УДК 621 371 167(063)

КВАЗИВОЛНОВОЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О РАСПРОСТРАНЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В НЕОДНОРОДНОЙ АНИЗОТРОПНОЙ ПОГЛОЩАЮЩЕЙ СРЕДЕ

Р. Л. Евельсон

Рассматривается квазиплоскослоистая среда, т е. среда, в которой тензоры $\hat{\varepsilon}$, $\hat{\mu}$ имеют произвольную зависимость от декартовой координаты z и медленно меняются в плоскостях $z = \text{const}$. Однородные уравнения Максвелла в такой среде в нулевом приближении асимптотически сведены к матричному (4×1) обыкновенному линейному дифференциальному уравнению 1-го порядка.

Известно, что подстановка

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{e}e^{ik\varphi}, \quad \boldsymbol{H} = \boldsymbol{h}e^{ik\varphi} \tag{1}$$

сводит уравнения Максвелла

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = -ik\hat{\varepsilon}\boldsymbol{E}, \qquad \nabla \times \boldsymbol{E} = ik\hat{\mu}\boldsymbol{H} \tag{2}$$

к решению системы уравнений

$$\nabla\varphi \times \boldsymbol{h} + \hat{\varepsilon}\,\boldsymbol{e} = (i/k)\,\nabla \times \boldsymbol{h}, \qquad \nabla\varphi \times \boldsymbol{e} - \hat{\mu}\boldsymbol{h} = (i/k)\,\nabla \times \boldsymbol{e} \tag{3}$$

Пока в (1) не сделано никаких предположений о функциях $\boldsymbol{e}$, $\boldsymbol{h}$, φ, ни о каком методе решения уравнений (2) нет и речи. Если среда квазиоднородна, т. е тензоры $\hat{\varepsilon}$, $\hat{\mu}$ мало меняются на расстояниях порядка длины волны и являются медленными функциями координат, то применимо известное геометрическое приближение ВКБ [1, 5], когда функции $\boldsymbol{e}$, $\boldsymbol{h}$, $\nabla\varphi$ предполагаются медленными. Правые части в (3) при этом аппроксимируются нулями, и возникает уравнение эйконала для функции φ как условие совместности соответствующей однородной системы для векторов $\boldsymbol{e}$, $\boldsymbol{h}$.

Однако решать уравнение эйконала затруднительно, особенно в случае неоднородных поглощающих сред Чтобы избавиться от такой необходимости, применим более точную аппроксимацию правых частей в уравнениях (3). Именно, как и в методе ВКБ, будем считать малыми производные по x, y, но, в отличие от метода ВКБ, не будем считать малыми производные по z, тогда вместо (3) получим неоднородную систему обыкновенных линейных дифференциальных уравнений с параметрами x, y

$$\nabla\varphi \times \boldsymbol{h} + \hat{\varepsilon}\,\boldsymbol{e} = \frac{i}{k}\,\boldsymbol{k} \times \frac{\partial \boldsymbol{h}}{\partial z}, \qquad \nabla\varphi \times \boldsymbol{e} - \hat{\mu}\boldsymbol{h} = \frac{i}{k}\,\boldsymbol{k} \times \frac{\partial \boldsymbol{e}}{\partial z}, \tag{4}$$

которая имеет решение при любых φ.

Функция φ является аналогом начального значения эйконала в геометрооптическом приближении и определяется из граничных условий и условий возбуждения в конкретной задаче Например, в работах [2, 3] при рассмотрении строго осевого распространения в изотропной среде по существу взято $\varphi \equiv 0$ Без ограничения общности будем считать, что φ не зависит от z.

Исключая из (4) продольные компоненты e_z и h_z, получим для поперечных компонент матричное уравнение

$$\frac{\partial Э}{\partial z} = ikA(x, y, z)Э, \quad Э = Э(x, y, z) = \begin{pmatrix} e_x \\ e_y \\ h_x \\ h_y \end{pmatrix}, \tag{5}$$

где A — квадратная матрица 4-го порядка (ε_{jk}, μ_{jk} — элементы матриц тензоров $\hat{\varepsilon}$, $\hat{\mu}$; $\bar{\varepsilon}_{jk}$, $\bar{\mu}_{jk}$ — соответствующие элементы взаимных матриц $\bar{\varepsilon}$, $\bar{\mu}$ [4]; $\alpha_1 = \partial\varphi/\partial x$, $\alpha_2 = \partial\varphi/\partial y$):

$$A = \begin{bmatrix} -\alpha_1\dfrac{\varepsilon_{31}}{\varepsilon_{33}} - \alpha_2\dfrac{\mu_{23}}{\mu_{33}} & -\alpha_1\dfrac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{33}} + \alpha_1\dfrac{\mu_{23}}{\mu_{33}} & \dfrac{\alpha_1\alpha_2}{\varepsilon_{33}} - \dfrac{\bar{\mu}_{21}}{\mu_{33}} & -\dfrac{\alpha_1^2}{\varepsilon_{33}} + \dfrac{\bar{\mu}_{11}}{\mu_{33}} \\ -\alpha_2\dfrac{\varepsilon_{31}}{\varepsilon_{33}} + \alpha_2\dfrac{\mu_{13}}{\mu_{33}} & -\alpha_2\dfrac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{33}} - \alpha_1\dfrac{\mu_{13}}{\mu_{33}} & \dfrac{\alpha_2^2}{\varepsilon_{33}} - \dfrac{\bar{\mu}_{22}}{\mu_{33}} & -\dfrac{\alpha_1\alpha_2}{\varepsilon_{33}} + \dfrac{\bar{\mu}_{12}}{\mu_{33}} \\ \dfrac{\bar{\varepsilon}_{21}}{\varepsilon_{33}} - \dfrac{\alpha_1\alpha_2}{\mu_{33}} & -\dfrac{\bar{\varepsilon}_{11}}{\varepsilon_{33}} + \dfrac{\alpha_1^2}{\mu_{33}} & -\alpha_2\dfrac{\varepsilon_{23}}{\varepsilon_{33}} - \alpha_1\dfrac{\mu_{31}}{\mu_{33}} & \alpha_1\dfrac{\varepsilon_{23}}{\varepsilon_{33}} - \alpha_1\dfrac{\mu_{32}}{\mu_{33}} \\ \dfrac{\bar{\varepsilon}_{22}}{\varepsilon_{33}} - \dfrac{\alpha_2^2}{\mu_{33}} & -\dfrac{\bar{\varepsilon}_{12}}{\varepsilon_{33}} + \dfrac{\alpha_1\alpha_2}{\mu_{33}} & \alpha_2\dfrac{\varepsilon_{13}}{\varepsilon_{33}} - \alpha_2\dfrac{\mu_{31}}{\mu_{33}} & -\alpha_1\dfrac{\varepsilon_{13}}{\varepsilon_{33}} - \alpha_2\dfrac{\mu_{32}}{\mu_{33}} \end{bmatrix}. \tag{6}$$

Уравнение (5) имеет общее решение

$$Э = \Omega^{z}_{z_0(x,y)}(A)\, C(x, y), \qquad \Omega^{z_0}_{z_0}(A) = J_4, \tag{7}$$

где $\Omega^{z}_{z_0}(A)$ — фундаментальная матрица или матрицант уравнения (5), J_4 — единичная матрица 4-го порядка, z_0 и C — произвольные скалярная и матричная (4×1) медленные функции от x, y.

Решение (7) можно назвать квазиволновым, так как, с одной стороны, оно является волновым, а с другой — содержит элементы асимптотики метода ВКБ — асимптотическое отбрасывание производных по x, y в правых частях (3). Оно применимо в случае квазиплоскослоистых сред, когда тензоры $\hat{\varepsilon}$, $\hat{\mu}$ являются медленными функциями поперечных координат x, y и произвольной функцией продольной координаты z. На конкретных примерах можно показать также, что в декартовых координатах оно применимо на расстояниях от начала координат, значительно меньших радиусов кривизны границ раздела $z = z_0(x, y)$ и волнового фронта падающей волны. Если падающая волна и границы раздела являются плоскими, а тензоры $\hat{\varepsilon}$, $\hat{\mu}$ не зависят от x, y, то квазиволновое решение совпадает с применимым всюду строгим волновым решением, полученным в [4].

Указать более точные условия применимости, не зная априори неизвестное решение, не представляется возможным ни для квазиволнового, ни для решения в приближении ВКБ. Однако оба решения допускают апостериорную проверку применимости, которую иногда неправомерно включают в условия применимости метода геометрической оптики [5].

Развитый здесь квазиволновой метод может быть использован не только для неоднородных квазиплоскослоистых сред и сред с произвольным поглощением, где метод геометрической оптики неприменим, но и для прозрачных квазиоднородных сред, когда ВКБ-приближение применимо, но трудно установить лучевую картину поля (неизвестно решение уравнения эйконала, много границ раздела [4] и т. д.). Последнее обусловлено тем, что к уравнению (5) применимы известные методы асимптотического интегрирования [6]. При этом, в отличие от условий применимости геометрооптического приближения, масштаб медленных изменений вдоль оси z может не совпадать с масштабом вдоль x и y

ЛИТЕРАТУРА

1 Бабич В. М, Булдырев В. С Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн — М.: Наука, 1972 — С. 456.
2 Бреховских В. Л.— Изв. вузов — Радиофизика, 1979, **22**, № 2, с 159
3. Нефедов Е И. — Радиотехника и электроника, 1965, **10**, № 5, с 879.
4 Евельсон Р. Л Статья депонирована в ВИНИТИ, рег. № 63—77. Деп. от 4 января 1977 г.
5. Борн М, Вольф Э. Основы оптики. — М: Наука, 1970. — С. 855.
6 Вазов В Асимптотические разложения решений обыкновенных дифференциальных уравнений — М · Мир, 1968.— С. 464.

Поступила в редакцию
10 мая 1979 г.,
после сокращения
20 мая 1980 г

УДК 621 372 8

ДИФРАКЦИЯ ВОЛН В АВТОКОЛЛИМАЦИОННОМ РЕЖИМЕ НА ЭКРАНИРОВАННОЙ ЛЕНТОЧНОЙ РЕШЕТКЕ ТИПА «ЖАЛЮЗИ»

В. М Шкиль

Экранированные ленточные решетки типа «жалюзи» (рис. 1) находят применение в технике СВЧ, поскольку обладают рядом требуемых дифракционных свойств. В настоящей работе изучено спектральное распределение интенсивности поляризованного излучения при дифракции волн на такой решетке в режиме автоколлимации, т. е. когда пространственная гармоника с номером $n \neq 0$ распространяется обратно на источник облучения. Численные результаты получены в предположении идеальной проводимости на основе строго обоснованного решения данной задачи [1]