

УДК 538 574 6

ДИФРАКЦИЯ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА ТЕЛЕ ВРАЩЕНИЯ, ЧАСТИЧНО ПОКРЫТОМ СЛОЕМ ДИЭЛЕКТРИКА

Е. Н. Васильев, А. Р. Серегина, Э. В. Седельникова

Задача сводится к системе интегральных уравнений относительно электрического тока на поверхности металла и эквивалентных токов на диэлектрике. Интегральные уравнения решаются численно. По вычисленным распределениям тока находятся рассеянные поля.

В работе [1] рассмотрена дифракция плоской электромагнитной волны на теле, покрытом слоем диэлектрика. В случае тела, частично покрытого диэлектрическим слоем, и математическая основа метода и характер рассеяния поля заметно отличаются. Будем предполагать, что идеально проводящее тело вращения имеет произвольную форму образующей, а слой диэлектрика однороден и может быть переменной толщины, в том числе и нулевой (рис. 1а). Единственное ограничение, накладываемое на диэлектрическое покрытие, состоит в том, что его поверхность обладает вращательной симметрией.

Для решения задачи в столь общей постановке наиболее целесообразно применить метод интегральных уравнений [2], который используется ниже.

Интегральное уравнение. Геометрия рассматриваемой задачи приведена на рис. 1а. Идеально проводящее тело ограничено поверхностями Σ_{1e} и Σ_{1i} . Область V_i занята диэлектриком с комплексной диэлектрической проницаемостью ϵ'_i . Внешняя поверхность диэлектрика обозначена Σ_2 . Параметры области V_e характеризуются величинами ϵ'_e, μ_0 .

На каждой из поверхностей Σ_{1e}, Σ_{1i} и Σ_2 вводится координатная система вращения u, v, φ (рис. 1б). Наряду с координатами вращения в дальнейшем применяются также цилиндрические координаты z, R, φ .

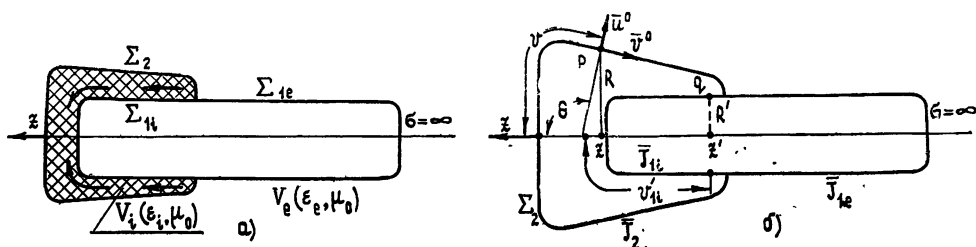


Рис. 1.

Обычно при составлении интегральных уравнений используется теорема эквивалентности [3]. Однако для тел вращения удобнее воспользоваться этой же теоремой, но в форме, содержащей тензорную функцию Грина в координатах u, v, φ [4]:

$$\vec{E}_m(p) = \int_v [\mathcal{E}_m^o(\epsilon, \mu, p, q) \vec{J}_m^o(q) + \mathcal{E}_m^M(\epsilon, \mu, p, q) \vec{J}_m^M(q)] h_3(q) dv_q; \quad (1)$$

$$\bar{H}_m(p) = \int_v [H_m^{\mathfrak{a}}(\varepsilon, \mu, p, q)\bar{J}_m^{\mathfrak{a}}(q) + H_m^{\mathfrak{M}}(\varepsilon, \mu, p, q)\bar{J}_m^{\mathfrak{M}}(q)] h_3(q) dv_q. \quad (2)$$

Эти формулы записаны для отдельных азимутальных гармоник, номер гармоники m указан в индексах всех функций. Интеграл в (1), (2) — криволинейный, он берется по меридиональной линии v на поверхности тела.

Каждый из тензоров Грина $\mathcal{G}_m^{\mathfrak{a}}$, $\mathcal{G}_m^{\mathfrak{M}}$, $H_m^{\mathfrak{a}}$, $H_m^{\mathfrak{M}}$ представляет собой матрицу из 9 элементов, в частности,

$$\mathcal{G}_m^{\mathfrak{a}} = \begin{pmatrix} \mathcal{G}_{mi}^{\mathfrak{a}u} & \mathcal{G}_{mi}^{\mathfrak{a}v} & \mathcal{G}_{mi}^{\mathfrak{a}\varphi} \\ \mathcal{G}_{mv}^{\mathfrak{a}u} & \mathcal{G}_{mv}^{\mathfrak{a}v} & \mathcal{G}_{mv}^{\mathfrak{a}\varphi} \\ \mathcal{G}_{m\varphi}^{\mathfrak{a}u} & \mathcal{G}_{m\varphi}^{\mathfrak{a}v} & \mathcal{G}_{m\varphi}^{\mathfrak{a}\varphi} \end{pmatrix}.$$

Смысл индексов компонент тензора Грина следующий: первый верхний индекс указывает на тип тока (электрический или магнитный), создающего поле, второй — на составляющую этого тока. Нижний индекс m определяет номер азимутальной гармоники, а второй — составляющую поля. Умножение вектора на тензорную функцию Грина в (1) и (2) понимается как умножение матрицы на вектор. Выражения для компонент тензорных функций Грина даны в [4].

Применим (1) и (2) к области V_i . При этом в формулах конкретизируются значения ε и μ ($\varepsilon = \varepsilon'_i$, $\mu = \mu_0$) и контур интегрирования. Последний состоит из двух частей: меридиональной линии v_2 , лежащей на поверхности Σ_2 , и линии v_{1i} , соответствующей поверхности Σ_{1i} . На линии v_{1i} магнитный ток полагается равным нулю, поскольку Σ_1 — поверхность идеально проводящего тела. Точка наблюдения принадлежит области V_i :

$$\begin{aligned} \tilde{E}_m^i(p_i) = & - \int_{v_2} [\mathcal{G}_m^{\mathfrak{a}}(\varepsilon'_i, \mu_0, p, q)\bar{J}_{2m}^{\mathfrak{a}}(q) + \mathcal{G}_m^{\mathfrak{M}}(\varepsilon'_i, \mu_0, p, q) \times \\ & \times \bar{J}_{2m}^{\mathfrak{M}}(q)] h_3(q) dv_q + \int_{v_{1i}} \mathcal{G}_m^{\mathfrak{a}}(\varepsilon'_i, \mu_0, p, q)\bar{J}_{1i}^{\mathfrak{a}}(q) h_3(q) dv_q; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \bar{H}_m^i(p_i) = & - \int_{v_2} [H_m^{\mathfrak{a}}(\varepsilon'_i, \mu_0, p, q)\bar{J}_{2m}^{\mathfrak{a}}(q) + H_m^{\mathfrak{M}}(\varepsilon'_i, \mu_0, p, q)\bar{J}_{2m}^{\mathfrak{M}}(q)] \times \\ & \times h_3(q) dv_q + \int_{v_{1i}} H_m^{\mathfrak{a}}(\varepsilon'_i, \mu_0, p, q)\bar{J}_{1i}^{\mathfrak{a}}(q) h_3(q) dv_q. \end{aligned} \quad (4)$$

Далее применяем формулы (1) и (2) к области V_e , положив $\varepsilon = \varepsilon'_e$ и $\mu = \mu_0$:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_m^e(p_e) = & \int_{v_2} [\mathcal{G}_m^{\mathfrak{a}}(\varepsilon'_e, \mu_0, p, q)\bar{J}_{2m}^{\mathfrak{a}}(q) + \mathcal{G}_m^{\mathfrak{M}}(\varepsilon'_e, \mu_0, p, q) \times \\ & \times \bar{J}_{2m}^{\mathfrak{M}}(q)] h_3(q) dv_q + \int_{v_{1e}} \mathcal{G}_m^{\mathfrak{a}}(\varepsilon'_e, \mu_0, p, q)\bar{J}_{1e}^{\mathfrak{a}}(q) h_3(q) dv_q + \tilde{E}_m^n(p_e); \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \bar{H}_m^e(p_e) = & \int_{v_2} [H_m^{\mathfrak{a}}(\varepsilon'_e, \mu_0, p, q)\bar{J}_{2m}^{\mathfrak{a}}(q) + H_m^{\mathfrak{M}}(\varepsilon'_e, \mu_0, p, q)\bar{J}_{2m}^{\mathfrak{M}}(q)] \times \\ & \times h_3(q) dv_q + \int_{v_{1e}} H_m^{\mathfrak{a}}(\varepsilon'_e, \mu_0, p, q)\bar{J}_{1e}^{\mathfrak{a}}(q) h_3(q) dv_q + \bar{H}_m^n(p_e). \end{aligned} \quad (6)$$

Интеграл в (5), (6) берется по линии \mathcal{C}_2 и \mathcal{C}_{1e} , причем последняя соответствует образующей идеально проводящего тела. Знак минус перед интегралами по \mathcal{C}_2 в (3), (4) введен потому, что токи $\bar{J}_{2m}^{\mathcal{C}}$ и $\bar{J}_{2m}^{\mathcal{M}}$ определены через нормаль, внешнюю к объему V_i : $\bar{J}^{\mathcal{C}} = [\bar{n} \times \bar{H}]$, $\bar{J}^{\mathcal{M}} = [\bar{E} \times \bar{n}]$. Кроме того, в правую часть (5), (6) добавлены азимутальные гармоники падающего поля $E_m^n(\rho_e)$ и $H_m^n(\rho_e)$, так как по предположению в области V_e находятся сторонние источники поля.

В (3)—(6) эквивалентные токи соответствуют полным полям. Эти выражения служат основой для вывода системы интегральных уравнений.

Положим точку наблюдения вначале на поверхность Σ_{1i} и потребуем выполнения или граничного условия $[\bar{n} \bar{E}] = 0$ или $[\bar{n} \bar{H}] = \bar{J}^{\mathcal{C}}$. Воспользуемся вторым условием, и, как следствие, выражением (4). С учетом разрыва магнитного поля на листе электрического тока получим первое уравнение системы.

Аналогично действуем применительно к поверхности Σ_{1e} , используя уравнение (6). Выражения (3) и (5) при удовлетворении граничного условия на идеально проводящей поверхности не участвуют.

Далее удовлетворяем граничные условия на поверхности Σ_2 . В силу непрерывности тангенциальных составляющих полей \bar{E} и \bar{H} на этой поверхности эквивалентные токи попарно равны

$$\bar{J}_{2e}^{\mathcal{C}} = \bar{J}_{2i}^{\mathcal{C}}, \quad \bar{J}_{2e}^{\mathcal{M}} = \bar{J}_{2i}^{\mathcal{M}}. \quad (7)$$

Принимая во внимание (7), поступаем так же, как при выводе интегрального уравнения для диэлектрического тела [5]. Образует линейную комбинацию (3) и (5) и (4) и (6), предварительно умножив векторно на нормаль. Точка наблюдения при этом опускается на поверхность Σ_2 и учитываются разрывы полей на эквивалентных токах. Это дает еще два интегральных уравнения, которые для краткости записи можно объединить.

Окончательный вид системы уравнений следующий:

$$\bar{J}_{1i}^{\mathcal{C}}(v_{1i}) - \int_{v_{1i}} P_i(v_{1i}, v'_{1i}) \bar{J}_{1i}^{\mathcal{C}}(v'_{1i}) dv'_{1i} - \int_{v_2} L_i^{12}(v_{1i}, v'_2) \bar{J}_2(v'_2) dv'_2 = 0; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \bar{J}_{1e}^{\mathcal{C}}(v_{1e}) + \int_{v_{1e}} P_e(v_{1e}, v'_{1e}) \bar{J}_{1e}^{\mathcal{C}}(v'_{1e}) dv'_{1e} + \int_{v_2} L_e^{12}(v_{1e}, v'_2) \times \\ \times \bar{J}_2(v'_2) dv'_2 = 2\bar{J}_e^{\mathcal{C}}(v_{1e}); \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \bar{J}_2(v_2) + \int_{v_2} \Pi(v_2, v'_2) \bar{J}_2(v'_2) dv'_2 + \int_{v_{1e}} L_e^{21}(v_2, v'_{1e}) \bar{J}_{1e}^{\mathcal{C}}(v'_{1e}) dv'_{1e} - \\ - \int_{v_{1i}} L_i^{21}(v_2, v'_{1i}) \bar{J}_{1i}^{\mathcal{C}}(v'_{1i}) dv'_{1i} = 2\bar{J}_e^{\mathcal{M}}(v_2). \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь $\bar{J}_2(v_2)$ — вектор плотности эквивалентного тока на поверхности Σ_2 , характеризуемый четырьмя составляющими: $J_{2\sigma}^{\mathcal{C}}$, $J_{2\varphi}^{\mathcal{C}}$, $J_{2\sigma}^{\mathcal{M}}/\omega_0$, $J_{2\varphi}^{\mathcal{M}}/\omega_0$ ($\omega_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$). $\bar{J}_{1e}^{\mathcal{C}}(v_{1e})$ и $\bar{J}_{1i}^{\mathcal{C}}(v_{1i})$ — вектор плотности электрического тока на идеально проводящей поверхности Σ_{1e} и Σ_{1i} , имеющий по две компоненты $J_{\sigma}^{\mathcal{C}}$ и $J_{\varphi}^{\mathcal{C}}$.

Матричные ядра P_e и P_i уравнений (8)—(10) соответствуют задаче возбуждения идеально проводящего тела [6]. Отличие их состоит в том, что функция Грина ядра P_e определяется параметрами μ_0 , ϵ_e и P_i — параметрами μ_0 , ϵ_i . Эти ядра выражаются через элементы тензорной функции Грина [4]. Ядро Π , характерное для задачи возбуждения ди-

электрического тела, подробно описано в [5]. Ядра L , учитывающие взаимодействие токов, текущих по идеально проводящей поверхности и поверхности диэлектрика, могут быть выражены через элементы ядер Π [1], определяющие все возможные комбинации полей и токов, их создающих.

Система интегральных уравнений (8)–(10) решалась численно сведением ее к системе линейных алгебраических уравнений. Для рационального использования памяти ЭВМ применялся метод клеточного обращения матрицы. В результате решения получают распределения эквивалентных электрических и магнитных токов по поверхностям Σ_{1e} , Σ_{1i} и Σ_2 , которые дают возможность рассчитать электромагнитные поля в произвольной точке пространства.

Для упрощения записи в выражениях (8)–(10) опущен индекс m , характеризующий номер азимутальной гармоники полей и токов.

Результаты расчета. Изложенный выше метод был применен к расчету дифракции плоской волны на цилиндре, частично покрытом слоем диэлектрика. Предполагалось, что волна падает вдоль оси тела, что соответствует первой азимутальной гармонике $m = 1$.

В приложениях большой интерес имеет обратное рассеяние, которое и рассматривается ниже. Зависимость амплитуды рассеянного поля от диэлектрической проницаемости покрытия дана на рис. 2. Там же

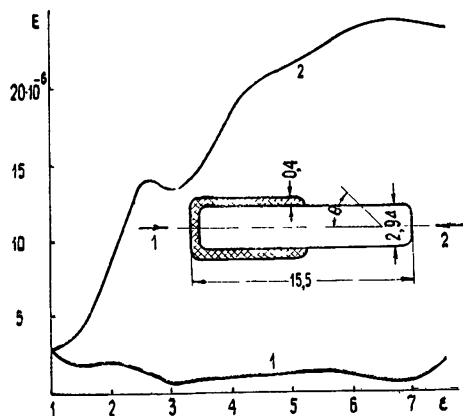


Рис. 2.

приводится эскиз цилиндра с покрытием и его размеры, умноженные на волновое число; стрелками указано направление прихода волны. Обращает на себя внимание резкая разница в величине рассеянного поля при падении плоской волны со стороны покрытого диэлектриком торца и с противоположной стороны.

Для выяснения причины этого явления рассмотрим распределение плотности электрических и магнитных токов на теле (рис. 3, 4). На рис. 3а приводятся кривые составляющих плотности электрических токов J_v^z и J_φ^z на поверхности металла для двух направлений падения волны: $\theta = 0^\circ$ и $\theta = 180^\circ$, $\epsilon = 2,5$ (рис. 2). Распределения эквивалентных токов на диэлектрической поверхности изображены на рис. 3б ($\theta = 0$) и 3в ($\theta = 180^\circ$).

Если электромагнитная волна падает с направления $\theta = 180^\circ$ (пунктирные кривые на рис. 3а) в области, покрытой диэлектриком ($0 < v < 9$), электромагнитное поле концентрируется и, кроме того, образуется отраженная волна достаточно большой амплитуды. Наличие диэлектрика на поверхности тела создает благоприятные условия для движения квазиповерхностной волны, показанного на рис. 1а стрелка-

ми. Условия отражения здесь не отличаются от условий отражения на цилиндре, полностью покрытом слоем диэлектрика (рис. 4г).

Как для отраженной, так и для падающих волн часть тела с диэлектриком и, в какой-то мере, непокрытая часть представляет собой антенну бегущей волны. При достаточно интенсивном отражении на покрытом торце формируется диаграмма рассеяния, имеющая два лепестка вдоль оси тела: один, бóльший по направлению падения волны, второй, примерно в два раза меньший, в сторону движения отраженной волны (рис. 3г). Естественно, что определенный вклад в обратное рассеяние вносит также плоский торец цилиндра.

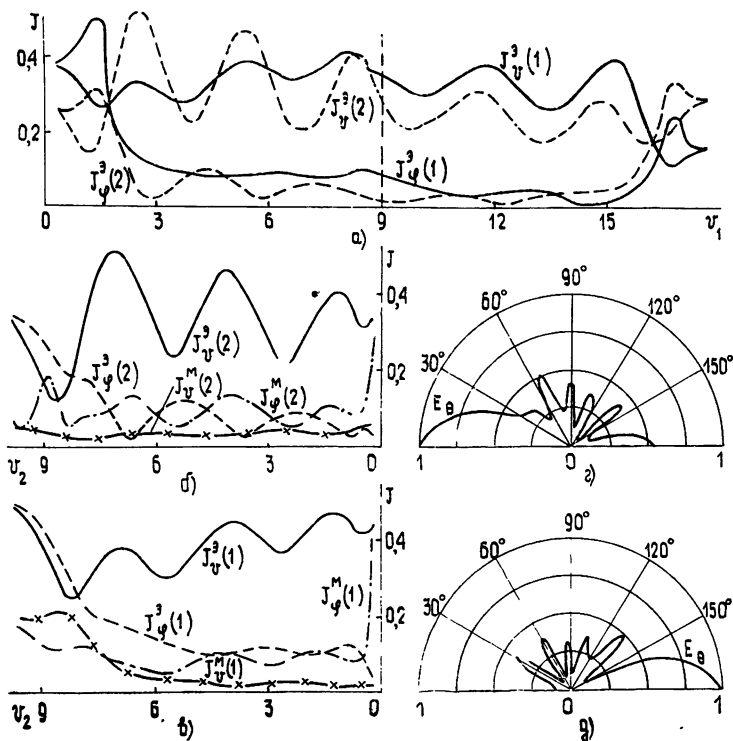


Рис. 3.

На рис. 3б дано распределение плотностей эквивалентных электрических и магнитных токов на поверхности диэлектрика. Этими токами, совместно с электрическими токами на поверхности Σ_{1e} (рис. 1а), определяется рассеянное поле. В рассматриваемом примере слой диэлектрика относительно тонок ($d < 0,1 \lambda$), поэтому распределение эквивалентного электрического тока фактически повторяет распределение соответствующих токов на металлической поверхности. Магнитные токи относительно невелики по амплитуде.

Аналогичная картина наблюдается и при других значениях диэлектрической проницаемости (рис. 4а, б). На этом рисунке даны только электрические токи на поверхности металла.

Рассмотрим теперь случай падения волны с направления $\theta = 0^\circ$ (сплошные кривые на рис. 3а). Условия здесь несколько иные. Волна, достигнув непокрытого торца, отражается слабее. Отраженная волна, кроме того, при движении вдоль непокрытой части цилиндра заметно затухает. (Последнее обстоятельство особенно четко видно из рис. 4в, где рассмотрено распределение тока на таком же теле, но без диэлектрика.) Все это приводит к тому, что существенно снижается излучение в обратном направлении (рис. 3д).

Таким образом, описанный в статье метод позволяет эффективно рассчитывать рассеяние на телах вращения произвольной формы, частично покрытых диэлектриком. Результаты проведенных расчетов показывают, что частичное диэлектрическое покрытие в сильной мере может изменить рассеянное поле.

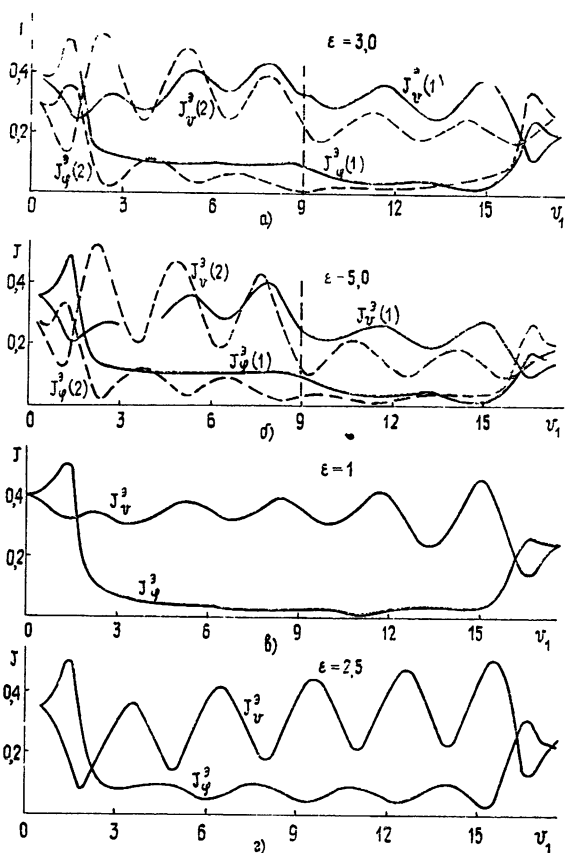


Рис. 4.

ЛИТЕРАТУРА

1. Васильев Е. Н., Серегина А. Р., Седельникова З. В.—Изв вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 7, с. 833.
2. Васильев Е. Н.—Сб. науч.-метод. статей. Прикладная электродинамика.—М.: 1977, вып. 1.
3. Марков Г. Т., Чаплин А. Ф. Возбуждение электромагнитных волн — М.—Л.: Энергия, 1967.
4. Васильев Е. Н., Гореликов А. И., Фалунин А. А — Сб. науч.-метод. статей Прикладная электродинамика.— М.: 1980, вып. 3.
5. Васильев Е. Н., Материкова Л. Б.—ЖТФ, 1965, 35, № 10, с. 1817
6. Васильев Е. Н.—Изв. вузов — Радиофизика, 1959, 2, № 4, с. 588.

Московский энергетический институт

Поступила в редакцию
22 мая 1980 г.

DIFFRACTION OF A PLANE ELECTROMAGNETIC WAVE ON A ROTATING BODY COVERED PARTIALLY BY A DIELECTRIC LAYER

E. N. Vasil'ev, A. R. Seregina, Z. V. Sedel'nikova

The problem is reduced to a system of integral equations relative to an electric current on the metal surface and equivalent currents on a dielectric. Integral equations are numerically solved. Scattered fields are found over the numerical distributions of the current.