

УДК 621.373.826 038.823

УСИЛЕНИЕ В ТРЕХУРОВНЕВОМ ГАЗЕ, ВОЗБУЖДАЕМОМ ДВУМЯ ОДНОНАПРАВЛЕННЫМИ ВОЛНАМИ

В. А. Ефремов, С. Ф. Дюбко

В приближении теории возмущений получено усиление трехуровневого газа при накачке его двумя однонаправленными волнами, разность частот которых не превышает ширины доплеровски уширенной линии поглощения. Показано, что замена монохроматической волны накачки двухчастотным сигналом той же интенсивности в определенных условиях ведет к увеличению коэффициента усиления на частоте пробного сигнала.

Теоретическое исследование свойств активной среды субмиллиметровых квантовых генераторов с оптической накачкой обычно сводят к решению системы уравнений движения для элементов матрицы плотности трехуровневой системы в ситуации, когда газ возбуждается монохроматической волной накачки с частотой, близкой к частоте поглощающего перехода, как правило, доплеровски уширенного. На практике, однако, нередки случаи, когда мощный источник накачки (СО₂-лазер) работает в многомодовом режиме. Изменение спектрального состава излучения накачки без изменения его мощности, несомненно, должно оказывать сильное влияние как на величину усиления активной среды, так и на форму линии коэффициента усиления. Коэффициент поглощения (усиления) пробной волны двухуровневой квантовой системы при сильно отличающихся константах релаксации был найден в [1]. Кинетика состояний двухуровневой системы в поле двух волн с равными амплитудами и частотами, симметрично расположенными относительно собственной частоты перехода, рассматривалась в работе [2], а при произвольных соотношениях амплитуд действующих полей и их частот — в [3].

В настоящей работе рассматривается усиление трехуровневой квантовой системы в стационарном режиме в случае, когда сигнал накачки представляет собой сумму двух однонаправленных плоских волн, разность частот которых не превышает ширины доплеровски уширенной линии поглощения. Поле накачки E_{13} и слабое пробное поле E_{23} взаимодействуют с переходами $1 \leftrightarrow 3$, $2 \leftrightarrow 3$ соответственно (рис. 1). Считая амплитуды и начальные фазы полей накачки равными, а также, что длина пути волны и разность частот полей накачки таковы, что выполняется условие $z(\omega_1 - \omega_2)/c \ll 1$, поля E_{13} , E_{23} запишем в виде

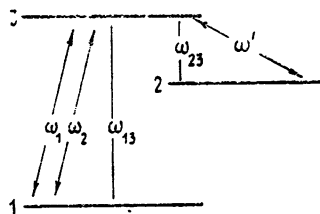


Рис. 1.

$$E_{13} = E (e^{i\omega_1 t} + e^{i\omega_2 t}) e^{-ikz} + \text{к. с.}, \quad E_{23} = E' e^{-i(\omega' t - k' z)} + \text{к. с.} \quad (1)$$

При слабом пробном поле E_{23} задачу целесообразно решать методом возмущений, примененном для матрицы плотности. Для нашей системы уровней уравнения для элементов матрицы плотности можно записать в виде [5]

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial z} + \gamma_1\right) \rho_{11} = \frac{i}{\hbar} E_{13} (\mathbf{P}_{13} \rho_{21} - \rho_{13} \mathbf{P}_{31}) + \rho_{11}^0 \gamma_1; \quad (2a)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial z} + \gamma_2\right) \rho_{33} = \frac{i}{\hbar} E_{13} (\mathbf{P}_{31} \rho_{13} - \rho_{31} \mathbf{P}_{13}) + \rho_{33}^0 \gamma_2; \quad (2б)$$

$$\rho_{22} = \rho_{22}^0; \quad (2B)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial z} - i\omega_{13} + \gamma_{13}\right) \rho_{13} = \frac{i}{\hbar} E_{13} \mathbf{P}_{13} (\rho_{33} - \rho_{11}); \quad (2Г)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial z} - i\omega_{13} + \gamma_{13}\right) \rho'_{13} = \frac{i}{\hbar} E_{23} \mathbf{P}_{13} (\rho_{33} - \rho_{11}) - \frac{i}{\hbar} \rho'_{12} \mathbf{P}_{23} E_{13}; \quad (2Д)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial z} + i\omega_{23} + \gamma_{23}\right) \rho'_{32} = \frac{i}{\hbar} E_{13} \mathbf{P}_{31} \rho'_{12} + \frac{i}{\hbar} E_{23} \mathbf{P}_{32} (\rho_{22} - \rho_{33}); \quad (2e)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial z} + i(\omega_{13} - \omega_{23}) + \gamma_{12}\right) \rho'_{12} = \frac{i}{\hbar} (E_{13} \mathbf{P}_{13} \rho'_{32} - E_{23} \mathbf{P}_{32} \rho_{13}). \quad (2Ж)$$

В системе (2) элементы матрицы плотности ρ'_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) описывают взаимодействие слабого пробного поля E_{23} с трехуровневой системой, причем полагаем $\rho'_{ii} = 0$ ($i = 1, 2, 3$). Вследствие неравенства частот ω_1 и ω_2 в нелинейной среде существуют комбинационные частоты. Поэтому элементы матрицы плотности следует представить в виде бесконечных рядов по временным компонентам разностных частот. При этом членами с частотами $q\omega_1 + q'\omega_2$ (где $q' \neq -q$), которые также появляются в первом приближении, можно пренебречь из-за их малости:

$$\rho_{11} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \rho_{11m} \exp [imt (\omega_1 - \omega_2)]; \quad (3a)$$

$$\rho_{33} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \rho_{33m} \exp [imt (\omega_1 - \omega_2)]; \quad (3б)$$

$$\rho_{13} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (\rho_{13m} \exp (i\omega_1 t) + \tilde{\rho}_{13m} \exp (i\omega_2 t)) \times \\ \times \exp \{i [(\omega_1 - \omega_2) mt - kz]\}; \quad (3B)$$

$$\rho'_{13} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (\rho'_{13m} \exp (i\omega_1 t) + \tilde{\rho}'_{13m} \exp (i\omega_2 t)) \times \\ \times \exp \{i [(\omega_1 - \omega_2) mt - kz]\}; \quad (3Г)$$

$$\rho'_{32} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \rho'_{32m} \exp [i(\omega_1 - \omega_2) mt] \exp [-i(\omega' t - k' z)]; \quad (3Д)$$

$$\rho'_{12} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \{\rho'_{12m} \exp [i(\omega_1 - \omega') t] + \tilde{\rho}'_{12m} \exp [i(\omega_2 - \omega') t]\} \times \\ \times \exp \{i [(\omega_1 - \omega_2) mt - (k - k') z]\}. \quad (3e)$$

Для вращательно-колебательных и вращательных переходов $\gamma_{ij} = \gamma_{ji} = \Gamma$. Подставим (3) в (2), учитывая (1). Отбрасывая быстроосциллирующие члены и производя несложные преобразования, получим бесконечные системы уравнений относительно переменных $n_m = \rho_{33m} - \rho_{11m}, \rho'_{32m}$:

$$(\Delta_{1,m} - i\tilde{\Omega}_1) n_m = -2|\beta| \left(\frac{n_m + n_{m+1}}{\Delta_{1,m}} + \frac{n_m + n_{m-1}}{\Delta_{2,m}} + \frac{n_{-m}^* + n_{-m+1}^*}{\Delta_{1,-m}^*} + \frac{n_{-m}^* + n_{-m-1}^*}{\Delta_{2,-m}^*} \right) + \Gamma n_{31}^0 \delta_m^0; \quad (4a)$$

$$[\Delta_{1,m} - i(\tilde{\Omega}_1 + \tilde{\Omega}')] \rho'_{32m} = -|\beta|^2 \left(\frac{\rho'_{32m} + \rho'_{32m+1}}{\Delta_{1,m} - \tilde{\Omega}'} + \frac{\rho'_{32m-1} + \rho'_{32m}}{\Delta_{2,m} - \tilde{\Omega}'} \right) + i\beta' |\beta|^2 \left[\frac{n_m + n_{m+1}}{\Delta_{1,m}(\Delta_{1,m} - \tilde{\Omega}')} + \frac{n_m + n_{m-1}}{\Delta_{2,m}(\Delta_{2,m} - \tilde{\Omega}')} \right] - \frac{i\beta'}{2} [n_m + (2n_{32}^0 - n_{31}^0) \delta_m^0], \quad (4б)$$

где

$$\Delta_{1,m} = i(m\nu + \tilde{\Omega}_1) + \Gamma, \quad \Delta_{2,m} = i(m\nu + \tilde{\Omega}_2) + \Gamma,$$

$$\tilde{\Omega}_1 = \omega_1 - \omega_{13} - k\nu, \quad \tilde{\Omega}_2 = \omega_2 - \omega_{13} - k\nu, \quad \tilde{\Omega}' = \omega' - \omega_{32} - k'\nu,$$

$$n_{32}^0 = \rho_{33}^0 - \rho_{22}^0, \quad n_{31}^0 = \rho_{33}^0 - \rho_{11}^0, \quad \nu = \omega_1 - \omega_2,$$

$$\beta = \frac{EP_{13}}{\hbar}, \quad \beta' = \frac{E'P_{32}}{\hbar}, \quad \delta_m^0 = \begin{cases} 1 & \text{при } m = 0 \\ 0 & \text{при } m \neq 0 \end{cases}.$$

Здесь $P_{13}, P_{32}, \rho_{ij}^0$ — дипольные моменты переходов и начальные заселенности уровней. Усиление трехуровневой системы на переходе $2 \leftrightarrow 3$ определяет недиагональный матричный элемент ρ'_{32m} , а значит, и ρ'_{32m} . Из уравнений (4) легко видеть, что при $\nu \gg \Gamma$ $|\rho'_{32m}|$ быстро убывает с увеличением m . Поэтому для анализа усиления можно ограничиться тремя гармониками ρ'_{32m} . Решая уравнения (4a), (4б) для значений $m = -1, 0, 1$ относительно недиагональных элементов ρ'_{32m} и учитывая связь ρ'_{32m} с поляризуемостью $\chi_m(\omega', \nu)$ ансамбля атомов, движущихся со скоростью ν , получаем следующие выражения:

$$\chi_{-1}(\omega', \nu) = i \frac{|P_{32}|^2}{\hbar} \frac{A_5(B_1A_3 - A_2B_2) + A_4(A_2B_3 - B_1A_4)}{A_3(A_1A_3 - A_2^2) - A_1A_4^2} \times \exp[-i(\omega_1 - \omega_2)t]; \quad (5a)$$

$$\chi_0(\omega', \nu) = i \frac{|P_{32}|^2}{\hbar} \frac{A_5(A_1B_2 - B_1A_2 - A_1A_4B_3)}{A_3(A_1A_3 - A_2^2) - A_1A_4^2}; \quad (5б)$$

$$\chi_1(\omega', \nu) = i \frac{|P_{32}|^2}{\hbar} \frac{A_1(A_3B_3 - A_4B_2) - A_2(A_2B_3 - A_4B_1)}{A_3(A_1A_3 - A_2^2) - A_1A_4^2} \times \exp[i(\omega_1 - \omega_2)t]; \quad (5в)$$

В уравнениях (5) введены обозначения:

$$A_1 = -i(\nu + \tilde{\Omega}') + |\beta|^2 \left(\frac{1}{\Delta_{2,-1} - i\tilde{\Omega}'} + \frac{1}{\Delta_{2,0} - i\tilde{\Omega}'} \right) + \Gamma,$$

$$A_3 = -i\tilde{\Omega}' + \Gamma + |\beta|^2 \left(\frac{1}{\Delta_{1,0} - i\tilde{\Omega}'} + \frac{1}{\Delta_{2,0} - i\tilde{\Omega}'} \right),$$

$$A_2 = \frac{|\beta|^2}{\Delta_{2,0} - i\tilde{\Omega}'}, \quad A_4 = \frac{|\beta|^2}{\Delta_{1,0} - i\tilde{\Omega}'},$$

$$A_5 = i(\nu - \tilde{\Omega}') + |\beta|^2 \left(\frac{1}{\Delta_{1,0} - i\tilde{\Omega}'} + \frac{1}{\Delta_{1,1} - i\tilde{\Omega}'} \right) + \Gamma,$$

$$B_1 = n_0 \left\{ |\beta|^2 \left[\frac{1+A}{\Delta_{2,0}(\Delta_{2,0} - i\tilde{\Omega}')} + \frac{A^*}{\Delta_{2,-1}(\Delta_{2,-1} - i\tilde{\Omega}')} \right] - \frac{A^*}{2} \right\},$$

$$B_2 = n_0 \left\{ |\beta|^2 \left[\frac{1+A}{\Delta_{1,0}(\Delta_{1,0} - i\tilde{\Omega}')} + \frac{1+A^*}{\Delta_{2,0}(\Delta_{2,0} - i\tilde{\Omega}')} \right] - \frac{1}{2} \right\} - \frac{2n_{32}^0 - n_{31}^0}{2},$$

$$B_3 = n_0 \left\{ |\beta|^2 \left[\frac{A}{\Delta_{1,1}(\Delta_{1,1} - i\tilde{\Omega}')} + \frac{1+A}{\Delta_{1,0}(\Delta_{1,0} - i\tilde{\Omega}')} \right] - \frac{A}{2} \right\},$$

$$n_0 = \frac{\Gamma n_{31}^0}{\Gamma + 4|\beta|^2 \operatorname{Re} [(1+A)(1/\Delta_{1,0} - 1/\Delta_{2,0}^*)]},$$

$$A = -2|\beta|^2 \frac{1/\Delta_{1,0} + 1/\Delta_{2,0}^*}{2|\beta|^2 (1/\Delta_{1,0} + 1/\Delta_{2,0}^* + 1/\Delta_{2,-1}^* + 1/\Delta_{1,1}) + i\nu + \Gamma}.$$

Усиление (или поглощение) на переходе $2 \leftrightarrow 3$ определяется выражением

$$\kappa(\omega') = 4\pi k' \operatorname{Im} \{ \langle \chi(\omega', \nu) \rangle_\nu \}, \quad (6)$$

где $\chi(\omega', \nu)$ — поляризуемость ансамбля атомов, движущихся со скоростью ν , а угловые скобки означают усреднение по скоростям с максвелловским распределением. Легко показать, что

$$\kappa(\omega') = 4\pi k' \operatorname{Im} \left\{ \left\langle \sum_{m=-1}^1 \chi_m(\omega', \nu) \right\rangle_\nu \right\} = \kappa_0(\omega') + \kappa_1(\omega') \cos(\nu t + \varphi_0). \quad (7)$$

Из полученного решения следует, что, помимо постоянной составляющей $\kappa_0(\omega')$, коэффициент усиления имеет переменную составляющую с частотой ν , амплитудой κ_1 и начальной фазой φ_0 . Найти аналитическое выражение для $\kappa_0(\omega')$ и $\kappa_1(\omega')$ не удастся из-за сложности усреднения по скоростям. Поэтому расчет усиления в газе CH_3F по формулам (5), (7) проведен численными методами с использованием ЭВМ. Интегрирование проводилось по формуле Симпсона в пределах значення скоростей от $-4u$ до $+4u$. Вне этих пределов добавка к интегралу

незначительна ввиду быстрого убывания функций $\exp(-v/u)^2$. Некоторые результаты вычислений показаны на рис. 2 (а) $\Omega_1 = \Omega_2 = 2\pi \cdot 10^5 \text{ c}^{-1}$, $\Omega' = 0$; б) $\Omega_1 = \Omega_2 = 2\pi \cdot 2 \cdot 10^6 \text{ c}^{-1}$, $\Omega' = 0$; в) $\Omega_1 = \Omega_2 = 2\pi \cdot 20 \cdot 10^6 \text{ c}^{-1}$, $\Omega' = 0$.

Серия графиков рис. 2 иллюстрирует зависимость усиления α_0, α_1 от давления газа CH_3F при накачке двумя однонаправленными волнами с интенсивностью $I_1 = I_2 = 5 \text{ Вт/см}^2$. Пунктирной кривой представлены зависимости $\alpha(p)$, вычисленные по формуле (6) с учетом того, что $\chi(\omega', v)$ ищется по формуле [4]

$$\chi(\omega', v) = \frac{|P_{32}|^2}{\hbar} \frac{(\rho_{33} - \rho_{11})|\beta|^2 - \Delta_{13}\Delta_{12}(\rho_{22} - \rho_{33})}{\Delta_{13}(\Delta_{32}\Delta_{12} - |\beta|^2)}, \quad (8)$$

где

$$\Delta_{13} = -\tilde{\Omega} + i\Gamma, \quad \Delta_{32} = \tilde{\Omega}' + i\Gamma, \quad \Delta_{12} = \tilde{\Omega}' - \tilde{\Omega} + i\Gamma,$$

$$\tilde{\Omega} = \omega - \omega_{13} - kv, \quad \tilde{\Omega}' = \omega' - \omega_{23} - k'v,$$

для случая накачки газа одной волной с интенсивностью 10 Вт/см^2 при $\Omega = \Omega' = 0$. Видно, что в области умеренных расстроек накачка газа двумя волнами при той же суммарной мощности позволяет получить заметный выигрыш в усилении. Этот эффект легко объяснить с позиции выгорания «дырок» в контуре доплеровски уширенной кривой поглощения.

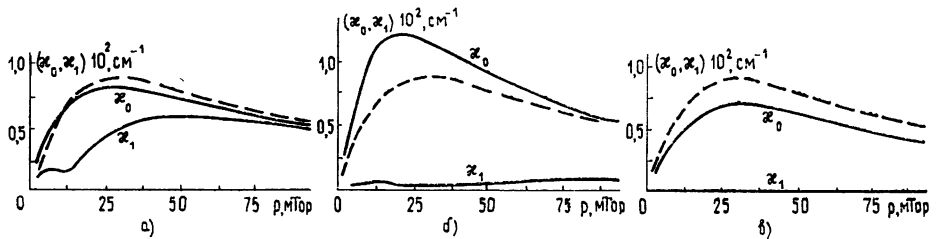


Рис. 2.

Замена монохроматической волны накачки суммой двух близких по частоте волн интенсивностью $0,5 I$ каждая ведет к уменьшению насыщения и, в конечном счете, к увеличению поглощенной газом мощности накачки. Если переход $2 \leftrightarrow 3$ имеет однородное или смешанное уширение, то вклад в усиление дадут обе группы молекул, взаимодействующие с каждой волной. При малой мощности накачки, когда насыщение незначительно, переход к накачке двухчастотным сигналом не дает выигрыша. Скорее, наоборот, из-за наличия расстроек будет наблюдаться некоторое уменьшение усиления.

Максимальный выигрыш в усилении при накачке двумя волнами близок к $\sqrt{2}$. По-видимому, при дальнейшем увеличении числа спектральных компонентов можно надеяться на увеличение усиления в \sqrt{n} раз при условии, что давление будет оптимальным, а переход $2 \leftrightarrow 3$ все еще остается однородно уширенным. С увеличением n оптимальное

давление газа уменьшается почти пропорционально $1/\sqrt{n}$. А это значит, что оговоренное условие будет легче соблюдаться в более длинноволновой области субмиллиметрового диапазона, где даже при весьма низких давлениях преобладает столкновительное уширение излучающего перехода. В области весьма малого различия частот $\nu \leq 2\Gamma$ значения α_0 и α_1 сравнимы по величине, причем с увеличением разности частот ν величина α_0 растет, а α_1 уменьшается.

В нашем решении переменная составляющая коэффициента усиления всегда синусоидальна. На самом деле при малых значениях расстройке зависимость коэффициента усиления будет содержать гармоники частоты ν , амплитуды которых быстро убывают с увеличением ν . Переменная составляющая коэффициента усиления при накачке газа двухчастотным сигналом может вызвать модуляцию выходной мощности лазера с частотой ν . Коэффициент модуляции будет зависеть от величины расстройки и добротности резонатора лазера. Эффект увеличения усиления среды и увеличения выходной мощности лазера с оптической накачкой за счет ослабления насыщения в канале накачки на практике может быть достигнут либо размытием спектра сигнала накачки (АМ или ЧМ модуляция), либо быстрой перестройкой частоты поглощающего перехода вблизи частоты источника накачки при помощи эффекта Штарка. Последнее было реализовано в работе [6], где линии поглощения молекул NH_3 настраивались в резонанс с частотами CO_2 -лазера за счет эффекта Штарка сильным электростатическим полем. Мощность генерации при этом на ряде волн в субмиллиметровом диапазоне увеличивалась почти на порядок при наложении небольшой составляющей штарковского поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. Раутиан С. Г.—Труды ФИАН, 1968, 43, с. 46.
2. Апанасевич П. А., Жовна Г. И., Хапалюк А. П.—ЖПС, 1968, 8, № 1, с. 23.
3. Оселедчик Ю. С., Мирошник Г. А.—ЖПС, 1978, 28, № 4, с. 704.
4. Летохов В. С., Чеботаев В. П. Принципы нелинейной лазерной спектроскопии—М: Наука, 1975.
5. Feldman B. J., Feld M. S. — Phys. Rev, 1972, A5, p. 899.
6. Fetterman H. R., Parker C. D., Tannerwald P. B.— Optics Comm., 1976, 18, p. 10.

Харьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
24 апреля 1980 г.,
после доработки
5 января 1981 г.

AMPLIFICATION IN A THREE-LEVEL GAS EXCITED BY TWO UNIDIRECTIONAL WAVES

V. A. Efremov, S. F. Dubko

In the approximation of the disturbing theory an amplification of three-level gas has been obtained when pumping it by two unidirectional waves the frequency difference of which does not exceed the width of the Doppler broadened line of absorption. It is shown, that substitution of the monochromatic wave of pumping by two-frequency signal of the same intensity under the definite conditions leads to an increase of the amplification coefficient at the frequency of a test signal.
