с помощью адаптивного фильтра на линии задержки с двумя отводами ( $M = 2$ ).

Поскольку сигнал на выходе канала распространения  $x_1(t)$  является в этом случае узкополосным случайным процессом, то для одновременной регулировки амплитуды и фазы в  $i$ -м канале адаптивного фильтра ( $i = 1, 2$ ) весовые коэффициенты  $W_i$  должны быть сделаны комплексными. Это достигается путем добавления к каждому каналу квадратурного канала со своим адаптивно подстраиваемым коэффициентом (см., например, [6]).

Матрица ковариации входных сигналов компенсатора  $R_{1\omega_0}$  и вектор взаимной корреляции  $P_{\omega_0}$ , определяющие оптимальное среднее

значёние вектора весовых коэффициентов  $W_{\omega_0}^* = (W_{1c}^*, W_{1s}^*, W_{2c}^*, W_{2s}^*)$ , в рассматриваемом случае (при  $\tau_d \ll \Delta T$ ) имеют вид

$$R_{1\omega_0} = \frac{D_d}{2} \times \begin{bmatrix} H[0] & 0 & H[\Delta T] \cos \omega_0 \Delta T - H[\Delta T] \sin \omega_0 \Delta T \\ 0 & H[0] & H[\Delta T] \sin \omega_0 \Delta T & H[\Delta T] \cos \omega_0 \Delta T \\ H[\Delta T] \cos \omega_0 \Delta T & H[\Delta T] \sin \omega_0 \Delta T & H[0] & 0 \\ -H[\Delta T] \sin \omega_0 \Delta T & H[\Delta T] \cos \omega_0 \Delta T & 0 & H[0] \end{bmatrix},$$

$$P_{\omega_0}^* = (D_d/2) (h(0), 0, 0, 0), \quad (11)$$

где  $H[\tau] = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) h(\tau_1 - \tau) d\tau_1$  — функция корреляции 1-го рода функции  $h(t)$  [7].

Из (2) и (11) находим оптимальные средние значения весовых коэффициентов адаптивного фильтра:

$$W_{1c}^* = \frac{h(0)}{H[0](1-r_{\omega_0}^2)}, \quad W_{1s}^* = 0, \quad (12)$$

$$W_{2c}^* = -\frac{r_{\omega_0} h(0)}{H[0](1-r_{\omega_0}^2)} \cos \omega_0 \Delta T, \quad W_{2s}^* = \frac{r_{\omega_0} h(0)}{H[0](1-r_{\omega_0}^2)} \sin \omega_0 \Delta T,$$

где  $r_{\omega_0} = H[\Delta T]/H[0]$ .

Выражения (12) определяют передаточную функцию компенсатора канала  $K_A(\omega)$ :

$$K_A(\omega) = |W_1^*|^2 + |W_2^*|^2 - 2|W_1^*||W_2^*| \cos(\omega - \omega_0)\Delta T, \quad (13)$$

где  $|W_i^*| = \sqrt{W_{ic}^{*2} + W_{is}^{*2}}$ ,  $i = 1, 2$ .

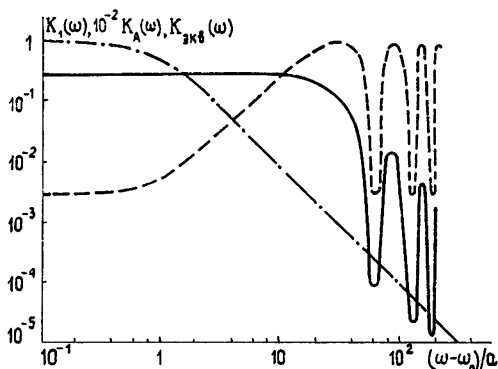


Рис. 5 Спектр мощности сигнала  $d(t)$  на выходе канала  $K_1(\omega)$  (штрихпунктирная линия) и коэффициенты передачи адаптивного фильтра  $K_A(\omega)$  (пунктирная линия) и эквивалентного канала распространения  $K_{Экв}(\omega)$  (сплошная линия)

Как следует из (13), функция  $K_A(\omega)$  имеет провал на частотах  $\omega$  вблизи  $\omega_0$ . Это свидетельствует о «выбеливании» сигнала  $x_1(t)$  в полосе пропускания канала  $g(\tau)$ , т. е. происходит выравнивание передаточной функции эквивалентного канала распространения. Для иллюстрации на рис. 5 приведены кривые, соответствующие нормированному спектру мощности сигнала  $d(t)$  на выходе канала распространения  $K_1(\omega)$  (штрихпунктирная линия) при  $h(\tau) \sim e^{-a\tau}$  и передаточным функциям адаптивного фильтра  $K_A(\omega)$  (штриховая линия) и эквивалентного канала распространения  $K_{Экв}(\omega)$  (сплошная

ная линия). Кривые построены при  $H[\Delta T]/H[0] = 0,9$ . Отсюда видно, что при выбранных параметрах эффективное корректирование канала наблюдается в области частот, которая более чем в 10 раз превышает полосу  $K_1(\omega)$ . Отметим также, что зависимость относительной полосы выравнивания от параметра  $a\Delta T$  соответствует показанной на рис. 4.

Используя (11), (12), легко найти выражение для относительной среднеквадратичной ошибки, которое при  $\Delta T \ll \tau_h$  примет следующий вид:

$$\frac{\langle \epsilon^2 \rangle}{\sigma_d^2} = 1 - \frac{h^2(0)}{2|H'[0]|} \frac{\tau_d}{\Delta T}. \quad (14)$$

Поскольку  $\tau_d/\Delta T \ll 1$ , то  $\langle \epsilon^2 \rangle/\sigma_d^2 \sim 1$ . Это объясняется тем фактом, что основная мощность опорного сигнала  $d(t)$  приходится на частоты вне полосы эффективного выравнивания канала распространения П.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Кловский Д. Д., Сойфер В. А. Обработка пространственно-временных сигналов.— М.: Связь, 1976.
- 2 Уидроу Б. и др.— ТИИЭР, 1975, 63, № 12, с. 69.
- 3 McCool J. M., Widrow B. Int. Spec. Semin. Impact. New. Techol. Signal Process. Avimore, 1976.— London: 1976, p. 84.
- 4 Вайнштейн Л. А., Зубаков В. Д. Выделение сигналов на фоне случайных помех.— М.: Сов. радио, 1960.
- 5 Мальцев А. А., Патронис Е. Т.— Изв. вузов—Радиофизика, 1981, 24, № 3, с. 326.
- 6 Мальцев А. А., Музычук О. В., Позументов И. Е.— Радиотехника и электроника, 1978, 23, № 7, с. 1401.
- 7 Малахов А. Н. Флуктуации в автоколебательных системах.— М.: Наука, 1968.

Горьковский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
11 июня 1980г.

#### ADAPTIVE CORRECTION OF A PROPAGATION CHANNEL WITH INERTIAL DISTORTIONS OF A SIGNAL

*A. A. Mal'tsev, I. E. Pozumentov*

Characteristics of adaptive compensator of a propagation channel with inertial distortions of a signal are theoretically investigated. Explicit expressions have been derived for weight coefficients of the adaptive compensator at the exponential transfer function of a medium. It is shown that with delta-correlated input actions the adaptive filter may be physically realized on the basis of a transversal filter with two weight coefficients in tapes. Generalization of results has been made for resonance linear channel of propagation.