

УДК 533.951.7 + 621 385 6

К ТЕОРИИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ПЛАЗМЕННЫХ ЧЕРЕНКОВСКИХ СВЧ ПРИБОРОВ*

В. Л. Братман, Н. С. Гинзбург, М. А. Шапиро

Показана возможность эффективного вывода из плазменного волновода электромагнитной волны, возбуждаемой релятивистским электронным пучком. В пренебрежении нелинейными эффектами в плазме теория взаимодействия релятивистского пучка с синхронной волной плазменного волновода сведена к разработанной теории вакуумных черенковских приборов. Определены оптимальные по КПД параметры плазменного усилителя и плазменного генератора с высокочастотным резонатором.

В релятивистской электронике плазма может выполнять по крайней мере две важные функции. Во-первых, плазма представляет собой электродинамическую систему, в которой существуют медленные волны; вследствие черенковской неустойчивости эти волны могут возбуждаться электронными пучками [1-3]. Во-вторых, компенсируя статические поля электронного пучка, плазма позволяет существенно повысить величину транспортируемого тока [3].

Как и в слабoreлятивистской электронике [4], в ситуации, когда плазму можно считать линейной средой, теорию релятивистских плазменных приборов, очевидно, можно свести к разработанной (см. [5-7]) теории релятивистских вакуумных черенковских усилителей и генераторов. При таком подходе задача расчета плазменных приборов сводится, по существу, к чисто электродинамической, а именно к подбору конфигурации и концентрации плазмы, обеспечивающих необходимые замедление волны, коэффициент связи волны с пучком, а также согласование системы с выходными трактами. Результаты многочисленных теоретических и экспериментальных исследований показывают, что замедление волны и связь ее с пучком, требуемые для возникновения генерации, обеспечиваются в плазменных системах очень легко. В то же время вывод излучения из плазмы представляет одно из наиболее существенных препятствий на пути создания эффективных плазменных приборов. В данном сообщении показано, что при использовании релятивистских электронных пучков появляется принципиальная возможность решения этой проблемы. Знание характеристик оптимального согласования плазменных систем с выходными трактами позволяет на основе общей нелинейной теории черенковских приборов оценить предельные возможности плазменных усилителей и генераторов.

1. Электродинамическая система прибора. Оптимальное согласование рабочего пространства с выходным трактом. Рассмотрим простейшую для анализа систему: трубчатый электронный пучок взаимодействует с полем металлического волновода круглого сечения, который полностью заполнен плазмой, помещенной в сильное продольное магнитное поле H_z (рис. 1). В отсутствие пучка дисперсионные свойства волны в таком волноводе описываются известным уравнением

* Основные результаты работы докладывались на IX Межвузовской конференции по электронике СВЧ (Киев, сентябрь 1979 г.).

$$(\omega^2/c^2 - k_z^2) \epsilon_p = k_{\perp}^2, \quad (1)$$

где $\epsilon_p = 1 - \omega_p^2/\omega^2$ — диэлектрическая проницаемость плазмы, ω_p — плазменная частота, k_z и $k_{\perp} = \mu/a$ — продольное и поперечное волновые числа, a — радиус волновода, μ — положительный корень уравнения $J_n(\mu) = 0$, J_n — функция Бесселя. Из дисперсионной диаграммы (рис. 2) видно, что электронный пучок может находиться в черенковском синхронизме только с низкочастотной ветвью колебаний (кривая 1), описываемых уравнением (1). По мере приближения скорости электронов к скорости света возбуждаемая в плазме волна становится «все более непотенциальной»: вектор Пойнтинга в ней отличен от нуля [8, 3], а фазовая скорость волны приближается к скорости волны в пустом волноводе. В результате этого оказывается возможным эффективный вывод волны из плазменного волновода.

Действительно, предположим, что вывод излучения осуществляется через резкую границу плазма — вакуум (рис. 1). Коэффициент отражения от такой границы дается формулой Френеля

$$R = (k_z^{(2)} - k_z^{(1)}) / (k_z^{(2)} + k_z^{(1)}), \quad (2)$$

в которой $k_z^{(1)} = (\omega^2/c^2 - k_{\perp}^2/\epsilon_p)^{1/2}$ и $k_z^{(2)} = (\omega^2/c^2 - k_{\perp}^2)^{1/2}$ — продольные волновые числа в плазменном и выходном волноводах. Элементарный анализ формулы (2) показывает, что при

$$\omega = [(\omega_p^2 + \omega_{кр}^2) / 2]^{1/2} \quad (3)$$

достигается минимальный коэффициент отражения

$$|R|_{\min} = \omega_{кр}^2 / \omega_p^2. \quad (4)$$

Здесь $\omega_{кр} = \mu c/a$ — критическая частота волновода.

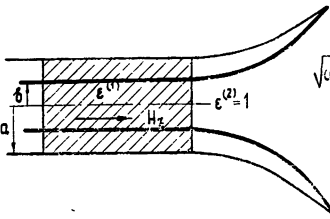


Рис. 1.

Рис 1. Схематическое изображение рабочего пространства и выходного устройства плазменного СВЧ прибора

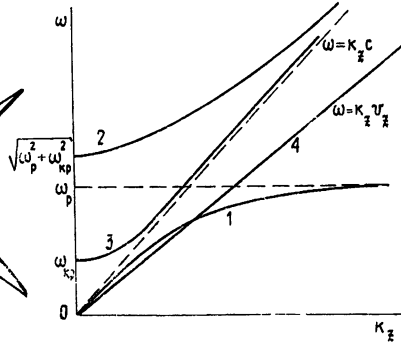


Рис. 2.

Рис 2 Низшие моды плазменного (1, 2) и вакуумного (3) волноводов и волна электронного пучка (4).

Учитывая условие черенковского синхронизма волны с электронным пучком $\omega = k_z^{(1)} v_z$, можно определить зависимость минимального коэффициента отражения от энергии электронов:

$$|R|_{\min} = \gamma_0^{-2} (\beta^2 + 1)^{-1}. \quad (5)$$

В (5) $\gamma_0 = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ — релятивистский фактор и $\beta c = v_z$ — скорость электронов.

Формула (5) показывает, что в слаборелятивистских ($\beta \ll 1$, $\gamma_0 \approx 1$) плазменных приборах практически вся энергия волны отражается от границы плазма — вакуум. При увеличении энергии электронов коэффициент отражения убывает и становится очень малым в ультрарелятивистском ($\beta \approx 1$, $\gamma_0 \gg 1$) пределе:

$$|R|_{\min} \approx \gamma_0^{-2}/2. \quad (6)$$

В соответствии с формулами (4), (3) столь малые значения $|R|$ реализуются, когда

$$\omega \approx \omega_p / \sqrt{2}, \quad \omega_{\text{вп}} \approx \omega / \gamma_0, \quad (7)$$

т. е. плазма является весьма плотной $N_e = 2,2 \cdot 10^{13} / \lambda$ (см⁻³), а волновод — широким (так, для основной моды $a \approx 0,38 \gamma_0 \lambda$; $\lambda = 2\pi c / \omega$).

Важно подчеркнуть, что соотношения (7) не противоречат сформулированному в [3] условию $2,4 < (\omega_p a / \gamma_0 c) < 3,8$, при котором в черенковском синхронизме с пучком находится лишь низшая мода волновода E_{01} .

2. Ультрарелятивистский плазменный усилитель. Предполагая выполненными условия хорошего согласования, представим поле в пространстве взаимодействия усилителя в виде одной волны $E_z = \text{Re}\{E(z)\Psi(x, y)\exp[i(\omega t - k_z^{(1)}z)]\}$ с медленно меняющейся амплитудой $E(z)$ ($\Psi = J_n(k_{\perp}r)\exp(in\varphi)$ — мембранная функция, r, φ — полярные координаты). Как отмечалось во введении, в пренебрежении нелинейными свойствами плазмы уравнения плазменного усилителя совпадают с уравнениями вакуумной ЛБВ, что существенно облегчает их исследование. Уравнения, справедливые при произвольной энергии электрона [9, 10], содержат довольно много параметров, что затрудняет их оптимизацию. Но в наиболее интересном случае ультрарелятивистских энергий электронов уравнения плазменного усилителя существенно упрощаются и могут быть представлены в виде

$$dA/d\zeta = I \int_0^{2\pi} e^{-i\vartheta} d\vartheta_0; \quad (8)$$

$$d\mathcal{E}/d\zeta = \text{Re}(Ae^{i\vartheta}), \quad d\vartheta/d\zeta = \mathcal{E}^{-2} - \Delta. \quad (9)$$

Здесь $A = (eE(z)/mc\omega) 2\gamma_0 J_n(k_{\perp}b)$ — приведенная амплитуда волны (b — радиус электронного пучка, см. рис. 1), $\mathcal{E} = \gamma/\gamma_0$ — приведенная энергия электрона, $\vartheta = \omega t - k_z^{(1)}z$ — фаза электрона относительно волны, $\zeta = \omega z / (2\gamma_0^2 c)$ — безразмерная координата, $\Delta = 2\gamma_0^2 (ck_z^{(1)}/\omega - 1)$ — расстройка синхронизма,

$$I = \frac{8}{\pi} \frac{\mu^2 J_n^2(k_{\perp}b)}{J_n^2(\mu)} \frac{\gamma_0^3}{\epsilon_p^2 k_z^{(1)} (\omega/c)^3 a^4} \frac{eI_e}{mc^3} \quad (10)$$

— параметр, пропорциональный току пучка I_e , e и m — заряд и масса покоя электрона.

При написании уравнений (8), (9) считается, что электронный пучок моноэнергетический, и пренебрежено полем высокочастотного пространственного заряда пучка.

Граничные условия для волны и электронов на входе в рабочее пространство $\zeta = 0$ имеют вид

$$A = A_0, \quad \mathcal{E} = 1, \quad \vartheta = \vartheta_0, \quad 0 \leq \vartheta_0 < 2\pi. \quad (11)$$

Электронный КПД определяется интегрированием по фазам влета электронов ϑ_0 величины \mathcal{E} , найденной в выходном сечении $\zeta = \zeta_{\text{вых}}$:

$$\eta = 1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mathcal{E}(\zeta_{\text{вых}}, \vartheta_0) d\vartheta_0. \quad (12)$$

Применительно к вакуумным черенковским приборам уравнения (8)—(11) подробно исследованы в [6]. Согласно результатам этой работы, при малой начальной амплитуде волны A_0 максимальный КПД $\eta_{\text{max}} = 0,31$ достигается при $I_{\text{opt}} = 0,1$ и $\Delta_{\text{opt}} = 3$. Пользуясь этими данными, оценим оптимальный ток плазменного усилителя, считая, что его пространство взаимодействия оптимально согласовано с выходным волноводом. При работе на низшей моде E_{01} , для которой $\mu = 2,4$,

$$I_e \approx 20\gamma_0/J_0^2(2,4 b/a) (A). \quad (13)$$

Согласно этой формуле с ростом энергии электронов оптимальный ток растет пропорционально напряжению пучка, а мощность излучения $P = \eta I_e U$ пропорциональна квадрату напряжения.

При инжекции пучка вблизи оси волновода рабочий ток, определяемый формулой (13), невелик: так, при напряжении $U = 1 \text{ МВ}$ ($\gamma_0 \approx 3$) он равен $I_e \approx 60 \text{ А}$. Поэтому для освоения больших токов следует вести электронный пучок вблизи металлической стенки волновода, где поле $E_z \sim J_0(k_{\perp} b)$ достаточно мало. Следует при этом подчеркнуть, что вблизи стенки ток, определяемый формулой (13), существенно меньше предельного вакуумного тока $I_e^{\text{пр}} = (mc^3/e) \gamma_0 (2 \ln(b/a))^{-1}$.

Мощность излучения можно повысить, увеличивая ток в несколько раз по сравнению с его оптимальным значением, поскольку, согласно [6], электронный КПД при этом падает достаточно медленно. Такое увеличение возможно, пока коэффициент усиления $K = (1/3) \exp(\Gamma \zeta_{\text{вых}})$, где

$$\Gamma = (\sqrt{3}/2) (2I)^{1/3} \quad (14)$$

— инкремент волны — не слишком велик: $|KR| < 1$ [11], так что усилитель не самовозбуждается.

3. Ультрарелятивистский плазменный генератор. В отсутствие согласования плазменного и выходного волноводов, когда условие (7) не выполняется и коэффициент отражения близок к единице, образуется высокодобротный плазменный резонатор, который может возбуждаться электронным пучком. При расчете такого генератора структуру электромагнитного поля можно считать фиксированной:

$$E_z = \text{Re}\{E_0 \sin k_z^{(1)} z \Psi(x, y) e^{i\omega t}\}, \quad k_z^{(1)} = n \pi/L, \quad (15)$$

а его амплитуду E_0 находить из уравнения баланса вносимой в резонатор пучком и излучаемой в выходной волновод мощностей

$$(I_e/e) mc^2 (\gamma_0 - 1) \eta = \omega W/Q. \quad (16)$$

Здесь $Q = \omega L/v_{\text{гp}}(1 - |R|)$ — добротность резонатора, L — его длина, $W = \int w dv$ — энергия, запасенная в резонаторе, $v_{\text{гp}}$ — групповая скорость волн, образующих поле резонатора. Для плотности энергии w в замагниченной плазме справедливо выражение [12]

$$w = \frac{1}{16\pi} \left(|E_{\perp}|^2 + \frac{d}{d\omega} (\omega \epsilon_p) |E_z|^2 + |H|^2 \right). \quad (17)$$

Электронный КПД генератора η , определяемый формулой (12), находится интегрированием уравнений движения электронов (9), в которых амплитуда волны $A \propto E_0$ считается постоянной по длине.

В режиме малого сигнала ($A \ll 1$) уравнения (9) можно проинтегрировать в явном виде и получить с точностью до членов порядка A^2

$$\eta = 2\pi^2 A^2 \zeta_{\text{вых}}^3 \varphi'(\vartheta), \quad (18)$$

где $\varphi(\vartheta) = (1 - \cos \vartheta)/\vartheta^2$ — функция, пропорциональная квадрату модуля пространственного спектра силы, действующей на электрон (в данном случае — $E_0 = \text{const}$), $\vartheta = (\Delta - 1)\zeta_{\text{вых}}$ — угол пролета электрона

Подставляя выражение (18) в уравнение баланса (16) и учитывая соотношение (17), найдем стартовый ток генератора с фиксированной структурой поля:

$$I_e^{\text{st}} = \frac{1}{16\pi^2} \frac{mc^3}{e} \gamma_0^3 Q^{-1} \frac{a^2}{L^2} \frac{J_n^2(k_{\perp} a)}{J_n^2(k_{\perp} b)} \left[\frac{(k_z^{(1)})^2 + \omega^2 c^2 \epsilon_p}{k_{\perp}^2} + \frac{d}{d\omega} (\omega \epsilon_p) \right] \frac{1}{\varphi'(\vartheta)}. \quad (19)$$

Согласно этой формуле, возбуждение генератора, в принципе, возможно не только при отрицательных углах пролета, когда фазовая скорость попутной пучку волны меньше скорости электронов, но и при положительных углах пролета, когда справедливо обратное соотношение (см. рис. 3).

По аналогии с вакуумными прототипами генератор, работающий в основной зоне ($-2\pi \leq \vartheta \leq 0$), естественно называть резонансной ЛБВ, а генератор, работающий в побочной зоне ($2\pi \leq \vartheta \leq 3\pi$) — монотроном.

В отличие от резонансной ЛБВ, в релятивистском монотроне излучение электронов оказывается возможным лишь благодаря ограниченности поля, приводящей к появлению в пространственном спектре высокочастотной силы синхронных электронам медленных гармоник (индуцированное переходное излучение) [13]. Следует отметить, что КПД релятивистского монотрона довольно высок: $\eta_{\text{max}} = 0,22$ [14]. Однако вследствие малой ширины зоны монотронного возбуждения стартовый ток сильно возрастает уже при сравнительно малых начальных разбросах энергий электронов.

В то же время возбуждение колебаний в зоне резонансной ЛБВ существенно менее чувствительно к энергетическому разбросу, а электронный КПД здесь столь же высок: $\eta_{\text{max}} = 0,24$ ($A_{\text{opt}} = 0,1$, $\vartheta_{\text{opt}} = -\pi$, $\zeta_{\text{вых opt}} = 2,5$) [15]. Оптимальное превышение рабочего тока над стартовым для резонансной ЛБВ невелико и составляет всего 1,5.

В настоящей статье плазма считалась линейной средой. Обсудим кратко пределы применимости этого приближения.

Поскольку для возбуждаемой пучком ветви плазменных колебаний модуляционная неустойчивость невозможна (критерий Лайтхилла не выполнен), одним из наиболее эффективных нелинейных механизмов является, по-видимому, обусловленное перераспределением плазмы под действием усредненной высокочастотной силы изменение фазовой скорости волны вдоль системы, ведущее к нарушению условия синхронизма пучка с волной [16]. Оценки показывают, что этот эффект становится существенным, когда осцилляторная скорость $eE_z/m\omega c$ электронов

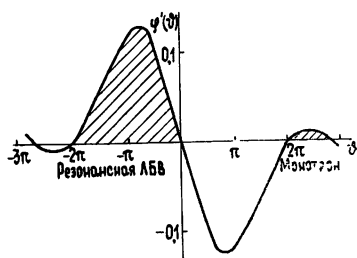


Рис 3 Зоны самовозбуждения плазменного генератора с высокочастотным резонатором

плазмы в поле волны приближается к их тепловой скорости. Это условие выполняется уже при относительно небольших мощностях волны. Однако время L/v_{Ti} (v_{Ti} — тепловая скорость ионов плазмы), за которое происходит перераспределение концентрации плазмы, существенно превосходит длительность токовых импульсов, формируемых современными сильноточными инжекторами. Поэтому этот эффект, по-видимому, не должен проявляться.

Кроме рассмотренных выше простейших систем существует возможность создания плазменных генераторов, основанных на иных принципах. Так, значительный интерес может представлять система типа лампы обратной волны, где благодаря аномальной дисперсии волн реализуется абсолютная неустойчивость пучка. Необходимая дисперсия волн имеет место, например, в волноводе, который заполнен плазмой, помещенной в магнитное поле конечной величины [17, 3]. В последней системе в принципе возможно также создание генератора встречной волны, основанного на аномальном доплеровском синхронизме.

Авторы благодарны Н. Ф. Ковалеву, М. И. Петелину и В. К. Юлпатову за критические замечания и полезные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ахиезер А И, Файнберг Я Б — ДАН СССР, 1949, **69**, с. 555
2. Bohm D., Gross E P.—Phys. Rev., 1949, **75**, p. 1851.
3. Аронов В. И, Bogdankevich L. S., Rukhadze A. A — Plasma Phys., 1976, **18**, p 101
4. Рогашкова А И, Цейтлин М Б — Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ, 1967, вып 7, с 3
5. Петелин М И — В сб.: Лекции по электронике СВЧ (3-я зимняя школа-семинар инженеров) — Саратов: Гос ун-т, 1974, кн IV, с 179
6. Ковалев Н. Ф., Сморгонский А В. — Радиотехника и электроника, 1975, **20**, с 1305
7. Ковалев Н Ф, Петелин М И, Райзер М Д, Сморгонский А. В — В сб.: Релятивистская высокочастотная электроника — Горький: ИПФ АН СССР, 1979, с. 76
8. Нечаяев В Е — Изв вузов — Радиофизика, 1973, **16**, № 4, с 613
9. Кузелев М. В., Рухадзе А. А.—ЖТФ, 1979, **49**, с. 1132.
10. Толстолужский А П — УФЖ, 1979, **24**, с 326
11. Богданкевич Л С, Кузелев М В, Рухадзе А. А.—Физика плазмы, 1979, **5**, с 90
12. Александров А Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А Основы электродинамики плазмы — М.: Высшая школа, 1978
13. Юлпатов В. К.—Изв вузов — Радиофизика, 1970, **13**, № 12, с 1784
14. Сморгонский А В — Изв вузов — Радиофизика, 1973, **16**, № 1, с 150
15. Кротова З Н, Чертков Ю С — Изв вузов — Радиофизика, 1974, **17**, № 3, с 413
16. Шапиро В Д, Шевченко В. И.—Ядерный синтез, 1972, **12**, с. 133
17. Trivelpiece A. W., Gould R W—J Appl. Phys., 1959, **30**, p 1784

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
4 апреля 1980 г

TO THE THEORY OF RELATIVISTIC PLASMA CERENKOV MICROWAVE DEVICES

V. L. Bratman, N. S. Ginzburg, M A Shapiro

A possibility is shown for the effective output of an electromagnetic wave excited by a relativistic electron beam from a plasma waveguide. The theory of interaction between a relativistic beam and a synchronous wave of the plasma waveguide is reduced to the developed theory of vacuum Cerenkov devices when neglecting nonlinear effects in a plasma. Optimum efficiency parameters of plasma amplifier and plasma generator with a high Q -factor cavity are defined.