

УДК 535 41

О СТРУКТУРЕ ОПТИЧЕСКОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ В КОГЕРЕНТНОМ СВЕТЕ

Г. Р. Локшин, С. М. Козел, В. Е. Белонучкин

Обсуждаются особенности пространственной структуры световой волны, рассеянной когерентно освещенным предметом. Рассматривается метод получения сфокусированного оптического изображения, обладающий рядом интересных свойств

Световую волну, рассеянную когерентно освещенным предметом и распространяющуюся в свободном пространстве, целесообразно в ряде случаев рассматривать как суперпозицию плоских волн, поскольку последние являются собственными функциями (модами) свободного пространства [1]. По мере распространения от предметной плоскости Π_0 до плоскости наблюдения Π_1 (рис. 1а) пространственная структура волны изменяется. Если последовательно использовать спек-

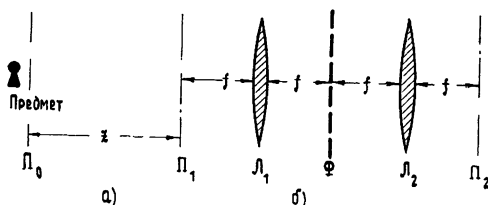


Рис. 1.

тральные представления, то следует заключить, что эти изменения обусловлены «дисперсионными» свойствами свободного пространства: спектральные гармоники различных пространственных частот (т. е. плоские волны разных направлений) приобретают в процессе распространения различный фазовый набег. При этом пространственный спектр волны в плоскости наблюдения связан со спектром волны в предметной плоскости равенством

$$F_1(u, v) = F_0(u, v) \exp(i \sqrt{k^2 - u^2 - v^2} - z). \quad (1)$$

Изменение фазовых соотношений между плоскими волнами приводит к тому, что изменяется и результат интерференции этих волн; именно поэтому комплексная амплитуда волны в плоскости наблюдения не имеет внешне ничего общего с комплексной амплитудой волны в предметной плоскости.

Мы покажем, однако, что резкое (сфокусированное) изображение существует в действительности в скрытом, зашифрованном виде в любой плоскости наблюдения, отстоящей от предмета на произвольном расстоянии. Ниже рассматривается один из возможных способов расшифровки такого изображения.

Напомним прежде всего об известном методе передачи изображений без помощи линз и голографии, методе, который получил название «репрографии» [2]. Речь идет о свойстве световой волны, дифрагированной на периодической структуре, воспроизводить в процессе распространения изображение этой структуры: изображение самовосстанавливается (репродуцируется) периодически, на расстояниях от объекта, равных $z_n = 2(d^2/\lambda)n$, где d — период структуры, n — целое число. Такое самовосстановление происходит благодаря тому, что волна, дифрагированная на периодической структуре, представляется совокупностью дискретного набора плоских волн с частотами, кратными $2\pi/d$. При этом на расстояниях, кратных $2(d^2/\lambda)$, восстанавливаются исходные фазовые соотношения (т. е. фазовые сдвиги, возникающие при распространении плоских волн в свободном пространстве, оказываются кратными 2π). Это и приводит к восстановлению пространственной структуры периодического объекта.

Рассмотрим теперь волну, рассеянную произвольной неперидической структурой. Пространственный спектр такой волны, вообще говоря, непрерывен, т. е. волна представляется непрерывной совокупностью плоских волн; поэтому никакого саморепродуцирования не происходит. Однако из имеющейся непрерывной совокупности плоских волн можно выбрать необходимый дискретный набор так, чтобы, во-первых, фазовые соотношения в этом наборе в плоскости наблюдения оказались такими же, как и в плоскости предмета, и, во-вторых, чтобы устранение всех «лишних» пространственных компонент не приводило к потере информации о пространственной структуре предмета. Такая возможность основана на том обстоятельстве, что волновое поле, рассеянное предметом конечных размеров, содержит избыточную информацию, поэтому восстановление исходного изображения вовсе не требует всей непрерывной совокупности плоских волн. Действительно, пространственный спектр ограниченного предмета может быть представлен, согласно теореме Котельникова, в виде (для простоты мы ограничиваемся здесь одномерной задачей)

$$F(u) = \sum_n F(\Omega_n) \frac{\sin a(u - \Omega_n)}{a(u - \Omega_n)}, \quad \Omega_n = \frac{2\pi}{a} n, \quad (2)$$

где a — размер предмета. Преобразуя обе части (2) по Фурье, получаем следующее представление для предметного поля $f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} \sum_n F(\Omega_n) \exp(i \Omega_n x), & |x| < a \\ 0 & |x| > a \end{cases}. \quad (3)$$

Таким образом, достаточно иметь в распоряжении дискретный набор гармоник Ω_n , чтобы полностью восстановить изображение предмета. При этом расстояние между отсчетными точками не должно превышать величины $\Omega_0 = 2\pi/a$.

Разумеется, невозможно устранить избыточную информацию без использования оптической фильтрации. Такой оптический фильтр изображен на рис. 16. В отсутствие фильтрующей решетки Φ , установленной в фурье-плоскости оптической системы (общей фокальной плоскости линз L_1 и L_2), резкого сфокусированного изображения в плоскости наблюдения P_2 , очевидно, нет, так же, как его нет и в плоскости P_1 (эти плоскости оптически сопряжены, т. е. волновые поля в этих плоскостях тождественны, если речь идет об идеальной оптической системе). Задача состоит в том, чтобы, не меняя фокусировку оптической системы (не перемещая линзы L_1 и L_2), подобрать функцию пропускания решетки Φ так, чтобы в выходной плоскости P_2 возникло резкое

сфокусированное изображение предмета, находящегося на произвольном расстоянии от входной плоскости P_1 .

Итак, рассмотрим волновое поле в плоскости P_1 , созданное когерентной световой волной, дифрагированной на предмете, расположенном в плоскости P_0 (на расстоянии z от P_1). Из сказанного выше ясно, что это волновое поле можно рассматривать как сумму дискретного набора плоских волн, суперпозиция которых образует резкое сфокусированное изображение, и наложенный на это изображение «шумовой фон», созданный совокупностью всех остальных плоских волн (с неблагоприятными фазовыми соотношениями). Наличие этого шумового фона и приводит к тому, что мы не видим в плоскости P_1 изображения предмета. Назначение оптической системы фильтрации состоит в том, чтобы «пропустить» лишь те пространственные гармоники, для которых фазовые соотношения в плоскости P_1 (и, следовательно, в плоскости P_2) те же, что и в предметной плоскости P_0 . Согласно (1), разность фаз двух гармоник с частотами $n u_0$ и $m u_0$, приобретаемая при распространении волны между плоскостями P_0 и P_1 , равна (во френелевском приближении)

$$\Delta\varphi = (z/2k) u_0^2 (n^2 - m^2).$$

Выбирая u_0 так, чтобы выполнялось равенство $\Delta\varphi = 2\pi l$ (l — целое число), имеем

$$u_0^2 = \frac{8\pi^2}{\lambda z} \frac{l}{n^2 - m^2}.$$

Минимальное значение u_0 (при котором разность фаз между гармониками с $n = 1$ и $m = 0$ равна 2π) есть

$$u_0 = (2\pi/\sqrt{\lambda z}) \sqrt{2}. \quad (4)$$

Фильтрующая решетка должна пропустить гармоники с частотами, кратными (4), т. е. должна иметь период

$$d = f \sqrt{(\lambda/z) 2} \quad (5)$$

(f — фокусное расстояние линзы L_1). При этом поле в выходной плоскости P_2 оказывается равным

$$g(x) = \sum F(u_n) \exp(iu_n x), \quad u_n = (2\pi/\sqrt{\lambda z/2}) n. \quad (6)$$

Это поле представляет собой сфокусированное, периодически повторяющееся изображение структуры $f(x)$:

$$g(x) = \sum_n f(x - x_n), \quad x_n = n \sqrt{\lambda z/2}. \quad (7)$$

Каждому положению предмета (относительно плоскости P_1) соответствует свой период d решетки, которая обеспечивает фокусировку изображения в выходной плоскости P_2 . При смещении предмета резкое изображение в плоскости P_2 исчезает, однако при $z_2 = 2z$ вновь наступает фокусировка (при этом разность фаз выбранных гармоник снова оказывается кратной 2π). Вообще сфокусированное изображение появляется при условии

$$z_n = 2n \lambda (f/d)^2. \quad (8)$$

Таким образом, оптическая система с фильтрующей решеткой является многофокусной, в отличие от обычных линзовых систем.

В этой связи вновь напомним о саморепродуцировании периодического объекта, резкие изображения которого также возникают на различных расстояниях от предмета.

В соответствии со сказанным выше потери информации при фильтрации не происходит, если интервал между выбранными гармониками $2\pi/\sqrt{\lambda z/2}$ не превышает величины $2\pi/a$. Отсюда получаем условие на минимальное расстояние z (или на максимальный размер предмета a):

$$2a^2/\lambda z < 1. \quad (9)$$

Отметим, что полученное в выходной плоскости сфокусированное изображение, определяемое равенством (6), будет в дальнейшем, при распространении волны вправо, самофокусироваться (репродуцироваться) так же, как изображение любой периодической структуры.

Мы рассмотрели выше идеализированную ситуацию δ -решетки в фурье-плоскости (т. е. решетку с бесконечно узкими щелями). Обеспечение этого условия приводит, как выяснилось, к идеальной фокусировке изображения, которое имеет, однако, бесконечно малую освещенность. Увеличение ширины щелей увеличивает освещенность. При этом качество фокусировки ухудшается, поскольку в формировании изображения принимают участие в этом случае не точно сфазированные пространственные гармоники.

Любопытно оценить влияние конечной ширины щелей, используя в качестве критерия дифракционное качество изображения. Другими словами, потребуем, чтобы ухудшение качества изображения (разрешающей способности), обусловленное использованием щелей конечных размеров, не превышало дифракционного искажения, связанного с использованием линз L_1 и L_2 конечного размера D .

Можно показать, что при учете конечной ширины щелей равенство (6) заменяется соотношением

$$g(x) = \sum F(u_n) \exp(iu_n x) c_n(x), \quad (10)$$

$$u_n = 2\pi/(\sqrt{\lambda z/2}) n,$$

где коэффициенты c_n , с появлением которых связаны искажения, есть

$$c_n(x) = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} \exp\left[-i\left(\frac{z}{k} u_n - x\right) u\right] du \quad (11)$$

(Δ связано с шириной щелей b очевидным равенством $\Delta = kb/f$).

Из (10) и (11) следует, что искажения оказываются несущественными (не превышающими дифракционные), если в пределах всей полосы пропускания оптической системы $u_n \leq kd/f$ все функции $c_n(x)$ хорошо «перекрываются»: $2\pi/\Delta \gg (z/k)(kd/f)$. Отсюда получаем соотношение неопределенности

$$z\Delta \leq 2\pi(f/D), \quad zb \leq (\lambda f^2/D^2). \quad (12)$$

Чем больше требуемая глубина резкости z , тем меньше должны быть прозрачные участки решетки b и тем меньше доля полезно используемого светового потока $\eta = \Delta/u_0$.

Задавшись необходимой величиной η (например, исходя из оценки чувствительности фотодетектора), получаем для допустимой дефокусировки оценку

$$z \leq \frac{1}{\eta^2} \lambda \left(\frac{f}{D}\right)^2 = \frac{1}{\eta^2} z_0,$$

где $z_0 = \lambda f^2/D^2$ представляет собой величину допустимой дефокусировки для оптической системы без решетки. Например если для регистрации изображения достаточно иметь $\eta \approx 0,01$, то глубина резкости может быть увеличена примерно в 10^4 раз без ухудшения разрешающей способности. Отсюда ясно, что в некоторых случаях рассмотренная система может представлять, по-видимому, не только академический интерес.

В заключение отметим, что дальнейшее увеличение светосилы системы может быть связано, во-первых, с использованием кольцевой решетки вместо рассмотренной выше одномерной (с потерей эффекта мультипликации изображения в выходной плоскости) и, во-вторых, за счет использования пространственных гармоник с частотами $u_m = \sqrt{m} u_0$, для которых фазовые соотношения также оказываются благоприятными при тех же условиях (4) и (5).

ЛИТЕРАТУРА

1. Зверев В. А. Радиооптика. — М.: Сов. радио, 1975
2. Денисюк Ю. Н., Рамишвили Н. М., Чавчанидзе В. В. — Оптика и спектроскопия, 1971, 30, № 6, с. 1130.

Московский физико-технический
институт

Поступила в редакцию
31 марта 1980 г.

THE STRUCTURE OF AN OPTICAL IMAGE IN THE COHERENT LIGHT

G. R. Lokshin, S. M. Kozel, V. E. Belonuchkin

Peculiarities of the space structure of a light wave scattered by a coherently illuminated object are discussed. A method is considered for obtaining a focused optic image possessing a number of interesting properties.
