

УДК 551.511 6

СИЛЬНЫЕ ФЛУКТУАЦИИ ПОТОКА НЕКОГЕРЕНТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ

В. А. Банах, В. М. Булдаков, В. Л. Миронов

С использованием асимптотического решения уравнения для четвертого момента поля в области сильных флуктуаций интенсивности проведено исследование флуктуаций светового потока некогерентного источника в зависимости от размеров передающей и приемной апертур

В результате проведенного анализа установлено, что в условиях сильных флуктуаций характерным масштабом, определяющим влияние конечных размеров некогерентного источника и приемника на флуктуации интенсивности света, является радиус когерентности поля волны. Показано, что относительная дисперсия флуктуаций светового потока некогерентного источника стремится к нулю с увеличением интенсивности турбулентности на трассе по степенному закону.

Теоретическое исследование слабых флуктуаций светового потока некогерентного источника проводилось в работах [1-5] методом плавных возмущений. Исследованию сильных флуктуаций интенсивности некогерентного излучения посвящены работы [6, 7]. Здесь показано, что при увеличении интенсивности турбулентности на трассе происходит уменьшение относительной дисперсии флуктуаций интенсивности излучения σ_I^2 до нуля. Однако закон стремления σ_I^2 к нулю в [6, 7] не установлен, что не позволяет интерпретировать имеющиеся экспериментальные данные по флуктуациям интенсивности некогерентного излучения [8-10].

Целью настоящей работы является исследование на основе решения уравнения для четвертого момента поля влияния конечных размеров приемника и некогерентного источника на флуктуации светового потока в условиях сильных флуктуаций интенсивности.

Пусть некогерентный источник представляет собой круглый диск радиуса S , а его излучение, проходящее расстояние x через турбулентную атмосферу, принимается круглым объективом радиуса R . Следуя [5], будем считать, что на любую точку объектива падает некогерентный пучок сферических волн от различных точек источника и интенсивности этих волн складываются. Тогда суммарная интенсивность в точке ρ приемника и полный световой поток P запишутся соответственно в виде

$$I(\rho) = \int_{\sigma} d^2 s i(s, \rho), \quad (1)$$

$$P = \int_{\Sigma} d^2 \rho I(\rho) = \int_{\Sigma} d^2 \rho \int_{\sigma} d^2 s i(s, \rho).$$

Здесь $i(s, \rho)$ — интенсивность сферической волны, приходящей в точку ρ приемника из точки s источника. Интегрирование ведется по поверхности приемника ($\Sigma = \pi R^2$) и источника ($\sigma = \pi S^2$). Из (1) следует, что выражение для относительной дисперсии флуктуаций светового потока $P' = P - \langle P \rangle$ имеет вид

$$F(S, R) = D(S, R)/\sigma^2 \Sigma^2 \langle i \rangle^2, \quad (2)$$

где $D(S, R) = \int d^4 s_1, s_2 \int d^4 \rho_1, \rho_2 B_i(s_1, s_2, \rho_1, \rho_2)$ — дисперсия флуктуаций потока, $B_i(s_1, s_2, \rho_1, \rho_2) = \langle \prod_{i=1,2} (i(s_j, \rho_j) - \langle i(s_j, \rho_j) \rangle) \rangle$ — корреляционная функция интенсивностей двух сферических волн, прошедших в точки ρ_1, ρ_2 приемника из точек s_1, s_2 источника, $\langle i \rangle = u_0^2/x^2$ — средняя интенсивность сферической волны на расстоянии x в турбулентной атмосфере, u_0 — начальная амплитуда волны. Таким образом, для определения статистических характеристик флуктуаций светового потока необходимо знать выражение для корреляционной функции $B_i(s_1, s_2, \rho_1, \rho_2)$.

Будем считать, что случайное поле показателя преломления $n_1(x, \rho)$ в атмосфере является статистически однородным и изотропным с колмогоровским спектром флуктуаций [2]. В этом случае для расчета $B_i(s_1, s_2, \rho_1, \rho_2)$ в условиях сильных флуктуаций, когда характеризующий турбулентные условия распространения параметр β_0^2 принимает значения, превышающие единицу, можно воспользоваться подходом [11, 12], основанном на представлении решения уравнения для четвертого момента поля [13] в виде итерационного ряда, нулевым членом которого является сумма произведений вторых моментов. В результате вычислений получаем следующее асимптотическое выражение для корреляционной функции:

$$\begin{aligned} B_i(s_1, s_2, \rho_1, \rho_2) = B_i(s', \rho') = & \frac{u_0^4}{x^4} \left\{ \exp \left[-2D_s \left(\frac{\rho'}{r_0}, \frac{s'}{r_0} \right) \right] + \right. \\ & + cq^{1/3} \int_0^1 d\zeta \zeta^{-1/3} (1-\zeta)^{-1/3} \int d^2 \rho_0 \rho_0^{1/3} \left\{ \exp \left[-i \frac{1}{1-\zeta} \frac{q}{r_0} \rho_0 \rho' - \right. \right. \\ & - i \frac{1}{\zeta} \frac{q}{r_0} \rho_0 s' - 2D_s(0, \rho_0) \left. \right] + \rho_0^{-4} \left[\rho_0^2 + \zeta \frac{1}{r_0} \rho_0 \rho' + (1-\zeta) \frac{1}{r_0} \rho_0 s' \right]^2 \times \\ & \times \exp \left\{ -2(1-\zeta) D_s \left(\frac{\rho'}{r_0}, \rho_0 + \zeta \frac{\rho'}{r_0} + (1-\zeta) \frac{s'}{r_0} \right) - \right. \\ & \left. \left. - 2\zeta D_s \left(\rho_0 + \zeta \frac{\rho'}{r_0} + (1-\zeta) \frac{s'}{r_0}, \frac{s'}{r_0} \right) \right\} \right\} + O(q^{2/3}). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $s' = s_1 - s_2$, $\rho' = \rho_1 - \rho_2$, $c = (25/9) (1/2^{1/3}) (1/\pi) [\Gamma(5/6)/\Gamma(1/6)]$, $q = kr_0^2/x = 0,82 \beta_0^{-12/5}$, $r_0 = (1,45 C_n^2 k^2 x)^{-3/5}$ — радиус когерентности плоской волны, $\beta_0^2 = 1,23 C_n^2 k^{7/6} x^{11/6}$ — дисперсия флуктуаций интенсивности, рассчитанная в первом приближении метода плавных возмущений, C_n^2 — структурная характеристика флуктуаций показателя преломления, $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, $D_s(\mathbf{v}, \mathbf{v}') = \int_0^1 W(\mathbf{v}t + \mathbf{v}'(1-t)) dt$ — структурная функция фазы двух сферических волн, $W(\rho) = 2\pi k^2 x \int_{-\infty}^{\infty} d^2 \mathbf{x} \Phi_n(\mathbf{x}) [1 - \cos(r_0 \mathbf{x} \rho)]$, $\Phi_n(\mathbf{x}) = 0,033 C_n^2 x^{-11/3}$ — спектр

флуктуаций показателя преломления. Введение двумерного спектра флуктуаций интенсивности с последующей аппроксимацией фильтрующих функций источника и приемника, которая ранее применялась в [5] и имеет вид $2I_1(\mathbf{x})/x \approx \exp(-x^2/8)$, позволяет провести интегрирова-

ние по части векторных переменных в выражении для дисперсии флуктуаций потока. В итоге будем иметь

$$D(S, R) = \sigma \Sigma \int d^4 s', \rho' B_t(s', \rho') \exp(-\rho'^2/R^2 - s'^2/S^2). \quad (4)$$

Использование квадратической аппроксимации структурных функций фазы аналогично тому, как это делалось в [12] ($W(\rho) = \rho^2$), в показателях всех экспонент в (3) позволяет получить окончательную формулу для относительной дисперсии:

$$\begin{aligned} F_S(\gamma_S, \gamma_R) = & [1 + (2/3)(\gamma_S + \gamma_R) + (1/3)\gamma_S\gamma_R]^{-1} + c_1 q^{1/3} \times \\ & \times \left\{ \int_0^1 d\zeta \zeta^2 (1 - \zeta)^2 [(3/8)\zeta^2 q^2 \gamma_R + (3/8)(1 - \zeta)^2 q^2 \gamma_S + \right. \\ & \left. + \zeta^2 (1 - \zeta)^2]^{-7/6} + [1 + (2/3)(\gamma_S + \gamma_R) + (1/3)\gamma_S\gamma_R]^{-11/6} \times \right. \\ & \times \int_0^1 d\zeta \zeta^{-1/3} (1 - \zeta)^{-1/3} [1 + (1/6)\gamma_S\zeta(4 - \zeta) + (1/6)\gamma_R(3 + \zeta)(1 - \zeta) + \\ & \left. + (1/3)\gamma_S\gamma_R\zeta(1 - \zeta)]^{-7/6} \{ 2[\gamma_S(1 - \zeta)^2 + \gamma_R\zeta^2 + (2/3)\gamma_S\gamma_R \times \right. \\ & \times (1 - 3\zeta + 3\zeta^2)] [1 + (1/6)\gamma_S\zeta(4 - \zeta) + (1/6)\gamma_R(3 + \zeta)(1 - \zeta) + \\ & \left. + (1/3)\gamma_S\gamma_R\zeta(1 - \zeta)] + [1 + (1/3)\gamma_S\zeta(3 - \zeta) + (1/3)\gamma_R(2 - \zeta - \zeta^2) + \right. \\ & \left. + (2/3)\gamma_S\gamma_R\zeta(1 - \zeta)]^2 \} + O(q^{2/3}), \end{aligned} \quad (5)$$

где $\gamma_S = S^2/r_0^2$, $\gamma_R = R^2/r_0^2$, $c_1 = (25/54)(2^{-1/3})(3/2)^{7/6}\Gamma(5/6) = 0,66$. Отметим, что при $\gamma_R = 0$ первый член в (5) совпадает с результатом для относительной дисперсии, полученным методом Гюйгенса — Кирхгофа в работе [6], если задать структурные функции фазы двух сферических волн в виде, использовавшемся в этой работе. Из формулы (5) следует, что с увеличением параметра β_0 ($\beta_0 \rightarrow \infty$) относительная дисперсия флуктуаций потока $F(\gamma_S, \gamma_R)$ и интенсивности $F(\gamma_S, 0)$ уменьшается до нуля по закону $\beta_0^{-4/5}$.

Таким образом, в отличие от когерентных источников, флуктуации интенсивности некогерентного источника не имеют отличного от нуля уровня насыщения, что является следствием усредняющего действия апертуры источника.

В предельных случаях для относительной дисперсии флуктуаций потока удается получить простые асимптотические формулы без использования квадратической аппроксимации структурных функций фазы.

При выполнении условий $\gamma_S, \gamma_R \ll 1$ для $F(\gamma_S, \gamma_R)$ будем иметь следующее выражение:

$$\begin{aligned} F(\gamma_S, \gamma_R) = & 1 + 2,86 q^{1/3} - 1,88 \int_0^1 dt [(1 - t)^2 \gamma_S + t^2 \gamma_R]^{5/6} - \\ & - 0,209 q^{1/3} (\gamma_S + \gamma_R) + O(q^{7/3} (\gamma_S + \gamma_R), q^{1/3} (\gamma_S + \gamma_R)^2). \end{aligned} \quad (6)$$

В другом крайнем случае $\gamma_S q^2, \gamma_R q^2 \gg 1$ для $F(\gamma_S, \gamma_R)$ находим

$$\begin{aligned} F(\gamma_S, \gamma_R) = & 2,09 q^{-2} \int_0^1 dt t^2 (1 - t)^2 [\gamma_R t^2 + \gamma_S (1 - t)^2]^{-7/6} \times \\ & \times \{ 1 - 2,51 t^{5/3} (1 - t)^{5/3} q^{-5/3} [\gamma_R t^2 + \gamma_S (1 - t)^2]^{-5/6} \} + \\ & + O(q^{-4} (\gamma_S + \gamma_R)^{-7/3}). \end{aligned} \quad (7)$$

Из полученных формул видно, что в отличие от случая слабых флуктуаций, когда характерным масштабом, определяющим усредняющее действие приемника и источника является радиус первой зоны Френеля, в условиях сильных флуктуаций интенсивности масштабом, характеризующим усредняющее действие, является радиус когерентности поля плоской волны. Действительно, из (6) следует, что при $\beta_0^2 \gg 1$ приемную и передающую апертуры можно считать точечными и не учитывать их усредняющего действия в том случае, если их размеры будут много меньше радиуса когерентности r_0 . Наоборот, полное усреднение флуктуаций потока будет происходить при таких размерах приемника и некогерентного источника, которые намного превышают величину $x/kr_0 \gg r_0$ (7).

Накладывая на γ_S, γ_R ограничения вида $1 \ll \gamma_S, \gamma_R \ll q^{-2}$, $\gamma_S \cdot \gamma_R \gg q^{-1/3}$, получим следующую асимптотическую формулу для относительной дисперсии флуктуаций потока:

$$F(\gamma_S, \gamma_R) = 1,43 q^{1/3} [1 + 0,286 q^2 (\gamma_S + \gamma_R)] + O(q^{2/3}, q^{1/3} \gamma_S^{-1} \gamma_R^{-1}). \quad (8)$$

Для точечного приемника ($\gamma_R = 0, \gamma_S = \gamma$) или точечного источника ($\gamma_S = 0, \gamma_R = \gamma$) при выполнении условий $q^{-1/3} \ll \gamma \ll q^{-2}$ выражение для $F(\gamma_S, \gamma_R)$ будет иметь один и тот же вид

$$F(\gamma_S, \gamma_R) = F(\gamma) = 1,43 q^{1/3} (1 + 0,286 q^2 \gamma) + O(q^{2/3}, q^{1/3} \gamma^{-1}), \quad (9)$$

что является следствием выполнения теоремы взаимности Гельмгольца, которая в случае некогерентного источника и приемника конечных размеров формулируется в виде соотношения

$$F(\gamma_S, \gamma_R) = F(\gamma_R, \gamma_S).$$

Для сравнения в таблице приведены значения относительной дисперсии флуктуаций потока некогерентного излучения при $\beta_0 = 5$, рассчитанные по приближенной формуле (5) и строгим асимптотическим формулам (6), (7), (8). Из таблицы видно, что применение квадратической аппроксимации структурной функции фазы двух сферических волн позволяет с хорошей точностью описывать флуктуации потока некогерентного излучения.

Усредняющее действие конечных размеров излучающей и приемной апертур на флуктуации потока обычно характеризуется отношением [3-5]

$$G(\gamma_S, \gamma_R) = F(\gamma_S, \gamma_R)/F(0, 0). \quad (10)$$

Относительная дисперсия флуктуаций интенсивности сферической волны $F(0, 0)$ определяется при $\gamma_S = \gamma_R = 0$ либо по формуле (5):

$$F(0, 0) = 1 + 2,72 q^{1/3} + O(q^{2/3}), \quad (11)$$

либо из (6):

$$F(0, 0) = 1 + 2,86 q^{1/3} + O(q^{2/3}).$$

Результаты расчета функции усреднения флуктуаций сферической волны по приемной апертуре представлены на рис. 1. Кривые 2 ($\beta_0 = 3$), 3 ($\beta_0 = 5$), 4 ($\beta_0 = 9$) рассчитаны на ЭВМ по формулам (5), (10), (11). Здесь же для сравнения приведена кривая 1 из [3],

полученная в результате расчета функции $G(0, \gamma_R)$ методом плавных возмущений при $\beta_0^2 \ll 1$. На рис. 2 представлены результаты расчета функции влияния $G(\gamma_S, \gamma_R)$ конечных размеров некогерентного источника ($q \gamma_S = 0,1$) и приемника на флуктуации потока при различных значениях параметра β_0 ($1 - \beta_0^2 \ll 1$, $2 - \beta_0 = 3$, $3 - \beta_0 = 5$). Кривые 2 и 3 рассчитаны на ЭВМ по формулам (5), (10), (11), а кривая 1 — результат численного счета на ЭВМ формулы для $G(\gamma_S, \gamma_R)$, полученной в [5] для случая, когда некогерентный источник находится на границе с турбулентной средой.

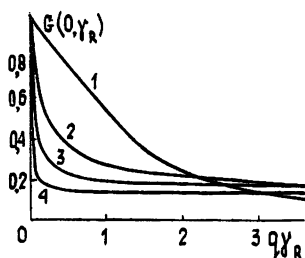


Рис. 1.

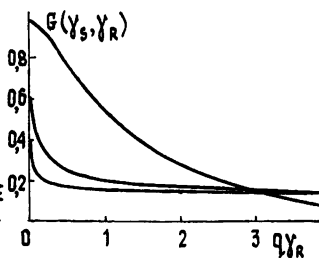


Рис. 2.

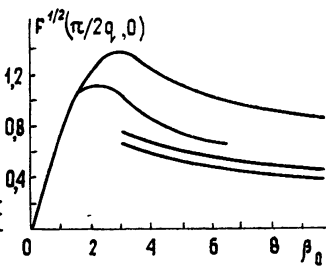


Рис. 3.

Из рис. 1, 2 видно, что когда диаметры приемника и источника превышают определенные значения, зависящие от β_0 , имеет место существенное замедление спада функций $G(0, \gamma_R)$, $G(\gamma_S, \gamma_R)$. Этот эффект наблюдается также в экспериментах [5] по усредняющему действию приемной апертуры на флуктуации интенсивности когерентного лазерного излучения и может использоваться при выборе оптимальных с точки зрения уменьшения флуктуаций принимаемого сигнала размеров приемника и источника.

Для условий, реализовавшихся в эксперименте [9] ($\gamma_S = \pi/2q$, $\gamma_R = 0$), на рис. 3 представлена зависимость относительной дисперсии интенсивности $F^{1/2}(\pi/2q, 0)$ от параметра β_0 . Кривая 1 — результат осреднения экспериментальных данных работы [9], 2 — экспериментальная кривая из [14], 3 — расчет по формуле (9), 4 — результат численного счета на ЭВМ по формуле (5). Из сравнения кривых 3 и 4 следует, что асимптотика для относительной дисперсии (9) и результат расчета по формуле (5) с использованием квадратической аппроксимации структурной функции D_s близки. Вместе с тем имеет место значительное расхождение между рассчитанными (кривые 3, 4) и измеренными значениями (кривая 1) дисперсии.

Такое расхождение можно объяснить тем, что излучение источника, который использовался в [9] и который представлял собой светящуюся дугу диаметром 0,3 мм, помещенную в фокусе объектива с фокусным расстоянием 200 мм, на выходе объектива становилось частично-когерентным вследствие увеличения радиуса когерентности согласно теореме Ван-Циттерта — Цернике. Это соображение подтверждается экспериментальными результатами для дисперсии интенсивности частично-когерентного излучения [14].

Действительно, хотя условия проведения экспериментов в [9] ($x = 1750$ м, $S = 14,8$ мм, $R = 1 \div 2,5$ мм) и в [14] ($x = 1800$ м, $S = 14,5$ м, $R = 0,15$ мм) практически одинаковы, однако соответствующие значения относительной дисперсии интенсивности частично-когерентного излучения в [14] оказываются меньше, чем в [9]. Этот факт находится в противоречии с известными экспериментальными результатами [15], из которых следует, что с увеличением когерентности источника уровень насыщения относительной дисперсии возрастает, и заставляет предположить, что в [9] был частично-когерентный источник.

Таким образом, в результате проведенного анализа установлено, что в условиях сильных флуктуаций характерным масштабом, определяющим влияние конечных размеров некогерентного источника и приемника на флуктуации интенсивности света, является радиус когерентности поля плоской волны. Показано, что как относительная дисперсия флуктуаций интенсивности, так и относительная дисперсия флуктуаций светового потока некогерентного источника стремятся к нулю с увеличением интенсивности турбулентности на трассе по закону $\beta_0^{-4.5}$. Полученные результаты находятся в качественном согласии с имеющимися экспериментальными данными (рис. 3). Для количественного описания экспериментальных результатов необходимо в расчетах учитывать частичную когерентность излучения.

В заключение авторы выражают благодарность А. И. Кону, критические замечания которого способствовали улучшению изложения материала статьи.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Кон А. И., Татарский В. И. Изв. вузов — Радиофизика, 1964, 7, № 2 с. 306.
- 2 Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. — М. Наука, 1967.
- 3 Кон А. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1969, 12, № 1, с. 149.
- 4 Кон А. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1969, 12, № 5, с. 686.
- 5 Гурвич А. С., Кон А. И., Миронов В. Л., Хмелевцов С. С. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере. / Отв ред. В. И. Татарский. — М.: Наука, 1976.
- 6 Fante R. L. — IEEE Trans. on Ant and Propag., 1977, AP-25, № 2, p. 266.
- 7 Wang Ting-i, Ochs G. R., Clifford S. F. — JOSA, 1978, 68, № 3, p. 334.
- 8 Грачева М. Е., Гурвич А. С. — Изв. вузов — Радиофизика, 1965, 8, № 4, с. 717.
- 9 Грачева М. Е. — Изв. вузов — Радиофизика, 1967, 10, № 6, с. 775.
- 10 Мордухович М. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1969, 12, № 6, с. 882.
- 11 Якушкин И. Г. — Изв. вузов — Радиофизика, 1975, 18, № 11, с. 1660.
- 12 Якушкин И. Г. — Изв. вузов — Радиофизика, 1976, 19, № 3, с. 384.
- 13 Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2 — М. Наука, 1978.
- 14 Балданов Ж. П., Бороноев В. В., Занданова Г. И., Миронов В. Л., Трубачев Э. А. Тезисы докладов V Всесоюзного симпозиума по распространению лазерного излучения в атмосфере — Томск, 1979, ч. 2, с. 104.
- 15 Мордухович М. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1970, 13, № 2, с. 275.

Институт оптики атмосферы
СО АН СССР

Поступила в редакцию
31 января 1980 г.,
после переработки
5 января 1981 г.

STRONG FLUCTUATIONS OF INCOHERENT RADIATION FLUX IN A TURBULENT ATMOSPHERE

V. A. Banakh, V. M. Buldakov, V. L. Mironov

Investigation of light flux fluctuations of an incoherent source depending on dimensions of transmitting and receiving apertures is carried out using an asymptotic solution of equation for the fourth moment of a field in the region of strong intensity fluctuations.

As a result of the analysis it is stated that under the condition of strong fluctuations a characteristic scale (which defines an effect of finite dimensions of incoherent source and the receiver on light intensity fluctuations) is the radius of the wave field coherency. It is shown that the relative dispersion of light flux fluctuations of incoherent source tends to zero with an increase of the turbulence intensity along a trace according to the power law.