

УДК 538 56 : 519.25

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АДАПТИВНЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК С ОГРАНИЧЕНИЯМИ

А. А. Мальцев, И. Е. Позументов

Определяются статистические характеристики адаптивных антенных решеток (ААР) с ограничениями: среднее значение и матрица ковариации вектора весовых коэффициентов, суммарная мощность выходного сигнала ААР и выходное отношение сигнал/помеха. Анализ проводится с учетом конечного времени корреляции полезного сигнала, помехи и собственных шумов элементов решетки. Показано, что дисперсия флуктуаций компонент вектора весовых коэффициентов уменьшается по сравнению с ААР без ограничений в соответствии с числом наложенных линейно-независимых ограничений, обеспечивающих нужную частотную характеристику ААР в заданном направлении. Кроме этого отмечено, что флуктуации весовых коэффициентов ААР приводят к эффекту нарушения ограничений. В качестве примера рассмотрена двухэлементная ААР с однократным линейным ограничением.

1. Используемые в настоящее время адаптивные антенные решетки (ААР) [1-3] обладают одним существенным недостатком, связанным с неспособностью системы различать полезные сигналы и помехи. С ростом числа степеней свободы решетки при ограниченном числе помех становится возможным подавление одновременно с помехами и полезного сигнала, поступающего на систему. Подавление сигнала происходит, если его мощность или длительность существенно превышает мощность или длительность помехи, а также в случае близких углов прихода сигнала и помехи.

Очевидно, что для получения максимального отношения сигнал/шум на выходе системы нужно иметь полезный сигнал, не подвергнутый компенсации, т. е. необходимо поддерживать постоянным отклик решетки в направлении прихода полезного сигнала при любом расположении источников помех.

В работе [4] исследовался адаптивный алгоритм обработки сигналов с линейными ограничениями, осуществляющий одновременно пространственно-временную фильтрацию сигнала из смеси с аннизотропными шумами (помехами). Различные методы наложения линейных ограничений на изменение вектора весовых коэффициентов ААР рассматривались также в [5]. Однако вопрос о влиянии флуктуаций вектора весовых коэффициентов на характеристики ААР с ограничениями в известных нам работах не исследовался.

В настоящей статье определяются статистические характеристики ААР с ограничениями с учетом флуктуаций вектора весовых коэффициентов. Эти характеристики представляются весьма важными, поскольку именно они в конечном счете определяют предельную степень подавления помех и точность выделения полезного сигнала. Рассматриваемая здесь ААР максимизирует отношение сигнал/шум на выходе системы [1, 2, 4], однако, используемый метод анализа может быть применен и для ААР, работающих по критерию минимума среднеквадратичной ошибки [3].

2. Рассмотрим работу ААР, функциональная схема которой приведена на рис. 1. Вектор весовых коэффициентов будет иметь $k \times j$ компонент

$$\mathbf{W}^T \equiv (W_1, W_2, \dots, W_{kj}).$$

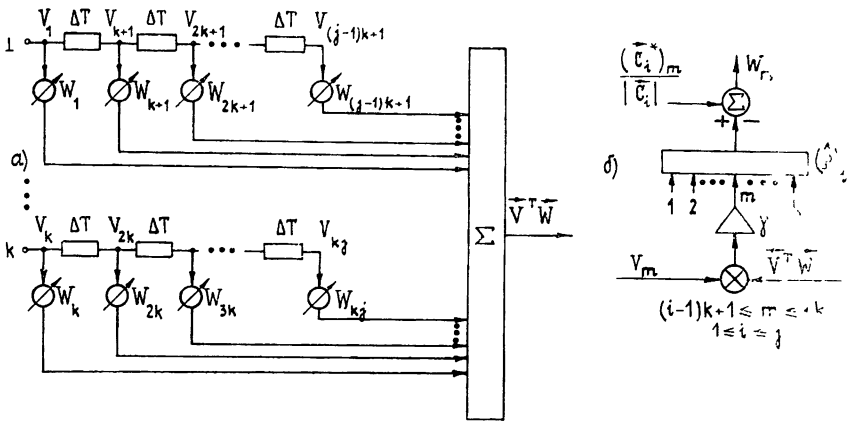


Рис. 1 а) Структурная схема адаптивной антенной решетки. б) Схема адаптивного управления весовыми коэффициентами, удовлетворяющими i -му линейно-независимому ограничению. Здесь: \times — перемножитель, γ — НЧ фильтр с коэффициентом усиления γ , Σ — сумматоры, \hat{P} — матричный фильтр

Будем полагать, что ограничения на пространственно-временные характеристики системы накладываются путем введения в контур управления матричного фильтра [5]

$$\hat{P} = I - C(C^T C)^{-1} C^T, \quad (1)$$

где I — единичная матрица размерности $kj \times kj$, $C = [C_1, C_2, \dots, C_j]$ — матрица ограничений размерности $j \times kj$, i -й столбец которой имеет вид

$$C_i^T = (\underbrace{0, \dots, 0}_{k}, \dots, \underbrace{0, \dots, 0}_{k}, \dots, \underbrace{0, \dots, 0}_{k}, \dots, \underbrace{1, 0, \dots, 0}_{k}, \dots, \underbrace{0, \dots, 0}_{k}). \quad (2)$$

1-я группа (i-1)-я группа i-я группа (i+1)-я группа j-я группа

Как показано в [4], матричный оператор \hat{P} осуществляет проекцию оценки градиента выходной мощности ААР по вектору весовых коэффициентов \mathbf{W} на гиперплоскость ограничений

$$C^T \mathbf{W} = F. \quad (3)$$

Векторное стохастическое дифференциальное уравнение, описывающее поведение вектора весовых коэффициентов, удовлетворяющего i -му линейному ограничению, в непрерывном времени, как следует из рис. 1, имеет вид

$$T \frac{d}{dt} \mathbf{W}(t) + \mathbf{W}(t) + \gamma \hat{P} M \mathbf{W}(t) = \frac{1}{|C_i|} C_i^T \quad (F = 1). \quad (4)$$

Здесь T и γ — постоянная времени фильтров и коэффициент усиления цепей корреляционных обратных связей. Стохастическая матрица M в общем случае есть

$$M = V^* V^T, \quad (5)$$

где $V_i = U_i + S_i + N_i$, $i = 1, 2, \dots, kj$, U_i, S_i, N_i — комплексные огибающие помехи, полезного сигнала и собственного шума в i -м отводе ААР соответственно.

Ранее при анализе характеристик ААР с ограничениями использовалось предположение о δ -коррелированности входных сигналов $V_i(t)$. Последнее приводило к статистической независимости вектора весовых коэффициентов $\mathbf{W}(t)$ и стохастической матрицы M в уравнении (4).

Для определения стационарного среднего значения вектора весовых коэффициентов $\langle \mathbf{W} \rangle_{st}$ воспользуемся методом возмущений по параметру $\alpha = \tau_{кор} / T$ ($\tau_{кор}$ — время корреляции процесса $V_i(t)$), который будем полагать малым ($\alpha \ll 1$). В качестве нулевого приближения возьмем среднее значение вектора весовых коэффициентов $\langle \mathbf{W} \rangle_{opt}$, получающееся из усреднения уравнения (4) в приближении прямого размыкания всех смешанных моментов (решение Винера — Хопфа):

$$T(d/dt) \langle \mathbf{W} \rangle_0 + \langle \mathbf{W} \rangle_0 + \gamma \hat{P} \langle M \rangle \langle \mathbf{W} \rangle_0 = (1/|C_i|) C_i^*. \quad (6)$$

Отсюда получим известное выражение [5] для стационарного значения

$$\langle \mathbf{W} \rangle_{opt} = \frac{(I + \gamma \langle M \rangle)^{-1}}{C_i^T (I + \gamma \langle M \rangle)^{-1} C_i^*} C_i^* |C_i|, \quad i = 1, 2, \dots, j. \quad (7)$$

Вычитая (6) из (4), получим уравнение для флуктуаций вектора весовых коэффициентов $\mathbf{X}(t) = \mathbf{W}(t) - \langle \mathbf{W} \rangle_0$ [6]

$$T(d/dt) \mathbf{X}(t) + \mathbf{X}(t) + \gamma \hat{P} \langle M \rangle \mathbf{X}(t) = -\gamma \hat{P} \Phi \mathbf{W}(t), \quad (8)$$

где $\Phi = M - \langle M \rangle$.

Переходя для удобства в Q -матричное представление, диагонализующее матрицу $\hat{P} \langle M \rangle$, $Q \hat{P} \langle M \rangle Q^{-1} = \Lambda$, где

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_{kj} \end{pmatrix},$$

λ_i — собственные значения несингулярной матрицы $\hat{P} \langle M \rangle$, получим для $\mathbf{Y} = Q\mathbf{X}$ следующее уравнение:

$$T(d\mathbf{Y}/dt) + \mathbf{Y}(t) + \gamma \Lambda \mathbf{Y}(t) = -\gamma Q \hat{P} \Phi \mathbf{W}(t). \quad (9)$$

После усреднения (9) примет вид

$$T(d/dt) \langle \mathbf{Y} \rangle + \langle \mathbf{Y} \rangle + \gamma \Lambda \langle \mathbf{Y} \rangle = -\gamma \hat{P} \langle \Phi Q^{-1} \mathbf{Y} \rangle. \quad (10)$$

Для нахождения момента в правой части уравнения (10) выпишем стационарное решение для n -й компоненты вектора \mathbf{Y} , следующее из (9):

$$y_n = -\frac{\gamma}{T} \int_0^{\infty} \exp \left[-\frac{1}{T} (1 + \gamma \lambda_n) \tau \right] (Q \hat{P} \Phi (t - \tau) \mathbf{W}(t - \tau))_n d\tau. \quad (11)$$

Подстановка (11) в правую часть уравнения (10) приводит в первом порядке малости по параметру α к следующей поправке на среднее значение вектора весовых коэффициентов $\langle \mathbf{W} \rangle_{1st} = \langle \mathbf{W} \rangle_{st} - \langle \mathbf{W} \rangle_{opt}^*$:

$$\langle \mathbf{W} \rangle_{1st} = (\alpha/2) \gamma^2 [I + \gamma \hat{P} \langle M \rangle]^{-1} \hat{P} \langle \dot{M} \rangle \text{Sp}(\hat{P} \langle M \rangle) \langle \mathbf{W} \rangle_{opt}, \quad (12)$$

где $\text{Sp} R$ — сумма диагональных элементов матрицы R . Можно показать, что условия применимости выражения (12) имеют вид

$$\alpha (1 + \gamma \text{Sp} \hat{P} \langle M \rangle) \ll 1. \quad (13)$$

Как следует из (12), при $\gamma \lambda_{\min} \gg 1$ (λ_{\min} — минимальное собственное значение матрицы $\hat{P} \langle M \rangle$) вектор поправки $\langle \mathbf{W} \rangle_{1st}$ параллелен вектору $\langle \mathbf{W} \rangle_{opt}$. Последнее приводит к эффекту нарушения ограничений на пространственно-временные характеристики ААР.

3. Элементы матрицы ковариации вектора весовых коэффициентов $\langle y_n y_m^* \rangle$ в Q -матричном представлении определяются выражением (11) и в борновском приближении имеют вид

$$\langle y_n y_m^* \rangle = \frac{\alpha}{2} \frac{\gamma \lambda_n}{1 + \gamma \lambda_n} \gamma \frac{kj-j}{kj} \langle \mathbf{W} \rangle_{opt}^+ \langle M \rangle \langle \mathbf{W} \rangle_{opt} \delta_{mn}.$$

В практически наиболее важном случае $\gamma \lambda_{\min} \gg 1$ последнее выражение примет вид

$$\langle y_n y_m^* \rangle = \frac{\alpha}{2} \gamma \frac{kj-j}{kj} \langle \mathbf{W} \rangle_{opt}^+ \langle M \rangle \langle \mathbf{W} \rangle_{opt} \delta_{mn}. \quad (14)$$

Следовательно, при этом все ненулевые элементы матрицы ковариации вектора весовых коэффициентов (диагональные элементы) оказываются одинаковыми. Поскольку матрица ковариации вектора \mathbf{W} в исходном представлении $\Sigma \equiv (\sigma_{ij})$ связана с $\langle \mathbf{Y} \mathbf{Y}^+ \rangle$ соотношением $\Sigma = Q^{-1} \times \times \langle \mathbf{Y} \mathbf{Y}^+ \rangle Q$, то она также при $\gamma \lambda_{\min} \gg 1$ будет диагональной с одинаковыми элементами:

$$\sigma_{ii} \equiv \sigma_W^2 = \frac{\alpha}{2} \gamma \frac{kj-j}{kj} \langle \mathbf{W} \rangle_{opt}^+ \langle M \rangle \langle \mathbf{W} \rangle_{opt}. \quad (15)$$

Очевидно, что уменьшение дисперсии флуктуаций компонент вектора весовых коэффициентов в ААР с ограничениями по сравнению с ААР без ограничений [8] связано с уменьшением числа степеней свободы для вектора \mathbf{W} за счет наложения j линейно независимых ограничений.

Суммарную мощность выходного сигнала ААР можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \langle z^2 \rangle_{st} = & \langle \mathbf{W} \rangle_{st}^+ \langle M \rangle \langle \mathbf{W} \rangle_{st} + \langle \mathbf{X}^+ \langle M \rangle \mathbf{X} \rangle_{st} + \\ & + \langle \mathbf{X}^+ \Phi \rangle_{st} \langle \mathbf{W} \rangle_{st} + \langle \mathbf{W} \rangle_{st}^+ \langle \Phi \mathbf{X} \rangle_{st}. \end{aligned} \quad (16)$$

Используя для размыкания статистических моментов в (16) соотношения (8) — (11) и ограничиваясь первым порядком малости по параметру α , найдем в результате при $\gamma \lambda_{\min} \gg 1$

⁴ Для простоты полагалось, что помеха, полезный сигнал и собственные шумы элементов решетки после прохождения узкополосных фильтров входных каскадов системы имеют одинаковое время корреляции $\tau_{кор}$ и $V(t)$ является векторным комплексным гауссовым процессом.

$$\langle z^2 \rangle_{st} = \{1 + (\alpha/2) [(kj - j)/kj] \gamma \text{Sp} \langle M \rangle - \alpha \gamma \text{Sp} (\hat{P} \langle M \rangle)\} \times \\ \times \langle W \rangle_{st}^+ \langle M \rangle \langle W \rangle_{st}. \quad (17)$$

Выходную мощность ААР без учета флуктуаций весовых коэффициентов можно получить из (17), положив $\alpha = 0$:

$$\langle z^2 \rangle_{opt} = \langle W \rangle_{opt}^+ \langle M \rangle \langle W \rangle_{opt}.$$

Сравнивая последнее выражение с (15), заметим, что дисперсия флуктуаций компонент вектора весовых коэффициентов связана с $\langle z^2 \rangle_{opt}$ следующим образом:

$$\sigma_W^2 = (\alpha/2) \gamma [(kj - j)/kj] \langle z^2 \rangle_{opt}. \quad (15a)$$

Это соотношение имеет простой физический смысл: выходная мощность ААР через цепи корреляционной обратной связи поступает на регулировку весовых коэффициентов W и приводит при конечном α к их флуктуациям с одинаковой дисперсией, тем большей, чем больше коэффициент усиления цепи обратной связи γ .

Отметим, что соответствующие результаты для ААР без ограничений [8] можно получить, совершив предельный переход при $\hat{P} = I$: $kj \rightarrow N$, $j \rightarrow 0$.

Помимо суммарной мощности выходного сигнала ААР определим мощности сигнала и помехи на выходе системы. Будем полагать при этом, что сигнал и помеха некоррелированы между собой. Представляя комплексную огибающую полезного сигнала на выходе ААР в виде

$$v_s \text{ вых} = v_s S^T W,$$

где вектор S характеризует направление прихода сигнала, получим при $\gamma \lambda_{\min} \gg 1$ и $P_s \ll \min\{P_i, P_n\}$ (P_s, P_i, P_n — мощности полезного сигнала, помехи и собственных шумов элементов соответственно)

$$P_s \text{ вых} \equiv \langle |v_s \text{ вых}|^2 \rangle = P_s [\langle W \rangle_{st}^+ S^* S^T \langle W \rangle_{st} + \sigma_W^2]. \quad (18)$$

Таким образом, мощность выходного напряжения, обусловленная прохождением полезного сигнала через цепи ААР, увеличивается из-за модуляции его флуктуациями весовых коэффициентов. Это напряжение в дальнейшем будем называть полезным сигналом на выходе ААР.

Аналогично можно получить выражение для мощности нескомпенсированной помехи на выходе решетки:

$$P_i \text{ вых} = \langle W \rangle_{st}^+ \langle U^* U^T \rangle \langle W \rangle_{st} + \sigma_W^2 \text{Sp} \langle U^* U^T \rangle - \\ - \alpha \gamma \langle W \rangle_{opt}^+ \langle U^* U^T \rangle \langle W \rangle_{opt} \text{Sp} (\hat{P} \langle U^* U^T \rangle). \quad (19)$$

Для упрощения (19) рассмотрим частный случай прихода одной помехи. Тогда $U = v_i u$, где единичный вектор u задает направление прихода помехи. В результате (19) примет вид

$$P_i \text{ вых} = P_i [\langle W \rangle_{st}^+ u^* u^T \langle W \rangle_{st} + \sigma_W^2] - \\ - \alpha \gamma P_i^2 \langle W \rangle_{opt}^+ u^* u^T \langle W \rangle_{opt} (u^+ \hat{P} u). \quad (20)$$

Выражения (18), (20) определяют отношение сигнал/помеха на выходе ААР с ограничениями, которое, как отсюда следует, определяется входным отношением сигнал/помеха и зависит от уровня флуктуаций вектора весовых коэффициентов и вида проекционного оператора \hat{P} .

Однако анализ выражений (18), (20) в общем случае достаточно сложен. Запишем отношение сигнал/помеха на выходе ААР с ограничениями в случае значительного превышения мощностью помехи мощностей полезного сигнала и собственных шумов элементов решетки. В этом случае можно считать, что матрица ковариации входных сигналов ААР полностью определяется помехой, т. е. $\langle M \rangle = P_i \mathbf{u}^* \mathbf{u}^T$. Тогда можно показать, что отношение сигнал/помеха на выходе ААР с ограничениями представимо в следующем виде:

$$\frac{P_{s \text{ вых}}}{P_{i \text{ вых}}} = \left(\frac{P_{s \text{ вых}}}{P_{i \text{ вых}}} \right)_{\text{opt}} \left(1 + \alpha \gamma P_i \mathbf{u}^+ \hat{P} \mathbf{u} - \frac{\alpha}{2} \gamma P_i \frac{kj-j}{kj} \right) + (\alpha/2) \gamma P_i [(kj-j)/kj], \quad (21)$$

где $[P_{s \text{ вых}}/P_{i \text{ вых}}]_{\text{opt}}$ — выходное отношение сигнал/помеха без учета флуктуаций вектора весовых коэффициентов.

4. В качестве примера рассмотрим двухэлементную ААР с однократным ограничением, т. е. $k = 2, j = 1$. Направление прихода полезного сигнала будем считать известным и нормальным к оси решетки. Тогда вектор, характеризующий направление прихода полезного сигнала, имеет вид

$$\mathbf{C}^T = (1, 1). \quad (22)$$

Если помеха поступает на систему под некоторым углом Φ , элементы ковариационной матрицы $\langle M \rangle$ примут вид

$$\begin{aligned} M_{11} &= P_s + P_i + P_n + r + r^*, \\ M_{12} &= P_s + P_i e^{j\theta} + r e^{j\theta} + r^*, \\ M_{21} &= P_s + P_i e^{-j\theta} + r + r^* e^{-j\theta}, \\ M_{22} &= P_s + P_i + P_n + r e^{j\theta} + r^* e^{-j\theta}. \end{aligned} \quad (23)$$

Здесь введены следующие обозначения: $P_s \equiv \langle |v_s|^2 \rangle$, $P_i \equiv \langle |v_i|^2 \rangle$, $P_n \equiv \langle |n_1|^2 \rangle = \langle |n_2|^2 \rangle$, v_s, v_i, n_1, n_2 — комплексные амплитуды полезного сигнала, помехи и собственных шумов элементов соответственно; $r \equiv \langle v_s^* v_i \rangle$ — параметр, характеризующий корреляцию между полезным сигналом и помехой; $\theta = (2\pi d/\lambda) \sin \Phi$, d — базовое расстояние.

Из (7), (22) и (23) можно определить оптимальное среднее значение вектора весовых коэффициентов

$$\langle \mathbf{W} \rangle_{\text{opt}} = \frac{1}{P_n + P_i(1 - \cos \theta)} \begin{pmatrix} P_n + P_i(1 - e^{j\theta}) - r^*(1 - e^{-j\theta}) \\ P_n + P_i(1 - e^{-j\theta}) + r^*(1 - e^{j\theta}) \end{pmatrix}. \quad (24)$$

Соответствующее выражение для системы без ограничений имеет вид

$$\langle \mathbf{W} \rangle_{\text{opt}_i} = (\gamma^2 / D) [P_n + P_i(1 - \cos \theta)] \langle \mathbf{W} \rangle_{\text{opt}}, \quad (25)$$

где

$$D = 2\gamma [P_n + P_i(1 - \cos \theta)] + \gamma^2 \{ 2(P_i P_s - |r|^2)(1 - \cos \theta) + P_n [P_n + 2(P_s + P_i) + r(1 + e^{j\theta}) + r^*(1 + e^{-j\theta})] \}.$$

Выражения (24), (25) получены без учета флуктуаций вектора весовых коэффициентов и отличаются только скалярным множителем. Следовательно, отношения сигнал/помеха и сигнал/шум на выходе ААР с ограничениями совпадают с аналогичными характеристиками ААР без ограничений [7]. Диаграммы направленности ААР, использующих алгоритмы обработки с ограничениями и без них, очевидно, связаны соотношениями

$$G_{\text{огр}}(\theta, \psi) = g G_{\text{неогр}}(\theta, \psi),$$

где

$$g = D^2 \gamma^{-2} [P_n + P_i(1 - \cos \theta)]^{-2}.$$

Для сравнения на рис. 2 приведены диаграммы направленности ААР с ограничениями (сплошные линии) и невозмущенные диаграммы направленности (пунктирные линии). При этом полагалось $d = \lambda/2$, $\varphi = \pi/6$ ($\varphi = \arg r$), $\theta = \pi/6$ ($\Phi = 9^\circ 30'$), уровень собственных шумов элементов решетки считался постоянным $\gamma P_n = 1$. Кривые на рис. 2а

построены при $|r|/\sqrt{P_i P_s} = 0,5$, $P_s = P_n$ и различных входных отношениях помеха/шум: 1 — $P_i/P_n = 10$, 2 — $P_i/P_n = 1$, 3 — $P_i/P_n = 0,1$. Коэффициент пропорциональности g тогда соответственно равен 212, 61 и 12.

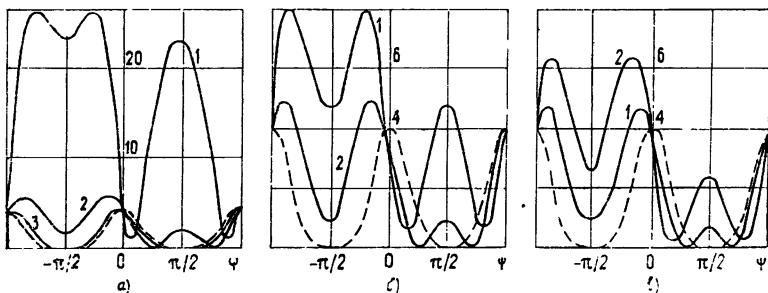


Рис 2 Диаграммы направленности двухэлементной ААР с ограничениями до (штриховая кривая) и после (сплошная кривая) адаптации

Из приведенных рисунков видно, что минимум адаптированных диаграмм направленности несколько смещен относительно направления прихода помехи $\Phi = 9^\circ 30'$. Это смещение обусловлено наличием собственного шума элементов P_n . С ростом отношения P_i/P_n смещение минимума уменьшается. Рис. 2б показывает изменение диаграммы направ-

ленности при $|r|/\sqrt{P_i P_s} = 0,5$, $P_i = P_n$ и разных отношениях сигнал/шум: 1 — $P_s/P_n = 10$ ($g = 777$), 2 — $P_s/P_n = 0,1$ ($g = 27$). Отсюда видно, что с уменьшением мощности полезного сигнала при коррелированном сигнале и помехе степень подавления помехи увеличивается. Последнее обусловлено тем, что входное отношение сигнал/помеха падает, а рассматриваемая система тем сильнее подавляет помеху, чем больше ее мощность по сравнению с полезным сигналом. Зависимость диаграммы направленности от корреляции полезного сигнала и помехи приведена на рис. 2в. Кривые даны для $P_i = P_s = P_n$: 1 — $|r| = 0$ ($g = 44$), 2 — $|r| = \sqrt{P_i P_s}$ ($g = 78$). Из рисунка видно, что с увеличением корреляции помехи и полезного сигнала уровень подавления помехи падает.

Рассмотрим теперь влияние флуктуаций вектора весовых коэффициентов на характеристики двухэлементной ААР с ограничениями. Как следует из (12), в наиболее важном практическом случае $\gamma \lambda_{\min} \gg 1$ возмущение среднего вектора весовых коэффициентов можно представить в следующем простом виде:

$$\langle \mathbf{W} \rangle_{\text{ist}} = (\alpha/2) \gamma \text{Sp}(\hat{P} \langle M \rangle) \langle \mathbf{W} \rangle_{\text{opt}}. \quad (26)$$

В рассматриваемом частном случае из (22) — (24) найдем

$$\langle \mathbf{W} \rangle_{\text{ist}} = (\alpha/2) \gamma \begin{pmatrix} P_n + P_i(1 - e^{j\theta}) - r^*(1 - e^{-j\theta}) \\ P_n + P_i(1 - e^{-j\theta}) + r^*(1 - e^{j\theta}) \end{pmatrix}. \quad (27)$$

Отсюда видно, что эффект нарушения ограничений, когда направление прихода помехи совпадает с направлением прихода полезного сигнала ($\theta = 0$), полностью определяется уровнем собственных шумов элементов решетки.

Из (15) можно определить дисперсию флуктуаций компонент вектора весовых коэффициентов, которая при некоррелированных сигнале и помехе примет вид

$$\sigma_{\mathcal{W}}^2 = (\alpha/2) \gamma [P_n + P_i(1 - \cos \theta)]^{-2} \{ (2P_s + P_i + P_n) [P_n^2 + 2P_i(P_i + P_n) \times (1 - \cos \theta)] - 2P_i^2(P_i + P_n)(1 - \cos \theta) + P_i P_n^2 \cos \theta - P_i^2 P_s (1 - \cos 2\theta) \}. \quad (28)$$

На рис. 3 приведена зависимость дисперсии флуктуаций компонент вектора весовых коэффициентов от угла прихода помехи θ . При этом полагалось $\alpha = 2 \cdot 10^{-3}$, $1 P_n = 1$. Сплошные линии соответствуют $P_s =$

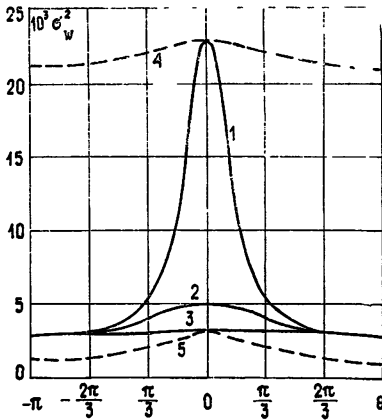


Рис. 3. Зависимость дисперсии флуктуаций компонент вектора весовых коэффициентов в двухэлементной ААР с ограничениями от угла прихода помехи θ .

$= P_n$ и $1 - P_i/P_n = 10$, $2 - P_i/P_n = 1$, $3 - P_i/P_n = 0,1$; пунктирные линии построены при $P_i = P_n$ и $4 - P_s/P_n = 10$, $5 - P_s/P_n = 0,1$. Из приведенных графиков видно, что уровень дисперсии флуктуаций вектора весовых коэффициентов тем выше, чем ближе направление прихода помехи к направлению ограничений. Это объясняется тем фактом, что $\sigma_{\mathcal{W}}^2$ пропорциональна величине выходной мощности ААР $\langle z^2 \rangle_{\text{opt}}$ (см. (15а)), которая, очевидно, принимает максимальное значение, когда и сигнал и помеха поступают с направления ограничений и их подавления не происходит.

Как следует из (28), максимальный уровень $\sigma_{\mathcal{W}}^2(\theta)$ при $\theta = 0$ определяется выражением

$$(\sigma_{\mathcal{W}}^2)_{\text{max}} = (\alpha/2) \gamma (2P_s + 2P_i + P_n). \quad (29)$$

Найдем также минимально возможный уровень $\sigma_{\mathcal{W}}^2(\theta)$, который достигается при $\theta = \pm \pi$. Из (28) при этом получим

$$(\sigma_{\mathcal{W}}^2)_{\text{min}} = (\alpha/2) \gamma (2P_s + P_n). \quad (30)$$

Минимальный уровень $(\sigma_{\mathcal{W}}^2)_{\text{min}}$ не зависит от мощности помехи, поскольку направление ее прихода при $\theta = \pm \pi$ совпадает с направлением нуля невозмущенной диаграммы направленности и адаптации не происходит.

Рассмотрим выходное отношение сигнал/помеха (21) применительно к двухэлементной ААР с ограничениями. Отношение сигнал/помеха в отсутствие флуктуаций вектора весовых коэффициентов $[P_{s \text{ вых}}/P_{i \text{ вых}}]_{\text{opt}}$ в этом случае имеет вид [7]

$$\left(\frac{P_{s \text{ вых}}}{P_{i \text{ вых}}} \right)_{\text{opt}} = 4 \frac{P_s^{\text{в}}}{P_i} \frac{[P_n + P_i(1 - \cos \theta)]^2}{|P_n(1 + e^{j\theta}) - 2r^*(1 - \cos \theta)|^2}. \quad (31)$$

Вектор u , задающий направление прихода помехи, равен

$$u^T = 1/\sqrt{2} (1, e^{j\theta}).$$

Используя формулу (21) для определения отношения сигнал/помеха с учетом флуктуаций вектора весовых коэффициентов, найдем при $k = 2$

$$\frac{P_{s \text{ вых}}}{P_{i \text{ вых}}} = \left(\frac{P_{s \text{ вых}}}{P_{i \text{ вых}}} \right)_{\text{opt}} \left[1 + \frac{\alpha}{2} \gamma P_i \left(\frac{1}{2} - \cos \theta \right) \right] + \frac{\alpha}{4} \gamma P_i. \quad (32)$$

Таким образом, изменение в отношении сигнал/помеха при учете флуктуаций вектора весовых коэффициентов определяется мощностью помехи P_i , направлением ее прихода θ и характеристиками системы α, γ .

ЛИТЕРАТУРА

1. Пистолькорс А. А. — ДАН СССР, 1979, 244, № 3, с. 590.
2. Гейбриел У. — ТИИЭР, 1976, 64, № 2, с. 55.
3. Уидроу Б. и др. — ТИИЭР, 1975, 63, № 12, с. 69.
4. Фрост III О. — ТИИЭР, 1972, 60, № 8, с. 5.
5. Applebaum S., Chapman D. — IEEE Trans., 1976, AP-24, № 5, p. 650.
6. Brennan L., Pugh E., Reed I. — IEEE Trans., 1971, AES-7, № 2, p. 254.
7. Hicks D. — Electronics Lett., 1976, 12, № 10, p. 252.
8. Позументов И. Е. — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 1, с. 56.

Горьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
27 декабря 1979 г.

STATISTICAL CHARACTERISTICS OF ADAPTIVE ANTENNA ARRAYS WITH CONSTRAINTS

A. A. Mal'tsev, I. E. Pozumentov

Statistical characteristics are defined for adaptive antenna arrays (AAA) with constraints: an average value and matrix of covariance of weights, sum power of the output AAA signal and the output signal/noise ratio. The analysis is made with taking account of the finite correlation time of the useful signal, interferences and noises of the lattice elements. It is shown that dispersion of component fluctuations of weight coefficient vectors decreases in comparison with AAA without limitations in according with the number of superimposed linearly-independent constraints providing the needed frequency characteristic of AAA in the given direction. Besides, it is noted that fluctuations of weight coefficients of AAA lead to an effect of constraints breaking. As an example, two-element AAA is considered with single linear constraint.