

УДК 621.371.332 4 : 535.36

ИНДИКАТРИСЫ РАССЕЯНИЯ И АЛЬБЕДО СИЛЬНОШЕРОХОВАТЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Л. Е. Копилович, И. М. Фукс

Предложена математическая модель, позволяющая рассчитывать индикатрисы однократного рассеяния и альbedo для сильношероховатых поверхностей с крутыми макронеровностями. Микроструктура поверхности при этом может быть произвольной — от матовой, диффузно рассеивающей по закону Ламберта, до зеркально отражающей («глянцевой»). Показано, что даже для поверхностей с очень крутыми неровностями индикатрисы рассеяния и альbedo могут определяться только актами однократного отражения. При увеличении угла скольжения возрастает роль многократных отражений и у индикатрисы появляется второй максимум — в направлении зеркального отражения.

Решение задачи дифракции волн на статистически неровной поверхности с помощью известных приближенных методов (см., например, [1-4]), не учитывающих многократные отражения, всегда приводит к почти зеркальным индикатрисам рассеяния — сильно вытянутым в направлении зеркального отражения от средней плоскости. В данной работе предложена модель, в рамках которой можно рассчитать не только диффузную индикатрису рассеяния, но и объяснить аномалии индикатрис рассеяния на сильношероховатых поверхностях, когда максимум рассеяния наблюдается не в зеркальном направлении, а в направлении на источник излучения. Такой характер имеют, например, индикатрисы рассеяния на поверхности Луны [5].

1. Пусть на статистически шероховатую поверхность $z = \zeta(\mathbf{r})$ ($\mathbf{r} = \{x, y\}$ — радиус-вектор в плоскости $z = 0$) в направлении единичного вектора α падает излучение с потоком энергии S_0 (рис. 1). Обозначим через dS_β усредненный по ансамблю реализаций $\zeta(\mathbf{r})$ поток рассеянной на поверхности энергии, распространяющейся в элементе телесного угла $d\Omega_\beta$ около направления β . Определим индикатрису рассеяния $I(\alpha, \beta)$ как отношение

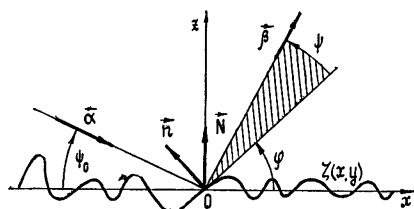


Рис. 1.

$$I(\alpha, \beta) = \frac{1}{S_0} \frac{dS_\beta}{d\Omega_\beta}. \quad (1)$$

Если не учитывать многократных рассеяний, то для статистического описания макроструктуры (рельефа) поверхности $z = \zeta(\mathbf{r})$ достаточно ограничиться заданием плотности распределения вероятностей $W(\gamma)$ наклонов $\gamma = \nabla_r \zeta(\mathbf{r})$ или единичных векторов нормали \mathbf{n} , которые связаны с γ соотношением

$$\mathbf{n} = \{n_\perp, n_z\}, \quad n_z = (1 + \gamma^2)^{-1/2}, \quad n_\perp = -n_z \gamma. \quad (2)$$

Здесь и в дальнейшем α_{\perp} — проекция вектора α на плоскость $z = 0$: $\alpha_{\perp} = \alpha - N(N\alpha)$. Будем также считать известной индикатрису рассеяния $j_n(\alpha, \beta)$ на достаточно малых, локально плоских участках макроповерхности с заданным направлением нормали n . Явный вид функции $j_n(\alpha, \beta)$ определяется микроструктурой (фактурой) поверхности и может задаваться либо феноменологически, либо как результат приближенного решения задачи дифракции на микрошероховатостях, неоднородностях и других дефектах поверхности.

а) Зеркальное отражение («глянцевая» поверхность):

$$j_n(\alpha, \beta) = (n\beta) |V(\theta_n)|^2 \delta(\alpha_{\perp n} - \beta_{\perp n}) \equiv j_n^z(\alpha, \beta). \quad (3)$$

Здесь $\alpha_{\perp n} = \alpha - n(n\alpha)$ — проекция вектора α на плоскость с нормалью n , $\theta_n = \pi - \arccos(n\alpha)$ — локальный угол падения, $V(\theta_n)$ — коэффициент отражения от плоской границы раздела (для электромагнитных волн V — коэффициент Френеля, зависящий от поляризации излучения).

б) Диффузное отражение («матовая» поверхность, рассеивающая по закону Ламберта):

$$j_n(\alpha, \beta) = x_0 \pi^{-1} (n\beta) \equiv j_n^d(\alpha, \beta). \quad (4)$$

Здесь x_0 — альbedo макроскопически плоской поверхности ($\gamma = 0$):

$$x_0 = \int_{n\beta \geq 0} j_n(\alpha, \beta) d\Omega_{\beta}. \quad (5)$$

в) Полуматовая поверхность с коэффициентом зеркальности ρ :

$$j_n(\alpha, \beta) = \rho j_n^z(\alpha, \beta) + (1 - \rho) j_n^d(\alpha, \beta). \quad (6)$$

Такая модель широко применяется, например, в физике твердого тела при описании рассеяния квазичастиц (электронов, фононов и других элементарных возбуждений) на микрошероховатостях и других дефектах границ раздела сред [6, 7].

г) Сильношероховатая поверхность с высокими (по сравнению с длиной волны), но пологими микрошероховатостями, для решения задачи дифракции на которых применим метод касательной плоскости (метод Кирхгофа); индикатриса рассеяния $j_n(\alpha, \beta)$ в этом случае определяется плотностью распределения w углов наклона микрошероховатостей относительно касательной плоскости с нормалью n в каждой точке макроповерхности $z = \zeta(\mathbf{r})$ (см., например, [3], стр. 203):

$$j_n(\alpha, \beta) = \frac{|V(\theta_n)|^2 q^4}{4 |n\alpha| q_n^4} w \left(-\frac{q_{\perp n}}{q_n} \right). \quad (7)$$

Здесь $q = \beta - \alpha$ — вектор рассеяния.

д) Слабошероховатая поверхность — с малыми и пологими микрошероховатостями, задача дифракции на которых решается методом возмущений:

$$j_n(\alpha, \beta) = (n\beta) \{ |V_{\text{эфф}}(\theta_n)|^2 \delta(q_{\perp n}) + |F_n(\alpha, \beta)|^2 \Phi(q_{\perp n}) \}. \quad (8)$$

Здесь $V_{\text{эфф}}(\theta_n)$ — эффективный коэффициент отражения когерентной составляющей волнового поля, а Φ — пространственный спектр микрошероховатостей — преобразование Фурье от автокорреляционной функции мелких неровностей. Явный вид входящих в (8) функций $V_{\text{эфф}}$ и F_n для рассеяния как акустических, так и электромагнитных волн приведен в [3], § 5—9 (см. также [8, 9]). Для полностью отражающих поверхностей с альbedo $x_0 = 1$ (идеально проводящих — в электродинамике, абсолютно мягких или абсолютно жестких — в акустике) из (8) следует связь между $V_{\text{эфф}}$ и индикатрисой рассеяния в диффузную компоненту:

$$|V_{\text{эфф}}(\theta_n)|^2 = 1 - \int_{\beta_{\perp n} < 1} d^2 \beta_{\perp n} |F_n(\alpha, \beta)|^2 \Phi(\alpha_{\perp n} - \beta_{\perp n}). \quad (9)$$

2. Обозначим через $W(\gamma | \alpha)$ условную плотность распределения вероятностей наклонов γ макрорельефа в точках первого пересечения с поверхностью $z = \zeta(\mathbf{r})$ лучей, распространяющихся в направлении α . Тогда распределение по направлениям β интенсивности поля после первого отражения от поверхности выражается формулой

$$\hat{I}(\alpha, \beta) = \int_{\Gamma} W(\gamma | \alpha) j_n(\alpha, \beta) d^2 \gamma. \quad (10)$$

Здесь область интегрирования Γ определяется неравенствами $n\beta \geq 0 \geq n\alpha$. Предположим, что распределение $W(\gamma | \alpha)$ не зависит от высоты ζ в точке первого пересечения луча α с поверхностью*. Обозначим через dS_n площадь элементарного локально-плоского участка макроповерхности с нормалью n и проекцией dS_0 на плоскость $z = 0$. Очевидно, что $W(\gamma | \alpha) dS_0$ пропорциональна вероятности $W(\gamma)$ и величине проекции dS_n на плоскость, перпендикулярную к направлению лучей α : $W(\gamma | \alpha) dS_0 \sim W(\gamma) |n\alpha| dS_n$. Учитывая, что $dS_0 = n_z dS_n$, отсюда получаем

$$W(\gamma | \alpha) = CW(\gamma) |n\alpha| n_z^{-1}, \quad (11)$$

где постоянная C определяется из условия нормировки (ось Ox выбрана, как показано на рис. 1, в плоскости падения, так, что $\alpha_x = \cos \psi_0$, $\alpha_y = 0$, $\alpha_z = -\sin \psi_0$)

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\gamma_y \int_{-\text{tg} \psi_0}^{\infty} d\gamma_x W(\gamma | \alpha) = 1, \quad (12)$$

откуда следует

$$1/C = \sin \psi_0 [1 + \Lambda(\pi, \psi_0)]. \quad (13)$$

Здесь введена функция затенений $\Lambda(\varphi, \psi)$ — среднее число пересечений с поверхностью луча, выходящего из произвольной точки поверхности в произвольном направлении β ($\beta_x = \cos \psi \cos \varphi$, $\beta_y = \cos \psi \sin \varphi$, $\beta_z = \sin \psi$):

$$\begin{aligned} \Lambda(\varphi, \psi) &= \langle \theta(\gamma_\varphi - \text{tg} \psi)(\gamma_\varphi \text{ctg} \psi - 1) \rangle = \\ &= \int_{\text{tg} \psi}^{\infty} W(\gamma_\varphi)(\gamma_\varphi \text{ctg} \psi - 1) d\gamma_\varphi \equiv \Lambda_{\beta_0}, \end{aligned} \quad (14)$$

где $\theta(x)$ — ступенчатая функция Хевисайда, скобки $\langle \dots \rangle$ означают статистическое усреднение, а $\gamma_\varphi = \gamma \beta_{\perp} / \beta_{\perp}$ — производная от случайной функции, получающейся в сечении поверхности $z = \zeta(\mathbf{r})$ плоскостью $\{N, \beta\}$. Если обозначить $\beta_0 = -\alpha_0$ и $\gamma_x = d\zeta/dx$, то

$$\Lambda(\pi, \psi_0) = \int_{\text{tg} \psi_0}^{\infty} W(-\gamma_x)(\gamma_x \text{ctg} \psi_0 - 1) d\gamma_x \equiv \Lambda_{\beta_0}. \quad (15)$$

* Для нормальной пространственно-однородной случайной поверхности это предположение является оправданным — из некоррелированности ζ и γ следует их независимость. В общем же случае это условие не выполняется — плотность распределения наклонов γ зависит от высоты ζ . Однако даже для поверхности типа синусоиды со случайной фазой, где эта зависимость довольно сильная, пренебрежение ею при учете затенений не приводит к заметным ошибкам (см например, [3], стр. 256).

Как следует из работ [10-12], вероятность отсутствия затенений произвольной точки на поверхности при освещении ее параллельным пучком лучей, распространяющихся в направлении α , равна

$$Q(\alpha) = [1 + \Lambda(\pi, \psi_0)]^{-1}, \quad (16)$$

при условии, что в данной точке $n\alpha < 0$, т. е. нет «самозатенения». Из (14) следует, что функция затенений зеркально отраженного луча в направлении $\beta_s = \{\cos \psi_0, 0, \sin \psi_0\}$,

$$\Lambda_{\beta_s} = \Lambda(0, \psi_0) = \int_{\operatorname{tg} \psi_0}^{\infty} W(\gamma_x)(\gamma_x \operatorname{ctg} \psi_0 - 1) d\gamma_x, \quad (17)$$

вообще говоря, не совпадает с Λ_{β_0} , если неровности несимметричны, т. е. $W(\gamma_x) \neq W(-\gamma_x)$.

Примером несимметричных неровностей являются ветровые волны. Различие наклонов наветренного и подветренного склонов [13] может приводить к различию затенений и, следовательно, сечений рассеяния при облучении поверхности по и против ветра, которое наблюдается экспериментально [14] и до сих пор не находило теоретического объяснения.

3. Формулой (10) описывается распределение по направлениям β потока рассеянной энергии после первого отражения от поверхности. Обозначим через $Q(\beta | \alpha)$ вероятность того, что луч, выходящий в направлении β из какой-либо точки на поверхности $z = \zeta(\mathbf{r})$ с $n\beta \geq 0$, нигде больше не пересечется с поверхностью, при условии, что эта точка освещена падающим (в направлении α) пучком лучей. Тогда индикатриса рассеяния $I_1(\alpha, \beta)$, связанная только с однократными отражениями от макрорельефа $z = \zeta(\mathbf{r})$, может быть представлена в виде

$$I_1(\alpha, \beta) = \hat{I}(\alpha, \beta) Q(\beta | \alpha). \quad (18)$$

Если $Q(\alpha, \beta)$ — совместная вероятность отсутствия затенений как падающего (α), так и отраженного луча (β), то $Q(\beta | \alpha) = Q(\alpha, \beta)/Q(\alpha)$ и из (10), (11), (16) и (18) следует

$$I_1(\alpha, \beta) = \frac{Q(\alpha, \beta)}{\sin \psi_0} \int_{\Gamma} d\gamma W(\gamma) \frac{|n\alpha|}{n_z} j_n(\alpha, \beta), \quad (19)$$

$\Gamma = \{n\beta \geq 0 \geq n\alpha\}$. Если затенения лучей α и β считать независимыми, то (см., например, [3], § 23)

$$Q(\alpha, \beta) = [1 + \Lambda_{\beta_0} + \Lambda_{\beta}]^{-1}, \quad (20)$$

где Λ_{β} и Λ_{β_0} определяются формулами (14) и (15) соответственно. При скользющем облучении, когда затенения наиболее существенны, заметная корреляция между затенениями падающего и отраженного лучей возникает только тогда, когда $\varphi \approx \pi$. Учет этой корреляции приводит к усилению (до двух раз) сечения обратного (радиолокационного) рассеяния [15]. При $\varphi = \pi$ (α и β лежат в одной плоскости по одну сторону от оси z — во втором квадранте плоскости $\{xOz\}$) затенения лучей α и β полностью коррелированы и для $Q(\alpha, \beta)$ имеет место формула ([3], § 23)

$$Q(\alpha, \beta) = [1 + \Lambda(\pi, \psi_{\min})]^{-1}, \quad \psi_{\min} = \min(\psi_0, \psi). \quad (21)$$

4. Для зеркально отражающей локально «глянцевой» поверхности, когда $j_n(\alpha, \beta)$ описывается формулой (3), интегрирование по $d\gamma$ в (19) приводит к следующему результату:

$$I_1(\alpha, \beta) = \frac{|V(\theta_0)|^2 q^4}{4 \sin \psi_0 q_z^4} W(\gamma_0) Q(\alpha, \beta), \quad (22)$$

где $\gamma_0 = -q_{\perp}/q_z$, $q_z = Nq$, $q = \beta - \alpha$, $\cos \theta_0 = q/2$. Эта формула согласуется с выражением для удельного сечения рассеяния $\sigma(\alpha, \beta) = I_1(\alpha, \beta) \sin \psi_0$, рассчитанного в приближении Кирхгофа с учетом затенений (ср. [3], формула (23.39)).

В случае двумерной шероховатой поверхности $z = \zeta(x)$ рассеяние излучения происходит только в плоскости падения $\{xOz\}$, т. е. при $\varphi = 0, \pi$. При этом удобно от углов φ и ψ перейти к $\psi_1 = \psi$ при $\varphi = \pi$ и $\psi_1 = \pi - \psi$ при $\varphi = 0$, а индикатрису рассеяния $I(\psi_0, \psi_1)$ определить как соотношение

$$I(\psi_0, \psi_1) = \frac{1}{S_0} \frac{dS_{\psi_1}}{d\psi_1}, \quad (23)$$

где dS_{ψ_1} — средний поток рассеянной энергии в секторе углов $d\psi_1$. Формула (22) в этом случае примет вид

$$I_1(\psi_0, \psi_1) = \frac{|V(\theta_0)|^2 q^4}{4 \sin \psi_0 q_z^3} W(\gamma_0) Q(\psi_0, \psi_1). \quad (24)$$

Здесь $W(\gamma_x)$ — плотность распределения случайной величины $\gamma_x = d\zeta/dx$, $\gamma_0 = \text{ctg}[(\psi_1 + \psi_0)/2]$, $Q = [1 + M(\psi_0, \psi_1)]^{-1}$, где

$$M(\psi_0, \psi_1) = \begin{cases} \Lambda(\pi, \psi_1) & (0 < \psi_1 \leq \psi_0) \\ \Lambda(\pi, \psi_0) & (\psi_0 < \psi_1 \leq \pi/2) \\ \Lambda(\pi, \psi_0) + \Lambda(0, \pi - \psi_1) & (\pi/2 < \psi_1 \leq \pi) \end{cases}. \quad (25)$$

5. Коэффициент отражения $\kappa(\alpha)$, который называют также плоским альбедо поверхности, определяется как отношение полного потока энергии, рассеянной на поверхности, к потоку энергии падающего излучения, т. е. согласно (1)

$$\kappa(\alpha) = \int I(\alpha, \beta) d\Omega_{\beta}. \quad (26)$$

Здесь интегрирование по $d\Omega_{\beta}$ происходит по всей верхней полусфере ($N\beta \geq 0$). Значением величины $\kappa(\alpha)$ определяется связь между температурой поверхности T и яркостной температурой T_{π} ее равновесного теплового излучения в направлении вектора $\beta_0 = -\alpha$ (см., например, [16, 17]):

$$T_{\pi} = [1 - \kappa(\alpha)] T. \quad (27)$$

Альбедо $\kappa_1(\alpha)$, обусловленное только однократными отражениями от макрорельефа, определим по аналогии с (26):

$$\kappa_1(\alpha) = \int_{N\beta \geq 0} I_1(\alpha, \beta) d\Omega_{\beta}. \quad (28)$$

На рис. 2, 3 приведено сравнение расчетных значений альбедо κ_1 (сплошные кривые) двумерной случайной гауссовой поверхности $z = \zeta(x)$:

$$\kappa_1(\psi_0) = \int_0^{\pi} I_1(\psi_0, \psi_1) d\psi_1, \quad (29)$$

с экспериментально определенными значениями α :

$$\alpha(\psi_0) = \int_0^\pi I(\psi_0, \psi_1) d\psi_1, \quad (30)$$

при различных дисперсиях наклонов поверхности $\Gamma_0^2 = \langle (d\zeta/dx)^2 \rangle$. Индикатриса $I(\psi_0, \psi_1)$ при этом была получена в результате моделирования процесса рассеяния на ЭВМ (см. Приложение), а $I_1(\psi_0, \psi_1)$ определялась по формулам (24), (25). Верхние кривые I относятся к идеально отражающей поверхности ($|V|=1$), т. е. α_1 в этом случае должно совпадать с вероятностью однократного рассеяния p_1 . Значками Δ нанесены полученные численным моделированием значения p_1 .

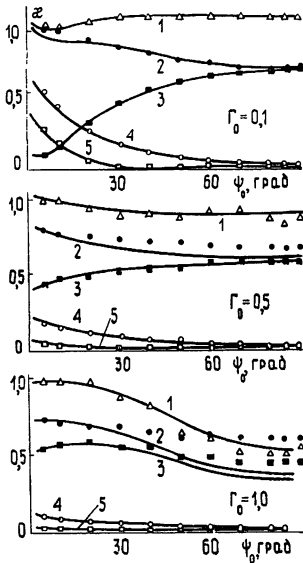


Рис. 2.

Рис. 2. Зависимость альbedo α от угла скольжения ψ_0 для поверхностей разной крутизны Γ_0 .

Кривые — расчет по формуле (29), точки — машинный эксперимент: 1 — вероятность однократного рассеяния; $\epsilon = 80 + i32$, поляризации: 2 — горизонтальная, 3 — вертикальная; $\epsilon = 2 + i0,18$, поляризации: 4 — горизонтальная, 5 — вертикальная.

Рис. 3. То же, что на рис. 2 для $\Gamma_0 = 5$.

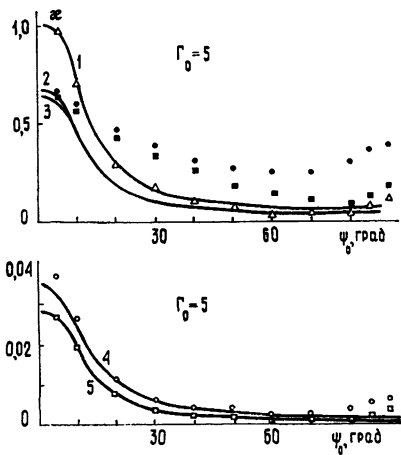


Рис. 3.

Видно, что α_1 и p_1 совпадают практически для всех углов скольжения ψ_0 в широком диапазоне Γ_0 — от 0,1 до 5,0. Незначительные расхождения наблюдаются только для очень крутых неровностей ($\Gamma_0 = 5$) при почти вертикальном облучении поверхности ($\psi_0 \gtrsim 80^\circ$). Связано это, по-видимому, с тем, что в данном случае ($\text{tg } \psi_0 \approx \Gamma_0$) затенения падающего и отраженного лучей происходят в пределах малого участка поверхности — с линейными размерами порядка одного интервала корреляции — и их уже нельзя считать независимыми: формула (25) при $\pi/2 < \psi_1 \leq \pi$ становится неприменимой и вероятность многократных рассеяний уменьшается. Эти качественные соображения подтверждаются экспериментально полученными зависимостями среднего числа отражений \bar{n} от угла скольжения ψ_0 при различных Γ_0 , приведенными на рис. 4. Видно, что вероятность многократных отражений мала не только в случае пологих неровностей ($\Gamma_0^2 \ll 1$), но и для крутых неровностей ($\Gamma_0 \gtrsim 1$) при предельно малых углах скольжения $\text{tg } \psi_0 \ll 1/\Gamma_0$, на что было указано еще в [18], исходя из качественных оценок. В этих двух предельных случаях, как видно из рис. 2, 3, экспериментально по-

лученные полные альбедо $\kappa(\psi_0)$ практически совпадают с альбедо однократных отражений $\kappa_1(\psi_0)$. Следует отметить, что многократные рассеяния возникают не только при $\Gamma_0 \gg 1$, но и в случае пологих неровностей при малых углах скольжения $\text{tg } \psi_0 \approx \Gamma_0 \ll 1$; вероятность p_1 в этой области имеет минимум, отличаясь от единицы на несколько процентов, за счет многократных отражений «вперед». Этот результат согласуется с приведенными в работах [19, 20] расчетами дефицита рассеянной энергии $(1 - \kappa_1)$ при учете только однократных отражений от идеально отражающей поверхности для $\Gamma_0 = 0,1; 0,2; 0,3$. Из приведенных графиков видно также, что даже в тех случаях, когда вероятность однократных отражений p_1 мала, но поверхность является плохо отражающей ($\epsilon = 2 + 0,18i$ — сухая почва в дециметровом диапазоне), экспериментально полученные альбедо κ хорошо совпадают с альбедо однократных отражений κ_1 , рассчитанных по формуле (29). В данном случае $|V|^2 \ll 1$, и многократные отражения не вносят заметного вклада в полное альбедо, так как при каждом следующем отражении доля рассеянной энергии уменьшается по степенному закону $\sim |V|^{2n}$ (n — кратность рассеяния).

6. Степень вытянутости индикатрисы рассеяния можно характеризовать коэффициентом анизотропии D — отношением потока энергии в радиолокационном направлении $\beta_0 = -\alpha$ к потоку энергии в направлении зеркального отражения $\beta_s = \{\cos \psi_0, 0, \sin \psi_0\}$:

$$D = \frac{I_1(\alpha, \beta_0)}{I_1(\alpha, \beta_s)} = \frac{1 + \Delta_{\beta_0} + \Delta_{\beta_s}}{(1 + \Delta_{\beta_0}) \sin^4 \psi_0} \left| \frac{V(0)}{V(\theta_0)} \right|^2 \frac{W(\gamma_0)}{W(0)}, \quad (31)$$

где $\gamma_{0x} = \text{ctg } \psi_0$, $\gamma_{0y} = 0$, $\theta_0 = \pi/2 - \psi_0$. Для нормальной случайной поверхности отсюда следует

$$D = \frac{1 + 2\Delta(0, \psi_0)}{[1 + \Delta(0, \psi_0)] \sin^4 \psi_0} \left| \frac{V(0)}{V(\theta_0)} \right|^2 \exp \left[-\frac{\text{ctg}^2 \psi_0}{2\Gamma_0^2} \right]. \quad (32)$$

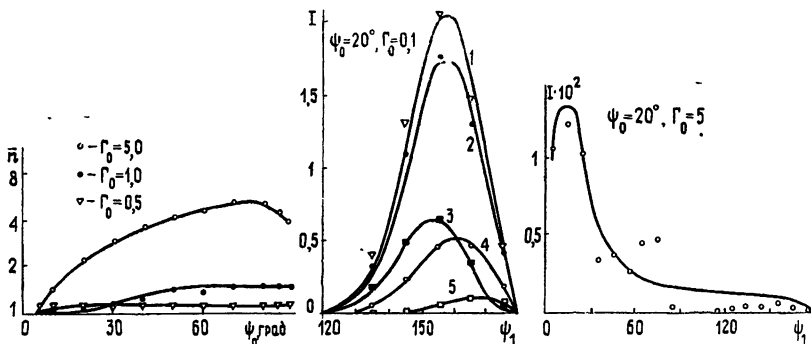


Рис. 4.

Рис. 5.

Рис. 6.

Рис. 5. Индикатрисы рассеяния на поверхности $\Gamma_0 = 0,1$, $\psi_0 = 20^\circ$.

Кривые — расчет по формуле (24), точки — машинный эксперимент; 1 — идеально проводящая поверхность, остальные обозначения те же, что и на рис. 2.

Рис. 6. Индикатриса рассеяния горизонтально поляризованного излучения при $\psi_0 = 20^\circ$ на поверхности с $\epsilon = 2 + i0,18$ и $\Gamma_0 = 5$

Видно, что сильное рассеяние назад ($D \gg 1$) может обеспечиваться даже за счет только однократных отражений при крутых неровностях $\Gamma_0^2 \gg 1$ и малых углах скольжения $\sin^4 \psi_0 \ll 1$, если

$$1 \gg \Gamma_0^2 \text{tg}^2 \psi_0 \gg (2[\ln 2 - 4 \ln \psi_0])^{-1}. \quad (33)$$

С увеличением угла скольжения, когда $\Gamma_0^2 \operatorname{tg}^2 \psi_0 \gg 1$ (но $\sin^4 \psi_0 \ll 1$), возрастает вероятность многократных отражений. В результате индикатриса $I(\psi_0, \psi_1)$, в отличие от $I_1(\psi_0, \psi_1)$, должна иметь два резко выраженных максимума — в зеркальном и радиолокационном направлениях.

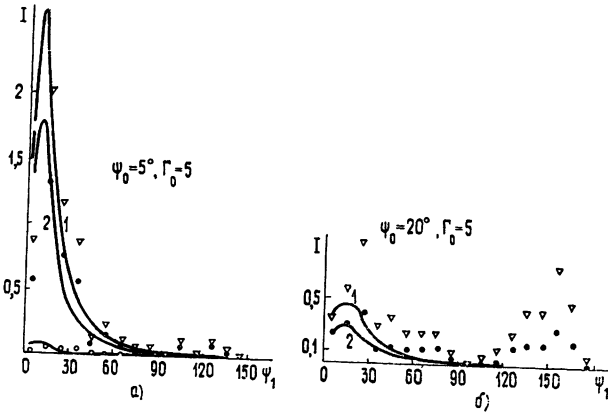


Рис. 7.

На рис. 5—7 приведены примеры индикатрис, полученных путем моделирования процесса рассеяния на ЭВМ. Видно, что при отсутствии многократных отражений ($\bar{n} \approx 1$) либо для плохо отражающих поверхностей ($|V|^2 \ll 1$) полученные экспериментально индикатрисы хорошо согласуются с индикатрисами однократного рассеяния $I_1(\psi_0, \psi_1)$, рассчитанными по формуле (24). При $\Gamma_0 = 5$ и малых углах скольжения четко прослеживается переход от сильного рассеяния назад без многократных отражений ($\psi_0 = 5^\circ$) к многократным отражениям, когда в индикатрисе присутствуют два максимума ($\psi_0 = 20^\circ$).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Вероятностное моделирование на ЭВМ многократных отражений от двумерной случайной поверхности $z = \zeta(x)$ проводилось следующим образом. Стационарный нормальный процесс $\zeta(x)$ с единичной дисперсией $\langle \zeta^2 \rangle = 1$ и гауссовой автокорреляционной функцией

$$R_\zeta(x) = \langle \zeta(X+x)\zeta(X) \rangle = \exp[-x^2/l^2] \quad (\text{П.1})$$

($l = \sqrt{2}/\Gamma_0$, где $\Gamma_0^2 = \langle \gamma^2(x) \rangle$ — дисперсия производных $\gamma(x) = d\zeta/dx$) представляется в виде отрезка ряда Фурье [21]:

$$\zeta(x) = \sum_{n=1}^N \{a_n \cos k_n x + b_n \sin k_n x\}, \quad (\text{П.2})$$

где $k_n = 2\pi n \Delta$, Δ — элементарная полоса пространственных частот, а a_n и b_n — центрированные независимые случайные нормальные величины с заданной дисперсией:

$$\langle a_n \rangle = \langle b_n \rangle = 0, \quad \langle a_n^2 \rangle = \langle b_n^2 \rangle = \Phi(k_n) \Delta. \quad (\text{П.3})$$

Здесь $\Phi(k) = (2l/\sqrt{\pi}) \exp(-k^2 l^2/4)$ — энергетический (пространственный) спектр процесса $\zeta(x)$ с эффективной шириной

$$K = \frac{1}{\pi \Phi(0)} \int_0^{\infty} \Phi(k) dk = \frac{1}{\sqrt{\pi} l}. \quad (\text{П.4})$$

Конкретный набор значений a_n, b_n , получаемый с помощью стандартной программы на ЭВМ, определяет реализацию случайного процесса.

Элементарная полоса частот принималась равной $\Delta = 3K/N$ [22]; проведенные расчеты индикатрис показали, что при значениях Γ_0 в пределах от 0,01 до 10 при вычислении $\zeta(x)$ достаточно ограничиться $N = 40$ и, следовательно, принять $\Delta = 0,04/l$.

Алгоритм, моделирующий процесс рассеяния на идеально отражающей поверхности, в качестве первого этапа включает в себя нахождение точки x_1 первого пересечения реализации $\zeta(x)$ с падающим в направлении α лучом $z_0 = -x \operatorname{tg} \psi_0$, определение наклона $\gamma(x_1)$ и направления $\beta^{(1)}$ зеркально отраженного луча $z_1(x) = \zeta(x_1) + (x - x_1) \operatorname{tg} \psi^{(1)}$. Затем находится точка x_2 пересечения $\zeta(x_2)$ с лучом $\beta^{(1)}$ и определяется направление $\beta^{(2)}$ двукратно отраженного луча $z(x_2) = \zeta(x_2) + (x - x_2) \operatorname{tg} \psi^{(2)}$ и т. д. Этот процесс повторяется до тех пор, пока луч не выходит на достаточно высокий уровень $z = c$, выше которого можно с заданной вероятностью p_c пренебречь пересечениями луча с поверхностью. Таким образом определяется угол ψ_1 , который образует уходящий от поверхности луч с осью Ox . Для совокупности случайных величин ψ_1 , полученных при фиксированном угле ψ_0 и достаточно большом наборе реализаций $\zeta(x)$ (приведенные на рис. 2—7 данные получены для 100 реализаций $\zeta(x)$), строится гистограмма распределения $P(\psi_0, \psi_1)$ — относительное число лучей $\Delta N_0/N_0$, углы выхода которых попадают в интервал от ψ_1 до $\psi_1 + \Delta\psi_1$, — и тем самым определяется индикатриса рассеяния $I(\psi_0, \psi_1) = P(\psi_0, \psi_1)/\Delta\psi_1$.

Для неидеально отражающих поверхностей в каждой точке пересечения луча с $\zeta(x)$ определяется также коэффициент отражения V , зависящий от угла между лучом и нормалью n к $\zeta(x)$ в точке пересечения. Лучу, выходящему за уровень $z = c$, ставится теперь в соответствие произведение $|V|^2$ во всех последовательных точках зеркального отражения, т. е. определяется энергетический вклад данного луча в полный поток энергии, рассеянный на поверхности.

Для оценки уровня c использовалась полученная в [23] формула для функции распределения P наибольшего корня x_m уравнения $\zeta(x) = x \operatorname{tg} \psi$:

$$P(x_m) = \left[\int_{-\infty}^c w(\zeta) d\zeta \right]^{\Lambda(q)}, \quad (\text{П.5})$$

где $c = x_m \operatorname{tg} \psi$, $q = \Gamma_0/\operatorname{tg} \psi$, $w(\zeta)$ — плотность распределения ординат ζ ,

$$\Lambda(q) = \int_{-1/q}^{\infty} w_1(\zeta) (q\zeta + 1) d\zeta, \quad (\text{П.6})$$

$w_1(\zeta)$ — плотность распределения нормированных на Γ_0 наклонов $\zeta = \gamma/\Gamma_0$. Определение уровня c , выше которого с заданной вероятностью p_c можно пренебречь пересечением с поверхностью $\zeta(x)$ луча $z = x \operatorname{tg} \psi$, сводится к решению уравнения $P(x_m) = p_c$, которое для нормального процесса $\zeta(x)$ принимает вид

$$1 + \operatorname{erf}(c/\sqrt{2}) = 2p_c^{1/\Lambda(q)}; \quad (\text{П.7})$$

$$\Lambda(q) = \frac{q}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2q^2}\right) + \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{1}{q\sqrt{2}}\right) \right]. \quad (\text{П.8})$$

Численное решение уравнения ($\bar{\Pi}.7$) определяет зависимость уровня c от $q = \Gamma_0/\text{tg } \psi$ при заданной вероятности p_c . Например, при $p_c = 95\%$ и $q = 0,01; 0,1; 1; 10$ имеем соответственно $c = 1,64; 1,64; 1,73; 2,22$.

Величина шага Δx , с которым происходит вычисление знака разности $z_i(x) - \zeta(x)$ при отыскании x_{i+1} — точки пересечения $\zeta(x)$ с лучом $z_i(x) = \zeta(x_i) + (x - x_i)\text{tg } \psi^{(i)}$, должна быть достаточно малой для того, чтобы обеспечивать с заданной вероятностью $(1 - P_s)$ отсутствие пропусков выбросов функции $\zeta(x)$ через луч $z_i(x)$. Очевидно, что Δx определяется уравнением

$$\int_0^{\Delta x} P(\tau, z) d\tau = P_s, \quad (\Pi.9)$$

где $P(\tau, z)$ — плотность распределения длительностей выбросов τ функции $\zeta(x)$ через уровень z . Воспользовавшись для $P(\tau, z)$ формулами, приведенными в [24], получаем для Δx следующую оценку:

$$\Delta x = 0,2/\Gamma_0^{-1} \sqrt{P_s/J(z)}, \quad (\Pi.10)$$

где $J(z) = (1/2 + z^2/4)[1 + \text{erf}(z/2)] + z/(2\sqrt{\pi}) \exp(-z^2/4)$.

Формула ($\Pi.10$) использовалась для определения шага Δx по заданной вероятности P_s пропуска выброса функции $\zeta(x)$ через наклонный уровень $z = z_i(x)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фейнберг Е. Л. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. — М.: АН СССР, 1961
2. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. — М.: Наука, 1978.
3. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. — М.: Наука, 1972
4. Шмелев А. Б. — УФН, 1972, 106, № 3, с. 459.
5. Орлова Н. С. — Астрон. журн., 1956, 33, № 1, с. 93.
6. Займан Дж. Электроны и фононы. — М.: ИЛ, 1962.
7. Гуржи Р. Н., Шевченко С. И. — ЖЭТФ, 1967, 52, с. 814; 1968, 54, с. 1613.
8. Калмыков А. И., Лементя Ю. А., Островский И. Е., Фукс И. М. Препринт ИРЭ АН УССР, № 71, Харьков, 1976.
9. Адаменко И. Н., Фукс И. М. — ЖЭТФ, 1970, 58, № 1, с. 360; 1970, 59, № 6(12), с. 2071.
10. Smith V. G. — IEEE Trans., 1967, AP-15, № 5, p. 668.
11. Павельев А. Г. — Радиотехника и электроника, 1968, 13, № 5, с. 811.
12. Павельев А. Г., Стрелков Г. М. — Космические исследования, 1967, 4, № 2, с. 265.
13. Цыплухин В. Ф. — Изв. АН СССР. Сер. Физика атмосферы и океана, 1966, 2, № 1, с. 35.
14. Jones W. L., Schroeder L. G., Mitchell J. L. — IEEE Trans. Ocean. Eng., 1977, 2, № 1, p. 52.
15. Фукс И. М. — Радиотехника и электроника, 1976, 21, № 3, с. 633
16. Левин М. Л., Рытов С. М. Теория равновесных тепловых флуктуаций в электродинамике. — М.: Наука, 1967.
17. Павельев А. Г. — Радиотехника и электроника, 1967, 12, № 7, с. 1178.
18. Басс Ф. Г., Фукс И. М. — Изв. вузов — Радиофизика, 1964, 7, № 1, с. 101.
19. Павельев А. Г. — Радиотехника и электроника, 1977, 22, № 2, с. 269.
20. Павельева И. В., Павельев А. Г. — Радиотехника и электроника, 1972, 17, № 3, с. 471.
21. Райс С. О. — В сб.: Теория передачи электрических сигналов при наличии помех. — М.: ИЛ, 1953.

22. Харкевич А. А. Спектры и анализ — М: Гостехиздат, 1957.
23. Копилов Л. Е., Фукс И. М. — Радиотехника и электроника, 1975, 20, № 9, с. 1832.
24. Тихонов В. И. Выбросы случайных процессов — М: Наука, 1970

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
21 мая 1980 г.

SCATTERING INDICATRIX AND ALBEDO OF STRONGLY ROUGH SURFACES

L. E. Kopilovich, I. M. Fuks

A mathematical model is suggested which permits to calculate indicatrices of a single scattering and albedo for strongly rough surfaces with steep macroroughnesses. In this case the microstructure may be of an arbitrary character — from frosted diffusely scattered according to Lambert's law up to mirror reflecting («glossy») one. It is shown, that even for surfaces with very steep roughnesses the scattering indicatrices and albedo may be defined by only acts of a single scattering. When a flashout angle increases multiple reflections are essential and a second maximum occurs in the indicatrix in the direction of the mirror reflection.

И Н Ф О Р М А Ц И Я

Т. XX, № 3, 1980 г.

Аннотации статей, представляющих интерес для читателей «Радиофизики»

С. В. Леонтьев, В. Б. Ляцкий. Электродинамическое взаимодействие между E - и F -слоями ионосферы

Рассмотрены некоторые эффекты электродинамического взаимодействия между E - и F -слоями ионосферы. Показано, что изменение проводимости в слое E приводит к изменению концентрации плазмы в слое F и наоборот. При определенной ориентации полосы повышенной проводимости в одном из слоев в области проекции этой полосы на другой слой концентрация плазмы может сильно возрастать или падать до нуля

Т. С. Керблай, С. Ф. Макаренко. О коэффициенте отражения радиоволн от горизонтально-неоднородного тонкого слоя E_s

Исследуется влияние горизонтальной неоднородности тонкого слоя на коэффициент отражения радиоволн. Показано, что коэффициенты отражения от слоя с горизонтальной неоднородностью больших масштабов могут быть рассчитаны с помощью выражений, полученных для однородного слоя, при подстановке в эти выражения локальных характеристик слоя в средней точке.

Д. И. Фишук, Е. Е. Цедилина. Распространение коротких радиоволн на скачковой среднеширотной кругосветной трассе

Методом адиабатического инварианта на основе аналитической модели ионосферы исследуется зависимость поглощения углов излучения и спуска, времени распространения сигнала, его модовой структуры и ионограмм наклонного зондирования от частоты радиоволны и дальности на кругосветной трассе со скачковым распространением радиоволн через F -слой ионосферы. Показано, что расчетные ионограммы НЗ соответствуют экспериментальным

(Окончание на стр. 871)