

УДК 621.372 8 : 537 874 37

### О ПОВЕДЕНИИ ФАЗЫ СДВ СИГНАЛОВ В ЧАСЫ ВОСХОДА СОЛНЦА

*А. В. Попов, Ю. М. Ямпольский*

Рассмотрены вариации фазы СДВ сигналов в часы восхода Солнца у приемника в волноводе Земля — ионосфера. Показано, что немонотонное поведение фазы при монотонном изменении высоты волновода нельзя описать в адиабатическом приближении. В рамках коротковолновой теории нерегулярных волноводов учтен эффект искривления фазового фронта волны в неоднородной части волнового канала. Это позволило качественно объяснить наблюдавшиеся в экспериментах вариации фазы СДВ. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных, в принципе, дает возможность оценить ряд параметров неоднородности «ночь — день» в волноводе Земля — ионосфера.

Как показывают экспериментальные исследования [1], вариации фазы СДВ радиосигналов в часы восхода Солнца над приемным пунктом носят немонотонный характер, хотя высота волновода меняется монотонно. Это обстоятельство находится в противоречии с «адиабатической» теорией нерегулярных волноводов (см., например, [2]).

Рассмотрим вначале случай, когда волноводное поле определяется только одной нормальной волной (НВ). Действительно, в адиабатическом приближении фаза НВ плавнонерегулярного волновода ширины  $h(x)$  дается выражением  $k \int \cos \beta_n(x) dx$ , где  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число,  $\beta_n(x) = \arcsin[\pi(n + 1/2)]/kh(x)$  — текущий угол Бриллюэна,  $n$  — номер волны. При монотонном изменении  $h(x)$  угол Бриллюэна и фаза волны также будут монотонными функциями.

Указанное противоречие можно устранить, если воспользоваться коротковолновой теорией нерегулярных волноводов [3], утверждающей, что при наличии двух малых параметров  $\lambda/h \ll 1$ ,  $h/L \ll 1$  ( $\lambda$  — длина волны,  $h$  — характерная ширина,  $L$  — масштаб продольной неоднородности волновода), когда их отношение порядка единицы, необходим учет эффектов искривления фазового фронта НВ за счет наклона стенки волновода. В рассматриваемом случае волновода Земля — ионосфера ( $h \approx 60 \div 90$  км,  $\lambda \approx 10 \div 20$  км,  $L \approx 200 \div 400$  км) это условие выполняется:  $h^2/\lambda L \sim 1$ .

НВ многомодового плавнонерегулярного волновода Земля — ионосфера — это асимптотические (при  $\lambda/h \rightarrow 0$ ,  $h/L \rightarrow 0$ ) решения волнового уравнения

$$\Delta U + k^2 U = 0, \tag{1}$$

удовлетворяющие приближенным граничным условиям:  
на ионосфере    на Земле

$$U(x, h(x)) = 0, \quad \partial U(x, 0)/\partial z = 0. \tag{2}$$

Они строятся с помощью геометрической оптики [4] в случае высших волноводных мод и больших углов Бриллюэна или методом параболического уравнения [3, 5] в случае малых углов  $\beta_n$ .

Нас интересует случай малых номеров, поскольку в реальном волноводе Земля — ионосфера высшие волноводные моды сильно затухают. В [5] описано построение НВ низших номеров для случая условий Дирихле  $U = 0$  на обеих стенках. Переход к случаю  $\partial U(x, 0)/\partial z = 0$  осуществляется формальной заменой номера НВ на полуцелый.  $n \rightarrow n + 1/2$ . В результате имеем

$$U_n(x, z) \approx \frac{\cos [\pi(n + 1/2)(z/h(x))]}{\sqrt{h(x)}} \exp[i\Phi_n(x, z)], \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi_n(x, z) = kx - \frac{\pi^2(n + 1/2)}{2k} \int \frac{dx}{h^2(x)} + k \left[ \frac{h'}{2h} z^2 + \right. \\ \left. + \left( \frac{1}{6} - \frac{1}{(2n + 1)^2 \pi^2} \right) (-hh' + \int h'^2(x) dx) \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Первые два слагаемых — это адиабатическая фаза  $-k \int \cos \beta_n(x) dx$ , вычисленная для малого угла Бриллюэна в приближении  $\cos \beta_n \approx 1 - \beta_n^2/2$ . Величина в квадратных скобках в формуле (4) описывает вариации фазы, связанные с изменением наклона стенки. В этом приближении эквифазные поверхности представляют собой дуги окружностей, нормальные к стенкам волновода. Дополнительный интегральный набег фазы пропорционален величине  $\int h'^2(x) dx$ .

Покажем, что учет этих поправок дает немонотонный ход фазы. Рассмотрим случай, когда поле СДВ волны в ночном волноводе Земля — ионосфера формируется только одной НВ номера  $n = 0$ . Такая ситуация может реализовываться в низкочастотной части СДВ диапазона на радиотрассах протяженностью  $D \gg 10$  Мм. Будем считать, что изменения высоты стенки  $h(x)$  определяются только условиями освещенности и характеризуются плавным переходом от высот  $h_n$  в ночном волноводе к  $h_{дн}$  в дневном волноводе. Тогда в формуле (3) следует подставить  $h = h[x + V(t - t_0)]$ , где  $V$  — проекция скорости движения терминатора на направление прихода волны, а  $t_0$  — момент восхода Солнца в нижней ионосфере над приемным пунктом. В результате получим следующее выражение для фазы волны в точке наблюдения в зависимости от времени:

$$\begin{aligned} \varphi(t) = \Phi_0(0, 0) - \Phi_0(-D, 0) = kD - \frac{\pi^2}{8k} \int_{X-D}^X \frac{dy}{h^2(y)} + k \left( \frac{1}{6} - \frac{1}{\pi^2} \right) \times \\ \times \left[ h(X-D)h'(X-D) - h(X)h'(X) + \int_{X-D}^X h'^2(y) dy \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь  $X = V(t - t_0)$ . При  $D > L$ , где  $L$  — характерная длина перехода «ночь — день», эффекты, связанные с прохождением терминатора через приемный и передающий пункты, разнесены во времени. Нас будут интересовать вариации фазы, вызванные переходом «ночь — день», вблизи приемника, т. е. при  $t$  порядка  $t_0$ . В этих условиях формулу (5) можно записать в виде  $\varphi(X) = \text{const} + \varphi_0(X) + \varphi_1(X)$ , где

$$\varphi_0(X) = \frac{\pi^2}{8k} \int_{-\infty}^X \left( \frac{1}{h_n^2} - \frac{1}{h^2(y)} \right) dy,$$

$$\varphi_1(X) = k \left( \frac{1}{6} - \frac{1}{\pi^2} \right) \left[ -h(X)h'(X) + \int_{-\infty}^X h'^2(y) dy \right]. \quad (6)$$

Рассмотрим пример моделирования неоднородности «ночь — день» функцией

$$h(X) = a - b \operatorname{th}(2X/L). \quad (7)$$

Здесь  $h_n = a + b$ ,  $h_{дн} = a - b$ . Вычисляя интегралы (6), имеем

$$\varphi_0(X) = \frac{\pi^2 L b}{8k(a^2 - b^2)^2} \left[ b \left( 1 + \frac{a+b}{a-b} e^{-4X/L} \right)^{-1} + a \ln \left( 1 + \frac{a-b}{a+b} e^{4X/L} \right) \right]; \quad (8)$$

$$\varphi_1(X) = \frac{kb}{L} \left( \frac{1}{3} - \frac{2}{\pi^2} \right) \left[ \frac{a}{\operatorname{ch}^2(2X/L)} + \frac{b}{2} \frac{1/3 e^{6X/L} + e^{-2X/L}}{\operatorname{ch}^3(2X/L)} \right]. \quad (9)$$

Легко показать, что «адиабатическая» фаза  $\varphi_0(X)$  — монотонно убывающая функция времени  $t - t_0 = X/V$ , а поправка  $\varphi_1(X)$ , учитывающая наклон стенки волновода, имеет максимум при  $X = 0$ . Их соотношение в случае малого перепада высот волновода  $\Delta h/h = 2b/a$ :

$$A = \frac{\varphi_1(0)}{\varphi_0(0)} \approx 4 \left( \frac{a^2}{\lambda L} \right)^2, \quad (10)$$

определяется величиной френелевского параметра  $a^2/\lambda L$ . На рис. 1 приведены графики фазы  $\varphi(X)$  для трех значений параметра  $A$ . Случай  $A = 0$  соответствует адиабатическому приближению. Из графика  $\varphi(X)$  можно получить основные параметры плавного перехода: длина  $L$  определяется по длительности переходного процесса, а величина перепада  $h_n - h_{дн} = 2b$  — по наклону графика фазы после прохождения терминатора над приемным пунктом:

$$\left| \frac{d\varphi}{dX} \right| \sim \frac{\pi^2 ab}{2k(a^2 - b^2)^2} \approx \frac{\pi \lambda b}{4a^3}. \quad (11)$$

Как правило, СДВ сигнал в ночном волноводе формируется несколькими волноводными модами. Нами исследовались вариации фазы  $\Phi$  результирующего поля, представляющего суперпозицию первых двух НВ ( $n = 0, 1$ ). В этом случае выражение для фазы принимает вид

$$\Phi = \Phi_0 + \operatorname{arctg} \frac{r \sin(\Phi_1 - \Phi_0 + S)}{1 + r \cos(\Phi_1 - \Phi_0 + S)} \quad (12)$$

здесь  $\Phi_0$  и  $\Phi_1$  — фазы нулевой и первой НВ,  $r$  — отношение их амплитуд,  $S$  — начальная разность фаз между модами. Расчет  $\Phi_0$  и  $\Phi_1$  проводился по формуле (4). На рис. 2 приведены графики  $\Phi(X)$  для фиксированных параметров неоднородности «ночь — день» ( $L = 300$  км,  $a = 75$  км,  $b = 15$  км). Качественное поведение  $\Phi(X)$  повторяет одномодовый случай. Однако величина вариаций сильно зависит от глубины интерференционных замираний и от того, в какой точке интерференционной структуры поля однородного волновода находится приемник. Как и в одномодовом случае, учет только «адиабатической» фазы в каждой НВ дает монотонный ход фазы результирующего поля.

Полученные выше результаты были использованы нами для сопоставления с экспериментальными данными измерений фазы сверхдлинноволновых радиосигналов станций Службы точного времени и частоты

GBR (частота 16  $\kappa\Gamma\zeta$ ) и NAA (частота 17,8  $\kappa\Gamma\zeta$ ). Передатчики были расположены соответственно в Рэгби (Англия) и Галифаксе (США), приемный пункт находился в окрестности Харькова. Протяженность радиотрасс составляла: Рэгби — Харьков  $D_1 = 2500$  км, Галифакс — Харьков  $D_2 = 7500$  км. Методика измерений параметров СДВ сигналов описана в работе [6]. Эксперименты проводились в различные сезоны года, что соответствовало различным углам наклона терминатора к радиотрассе. В рамках рассмотренной теоретической задачи это обстоятельство учитывалось только через изменение длины перехода  $L$ . Измерения выполнялись отдельными циклами протяженностью от 10 дней

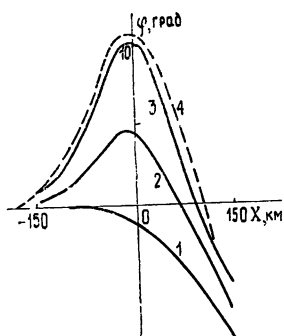


Рис. 1.

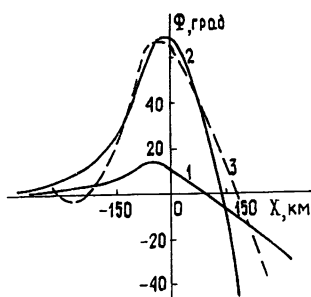


Рис. 2.

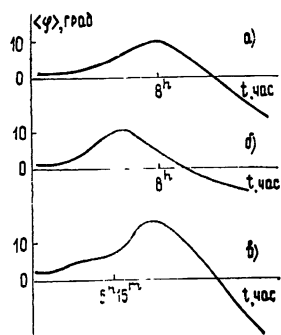


Рис. 3.

Рис. 1. Сплошные кривые: 1 — «адиабатическая» фаза  $A = 0$ ; 2 —  $A = 2$ ; 3 —  $A = 4$ ; 4 — экспериментальная фаза на частоте 17,8  $\kappa\Gamma\zeta$  (апрель 1974 г.).

Рис. 2. Сплошные кривые: 1 —  $S = 0$ ,  $r = 1,1$ , 2 —  $S = 180^\circ$ ,  $r = 1,1$ ; пунктирная кривая 4 — экспериментальная фаза на частоте 16  $\kappa\Gamma\zeta$  для 05.06.1974 г.

Рис. 3 Усредненные по циклам измерений фазы на частоте 17,8  $\kappa\Gamma\zeta$ ; а) январь 1973 г.; б) январь 1975 г.; в) апрель 1974 г.

до одного месяца. Участки суточных записей в часы восхода Солнца усреднялись по каждому циклу измерений, чтобы исключить случайные вариации  $\varphi$ , порожденные статистическими неоднородностями верхней стенки волновода. При усреднении учитывалось изменение момента восхода Солнца ото дня ко дню. На рис. 3 приведены усредненные зависимости фазы  $\langle \varphi(X) \rangle$  для частоты 17,8  $\kappa\Gamma\zeta$  для трех циклов измерений. Наилучшее совпадение с экспериментальными кривыми дает расчетная для одномодового случая с параметрами  $L = 300$  км,  $a = 75$  км,  $b = 15$  км. На частоте 16  $\kappa\Gamma\zeta$  в окрестности Харькова выполняются условия формирования глубокого интерференционного минимума поля [7], образованного суперпозицией двух первых волноводных мод. На рис. 2 пунктиром показан график экспериментальной фазы на восходе Солнца для реализации 5.06.1974 г. Соотношения между амплитудами мод в однородном ночном волноводе для этого дня  $r \approx 1,1$ , разность фаз  $S \approx \pi$  [7]. Здесь же приведена расчетная кривая  $\Phi(X)$  с теми же параметрами  $r$  и  $S$ . Видно хорошее качественное соответствие. Некоторое различие кривых 2 и 3 на убывающем участке объясняется, по-видимому, тем, что по мере движения терминатора вдоль трассы изменяются амплитуды мод. Особенно быстро затухает первая НВ в сужающейся части волновода. Это обстоятельство в расчете не учитывалось. Протяженность неоднородной области, а также перепад высот от ночного волновода к дневному, использованные нами при расчете и дающие лучшее совпадение с экспериментальными данными на двух частотах, не противоречат выводам других авторов [8].

В принципе, точно зная модовой состав волнового поля, можно получить более полную информацию о форме перехода. Проиллюстрируем это утверждение на одномодовом случае. Дифференцируя формулу (5) или (6) по  $X$ , получим соотношение

$$k \left( \frac{1}{6} - \frac{1}{\pi^2} \right) h h'' + \frac{\pi^2}{8k} \left( \frac{1}{h^2(X)} - \frac{1}{h_n^2} \right) = -\varphi'(X), \quad (13)$$

представляющее собой при заданной  $\varphi(X)$  нелинейное дифференциальное уравнение относительно  $h(X)$ . Пользуясь относительной малостью перепада высот, его можно линеаризовать, полагая  $h(X) = a + (b - \xi(X))$ , где  $a = (h_n + h_{\text{дн}})/2$ ,  $b = (h_n - h_{\text{дн}})/2$ , и сохраняя в левой части лишь величины порядка  $b - \xi$ . Для  $\xi(X)$  получим уравнение

$$p \xi'' - q \xi = \varphi'(X), \quad (14)$$

где  $p = ka(1/6 - 1/\pi^2)$ ,  $q = \pi^2/4ka^3$ . Его решение, удовлетворяющее условию ограниченности при  $X \rightarrow \infty$  и  $X \rightarrow -\infty$ , имеет вид

$$\xi(X) = -\frac{1}{2\sqrt{pq}} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi'(y) \exp\left(-|X-y| \sqrt{\frac{q}{p}}\right) dy. \quad (15)$$

Окончательное выражение приближенного уравнения (13):

$$h(X) = h_n + \frac{4a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi'(y) \exp\left(-\frac{\lambda}{a^2} |X-y|\right) dy. \quad (16)$$

Поскольку уравнение (14), как и (13), содержит неизвестную константу  $a$ , решение (16) не определяется полностью данными о вариации фазы  $\varphi(X)$  и одна из констант  $h_n$  или  $h_{\text{дн}}$  должна быть найдена независимо.

В заключение авторы считают своим долгом поблагодарить П. В. Блюха и В. А. Боровикова, инициировавших настоящую работу.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Безродный В. Г., Блюх П. В., Шубова Р. С., Шульга В. Ф., Ямпольский Ю. М. — Изв. вузов — Радиофизика, 1976, 19, № 9, с. 1270.
2. Каченеленбаум Б. З. Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами. — М.: изд. АН СССР, 1961.
3. Боровиков В. А., Попов А. В. — В сб.: Прямые и обратные задачи теории дифракции. — М.: ИРЭ АН СССР, 1979.
4. Попов А. В. — Радиотехника и электроника, 1977, 22, № 8, с. 1577.
5. Попов А. В. — В сб.: Распространение декаметровых радиоволн. — М.: Наука, 1976, с. 24.
6. Шубова Р. С., Шульга В. Ф., Ямпольский Ю. М. — Изв. вузов — Радиофизика, 1974, 17, № 1, с. 43.
7. Безродный В. Г., Блюх П. В., Силявский С. Н., Шубова Р. С., Ямпольский Ю. М. — ДАН УССР, 1976, сер. «А», № 4, с. 354.
8. Орлов А. Б., Азарнин Г. В. — В сб.: Проблемы дифракции и распространения волн. — Л.: Гос. ун-т, 1970, № 10, с. 3.

Институт земного магнетизма, ионосферы  
и распространения радиоволн АН СССР

Поступила в редакцию  
21 июля 1980 г.

#### PHASE BEHAVIOUR OF VLF SIGNALS DURING SUNRISE

*A. V. Popov, Yu. M. Yampol'ski*

Phase variations of VLF signals are considered during sunrise of a receiver in Earth—ionosphere waveguide. It is shown, that nonmonotonous phase behaviour with monotonous variation of the waveguide height can not be described in adiabatic approximation. In frames of short wave theory of unregular waveguides an effect is taken into account of wave front phase distortion in an inhomogeneous part of the wave channel. This permits to explain qualitatively VLF phase variation observed in the experiments. Comparison of calculated and experimental data gives a possibility to estimate a number of parameters of inhomogeneity «night—day» in Earth—ionosphere waveguide.