

УДК 621 378

**О КОЭФФИЦИЕНТАХ УСИЛЕНИЯ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН  
В АКТИВНОЙ СРЕДЕ КОЛЬЦЕВОГО ЛАЗЕРА**

*Н. Д. Миловский, Л. Л. Попова*

Изучаются закономерности усиления волн одной частоты, распространяющихся навстречу друг другу в однородно уширенной активной среде, а также в активной среде, неоднородное уширение линии люминесценции которой обусловлено разбросом параметров двухуровневых систем, а не их движением. Показано, что коэффициент усиления по мощности для более сильной волны всегда больше коэффициента усиления слабой волны. Установлено также, что в слое активной среды лазера произведение коэффициентов усиления встречных волн практически не зависит от накачки и с точностью до  $10^{-4}$  равно квадрату коэффициента усиления слоя на пороге самовозбуждения.

Целью настоящей работы является изучение закономерностей возрастания интенсивностей волн одной частоты, распространяющихся навстречу друг другу в активной конденсированной среде лазера. Такая информация необходима при изучении устойчивости стационарных режимов генерации лазеров [1], а также при решении задачи об усилении в распределенных активных средах встречных электромагнитных пучков, ставшей особенно актуальной в последнее время в связи с широким распространением систем с использованием двухпроходных усилителей с обращающими волновой фронт зеркалами [2, 3].

Как известно, в нелинейных (а также неоднородных) средах монохроматические встречные поля из-за переотражений оказываются локально связанными друг с другом, так что понятие распространяющейся в каком-то направлении волны является достаточно условным [4-6]. Обычно [4-6] это понятие вводится таким образом, чтобы две встречные волны вне нелинейной (или неоднородной) среды, плавно переходящей в однородные линейные среды, трансформировались в две не связанные друг с другом бегущие навстречу волны [4-8].

Рассмотрим вначале распространение двух встречных плоских волн одной частоты  $\Omega$  и разных интенсивностей в однородно уширенной активной среде, имеющей линейные равномерно распределенные потери. Изменения интенсивностей этих волн при учете отстройки  $\delta = \Omega - \Omega_0$  частоты процесса от частоты центра линии люминесценции  $\Omega_0$  описываются хорошо известными [7, 8] уравнениями

$$\frac{d g^2}{d \zeta} = \frac{\alpha}{2} \frac{\sqrt{(1 + \delta^2 + g^2 + e^2)^2 - 4g^2 e^2} + (g^2 - e^2 - 1 - \delta^2)}{\sqrt{(1 + \delta^2 + g^2 + e^2)^2 - 4g^2 e^2}} - 2\Gamma g^2, \tag{1}$$

$$\frac{d e^2}{d \zeta} = \frac{\alpha}{2} \frac{\sqrt{(1 + \delta^2 + g^2 + e^2)^2 - 4g^2 e^2} + (e^2 - g^2 - 1 - \delta^2)}{\sqrt{(1 + \delta^2 + g^2 + e^2)^2 - 4g^2 e^2}} - 2\Gamma e^2.$$

Изменения таких полей в активной среде удобно характеризовать с помощью коэффициентов усиления волн по мощности

$$G_{\zeta}(\zeta) = g^2(\zeta)/g^2(0), \quad g_{\zeta}(\zeta) = e^2(\zeta)/e^2(0), \tag{2}$$

которые имеют смысл отношений потоков мощности прямой  $\mathcal{E}^2(\zeta)$  и встречной  $e^2(\zeta)$  волн в сечении  $\zeta$  к их значениям на концах активного слоя в сечениях  $\zeta = 0$  и  $\zeta = l$  соответственно (см. также рис. 1). Разделив левую и правую части каждого из уравнений (1) на  $\mathcal{E}^2$  и  $e^2$  соответственно, заметим, что они будут описывать локальные изменения логарифмических функций в зависимости от коэффициентов усиления распространяющихся навстречу волн:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mathcal{E}^2} \frac{d\mathcal{E}^2}{d\zeta} &= \frac{d}{d\zeta} \ln [\mathcal{E}^2(\zeta)/\mathcal{E}^2(0)] = \frac{d}{d\zeta} \ln G_\zeta(\zeta), \\ -\frac{1}{e^2} \frac{de^2}{d\zeta} &= -\frac{d}{d\zeta} \ln [e^2(\zeta)/e^2(l)] = -\frac{d}{d\zeta} \ln g_\zeta(\zeta). \end{aligned} \quad (3)$$

Знак в левой части второго уравнения (3) указывает на то, что коэффициент усиления  $g_\zeta$  возрастает в  $-\zeta$ -направлении.

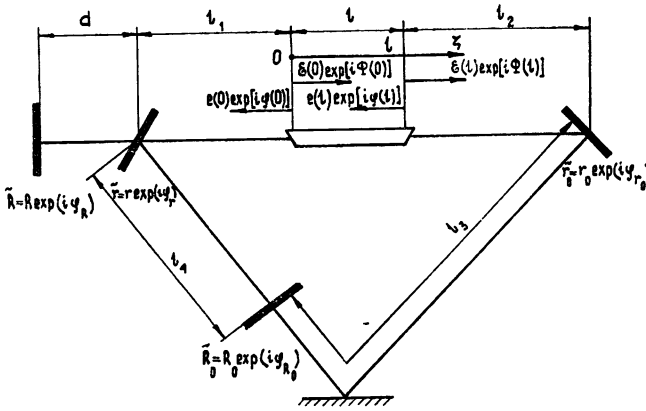


Рис. 1.

Абсолютные значения каждой из правых частей соотношений (3) характеризуют скорости возрастания соответствующих коэффициентов усиления, причем большей из них отвечает большая скорость изменения усиления (в рассматриваемом сечении  $\zeta$ ). Очевидно, что с ростом скорости изменения коэффициента усиления в каждом из сечений  $\zeta$  будет расти и абсолютная величина усиления волны на толщине слоя в целом

$$G = \mathcal{E}^2(l)/\mathcal{E}^2(0) \quad \text{или} \quad g = e^2(0)/e^2(l). \quad (4)$$

Поэтому достаточно показать, что правая часть одного из уравнений (3) больше правой части другого. Так будет доказано утверждение, что коэффициент усиления соответствующей волны на толщине слоя превосходит коэффициент усиления волны встречной.

Будем считать, что волна  $\mathcal{E}^2(\zeta)$  имеет интенсивность большую, чем встречная волна  $e^2(\zeta)$ . Покажем, что правая часть деленного на  $\mathcal{E}^2$  первого уравнения (1) превосходит правую часть деленного на  $e^2$  второго уравнения (1):

$$\begin{aligned} &\frac{\alpha}{2} \frac{\sqrt{(1 + \delta^2 + \mathcal{E}^2 + e^2)^2 - 4\mathcal{E}^2 e^2} + (\mathcal{E}^2 - e^2 - 1 - \delta^2)}{\mathcal{E}^2 \sqrt{(1 + \delta^2 + \mathcal{E}^2 + e^2)^2 - 4\mathcal{E}^2 e^2}} - 2\Gamma > \\ &> \frac{\alpha}{2} \frac{\sqrt{(1 + \delta^2 + \mathcal{E}^2 + e^2)^2 - 4\mathcal{E}^2 e^2} + (e^2 - \mathcal{E}^2 - 1 - \delta^2)}{e^2 \sqrt{(1 + \delta^2 + \mathcal{E}^2 + e^2)^2 - 4\mathcal{E}^2 e^2}} - 2\Gamma. \end{aligned} \quad (5)$$

Неравенство (5) легко трансформируется в неравенство

$$\begin{aligned} & (\mathcal{E}^2 - e^2) \sqrt{(1 + \delta^2 + \mathcal{E}^2 + e^2)^2 - 4\mathcal{E}^2 e^2} < \\ & < e^2 (\mathcal{E}^2 - e^2 - 1 - \delta^2) - \mathcal{E}^2 (e^2 - \mathcal{E}^2 - 1 - \delta^2) \end{aligned} \quad (6)$$

и далее после несложных преобразований правой части превращается в очевидное условие

$$\sqrt{(1 + \delta^2 + \mathcal{E}^2 + e^2)^2 - 4\mathcal{E}^2 e^2} < (1 + \delta^2 + \mathcal{E}^2 + e^2). \quad (7)$$

Таким образом доказана справедливость сформулированного выше утверждения. А это значит, что волна большей интенсивности усиливается в однородно уширенной активной среде с линейным поглощением с большим коэффициентом усиления, чем встречная менее интенсивная волна той же частоты. Необходимо отметить, что такое утверждение справедливо для двух любых произвольных волн одной частоты, не обязательно связанных друг с другом через посредство отражающих поверхностей и не обязательно составляющих генерируемую лазером моду.

Полученный результат тривиальным образом (с помощью аналогичных математических выкладок) обобщается на случай активной среды, состоящей из двух или более сортов активных двухуровневых систем, равномерно распределенных по объему слоя вещества. Таким образом, вывод о большем коэффициенте усиления более интенсивной волны оказывается справедливым также во всех неоднородно уширенных средах, в которых неоднородное уширение обусловлено не движением двухуровневых систем, а неидентичностью их параметров (например, разбросом центральных частот), т. е. во всех случаях, когда встречные волны в каждой точке среды взаимодействуют с одними и теми же коллективами активных центров\*.

Полученные выводы численно подтверждены при решении одномерной задачи о внутреннем поле кольцевого лазера с амплитудным вентиляем.

Резонатор лазера с амплитудным вентиляем имеет возвратное внешнее зеркало  $\tilde{R}$  и находящийся на оптическом пути луча рассеивающий элемент (плоскопараллельную пластинку  $\tilde{R}_0$ ) (рис. 1). Активная среда предполагается однородно уширенной (состоящей из совокупности идентичных двухуровневых систем) и не имеющей линейного поглощения, а ее границы считаются неотражающими.

Изменения интенсивностей внутренних полей в стационарном одночастотном режиме генерации такого лазера описываются уравнениями (1) с  $\Gamma = 0$ . Первые интегралы этих уравнений

$$\begin{aligned} & \sqrt{1 + \delta^2 + (\mathcal{E} + e)^2} - \sqrt{1 + \delta^2 + (\mathcal{E} - e)^2} = C_1, \\ & (1 + \delta^2) \ln |(\mathcal{E}^2 - e^2 - 1 - \delta^2) + \sqrt{(1 + \delta^2 + \mathcal{E}^2 + e^2)^2 - 4\mathcal{E}^2 e^2}| + \\ & \quad + (\mathcal{E}^2 - e^2) = \Omega_0 \gamma n^0 \zeta + C_2, \\ & \Phi(\zeta) = -(\delta/2) \ln [\mathcal{E}^2(\zeta)/\mathcal{E}^2(0)] + C_3, \\ & \varphi(\zeta) = -(\delta/2) \ln [e^2(\zeta)/e^2(l)] + C_4 \end{aligned} \quad (8)$$

хорошо известны [7, 8] и используются в качестве исходных соотношений для расчета характеристик лазера. Граничные условия согласования полей на концах активного слоя  $\zeta = 0$  и  $\zeta = l$  (см. рис. 1)

\* В частном случае однородно уширенной среды без линейных потерь ( $\Gamma = 0$ ) и для волн, составляющих лазерную моду, аналогичный результат получен в работе [4]

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(0) \exp [i \Phi(0)] &= \mathcal{E}(l) \tilde{r} \tilde{r}_0 \tilde{T}_0 \exp [i \Phi(l) - i \Omega(\tau_0 + l)] + \\ + e(0) \exp [i \varphi(0) - i \Omega(2l_1 + l)] &[\tilde{i}^2 \tilde{R} \exp(-i 2 \Omega d) + \tilde{r}^2 \tilde{R}_0 \exp(-i 2 \Omega l_4)], \\ e(l) \exp [i \varphi(l)] &= e(0) \tilde{r} \tilde{r}_0 \tilde{T}_0 \exp [i \varphi(0) - i \Omega(\tau_0 + l)] + \mathcal{E}(l) \tilde{r}_0^2 \tilde{R}_0 \times \\ &\times \exp [i \Phi(l) - i \Omega(2l_2 + 2l_3 + l)], \end{aligned} \quad (9)$$

где за  $\Omega \tau_0 = \Omega(l_1 + l_2 + l_3 + l_4)$  обозначено изменение фазы в свободном от активной среды пространстве резонатора, позволяют получить комплексное характеристическое уравнение

$$\begin{aligned} [\exp(i \Delta \Phi) - r r_0 T_0 \sqrt{G}] [\exp(i \Delta \varphi) - r r_0 T_0 \sqrt{g}] &= \\ = -r_0^2 R_0 \sqrt{G g} [r^2 R_0 + (1 - r^2) R \exp(i \psi)], \end{aligned} \quad (10)$$

в котором величина

$$\psi = 2 \Omega(l_4 - d) + \varphi_R - \varphi_{R_0} - \pi \quad (11)$$

равна разности фаз двух приходящих на вход активного слоя полей, порождаемых встречной волной  $e(0) \exp [i \varphi(0)]$ , а  $\Delta \Phi$  и  $\Delta \varphi$  представляют собой набеги фаз волн (прямой и встречной соответственно) на полной оптической длине резонатора.

Используя значения первых интегралов (8) на концах активного слоя и преобразуя их при помощи граничных условий (9), получим два уравнения, которые совместно с комплексным характеристическим уравнением (10) образуют замкнутую систему четырех нелинейных трансцендентных уравнений относительно частоты генерации  $\Omega$ , коэффициентов  $G$  и  $g$  и интенсивности поля прямой волны  $\mathcal{E}^2(0)$  на входе слоя при  $\zeta = 0$ .

Расчитанные на ЭВМ зависимости коэффициентов усиления  $G$  и  $g$  от коэффициента отражения выходного зеркала  $r^2$  представлены на рис. 2 кривыми  $Y_K$  и  $\tilde{Y}_K$  соответственно. Параметрами кривых являются:  $\psi = 0$ ,  $R^2 = 0,99$ ,  $r_0^2 = 0,90$ ,  $R_0^2 = 0,05$ ,  $(\alpha l)_K = 2, 5, 10$ , где  $K = 1, 2, 3$ . Пунктирной кривой  $Y_0$  изображена зависимость усиления  $g_0(r^2)$  активного слоя в линейном режиме на пороге самовозбуждения ( $\alpha l = (\alpha l)_n$ ).

В приближении линейной теории нетрудно установить [9], что при  $\psi = 0$  амплитуда прямой волны  $\tilde{\mathcal{E}}(0)$  всегда больше амплитуды встречной  $\tilde{e}(0)$ , и численные расчеты на ЭВМ для приведенных на рис. 2 нелинейных случаев подтверждают это. Из рис. 2 видно, что коэффициент усиления прямой волны  $G$  превышает коэффициент усиления встречной волны  $g$  при всех значениях  $\alpha l$ . С ростом накачки усиление прямой волны  $G$  растет по величине, а усиление обратной  $g$  — уменьшается, и только на пороге самовозбуждения они равны друг другу:

$$\lim_{\xi^2, e^2 \rightarrow 0} G = \lim_{\xi^2, e^2 \rightarrow 0} g = g_0.$$

С ростом накачки  $\alpha l$  характер зависимостей коэффициентов усиления  $G$  и  $g$  не меняется: они максимальны в области малых  $r^2$  и монотонно уменьшаются при возрастании  $r^2$ , стремясь в пределе при  $r^2 \rightarrow 1$  к значению  $r_0^{-2}$ .

Приведем еще зависимости коэффициентов усиления встречных волн от  $r^2$  для случая  $\psi = \pi$ . Из линейной теории можно найти [9], что в этом случае существует область  $r^2 > \hat{r}_0^2$  значений параметра  $r^2$ , вну-

три которой интенсивность прямой волны  $\mathcal{E}^2(0)$  оказывается меньше интенсивности встречной  $e^2(0)$  на конце слоя при  $\zeta = 0$ . На другом конце слоя при  $\zeta = l$  интенсивность прямой волны  $\mathcal{E}^2(l)$  будет меньше интенсивности  $e^2(l)$  при  $r^2 > \hat{r}_{2l}^2$ , причем  $\hat{r}_l^2 < \hat{r}_0^2$ .

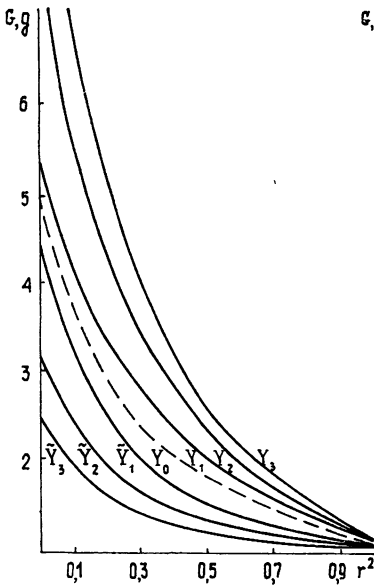


Рис. 2.

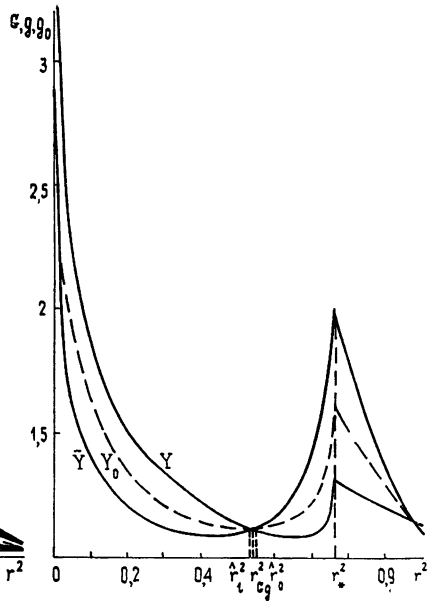


Рис. 3.

На рис. 3 кривыми  $Y$ ,  $\tilde{Y}$  и  $Y_0$  изображены зависимости  $G(r^2)$ ,  $g(r^2)$  и  $g_0(r^2)$  соответственно для следующих значений параметров:

$$\psi = \pi, \quad \alpha l = 2, \quad r_0^2 = 0,90, \quad R_0^2 = 0,10, \quad R^2 = 0,99.$$

Из детальных расчетов и из рис. 3 следует, что пересечение кривых  $G(r^2)$  и  $g(r^2)$  происходит в некоторой точке  $r_{Gg}^2$ , находящейся внутри диапазона  $(\hat{r}_l^2, \hat{r}_0^2)$ . В этой точке, по-видимому, реализуется такое распределение интенсивностей встречных волн вдоль слоя, что

$$\int_0^l \mathcal{E}^2(\zeta) d\zeta = \int_0^l e^2(\zeta) d\zeta.$$

Таким образом, приведенные расчеты свидетельствуют о том, что в однородно уширенной активной среде в монохроматическом случае коэффициент усиления слабой волны оказывается всегда меньше коэффициента усиления распространяющегося навстречу более мощного поля.

Из детального сравнения расчетов, представленных на рис. 2, 3 кривыми  $Y$ ,  $\tilde{Y}$  и  $Y_0$ , можно установить, что произведение  $Gg$  практически не зависит от накачки и с точностью до  $10^{-4}$  равно квадрату коэффициента усиления активного слоя на пороге самовозбуждения:

$$Gg = g_0^2. \quad (12)$$

Соотношение (12) справедливо только для такого слоя нелинейного активного вещества, который представляет собой активный элемент

в лазере. Чтобы подчеркнуть лазерную специфику соотношения (12), добавим, что оно не справедливо для любого слоя однородно уширенной активной среды, который усиливает (даже в регенеративном режиме) поле, созданное внешними источниками. Физический смысл соотношения (12) состоит в том, что некоторые элементы крупномасштабной пространственной структуры поля практически не зависят (см. также [10]) от величины накачки.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Клочан Е. Л., Корниенко Л. С., Кравцов Н. В., Ларионцев Е. Г., Шелаев А. Н. — ЖЭТФ, 1973, 65, № 4(10), с. 1344.
- 2 Калинина А. А., Любимов В. В., Носова Л. В., Орлова И. Б. — Квантовая электроника, 1979, 6, № 10, с. 2269.
- 3 Андреев Н. Ф., Беспалов В. И., Киселев А. М., Матвеев А. З., Пасманик А. Г. — Письма ЖЭТФ, 1979, 30, № 8, с. 520
- 4 Миrowsкий Д. И. — Акуст. журн., 1964, 10, № 1, с. 88
- 5 Миrowsкий Д. И. — Опт. и спектр., 1965, 18, № 4, с. 668
- 6 Миrowsкий Д. И., Будагян И. Ф. — Опт. и спектр., 1966, 21, № 4, с. 493
- 7 Островский Л. А., Якубович Е. И. — ЖЭТФ, 1964, 46, № 3, с. 963.
- 8 Кузнецова Т. И., Раутиан С. Г. — Изв. вузов — Радиофизика, 1964, 7, № 4, с. 682
- 9 Миловский Н. Д., Попова Л. Л. — Опт. и спектр., 1977, 43, № 2, с. 311.
- 10 Миловский Н. Д., Попова Л. Л. — Изв. вузов — Радиофизика, 1981, 24, № 4, с. 425.

Горьковский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
16 мая 1980 г.

#### ON POWER GAIN COEFFICIENT OF THE OPPOSITELY DIRECTED WAVES IN ACTIVE RING LASER MEDIUM

*N. D. Milovsky, L. L. Popova*

The increase in intensity of two waves of the same frequency travelling in the opposite directions in a homogeneously broadened and in a non-Doppler inhomogeneously broadened active laser medium is investigated. It is shown that the power gain coefficient for the strong wave always exceeds the one for the weak wave. The product of these coefficients in active laser medium is a constant (with accuracy  $10^{-4}$ ) independent of pump power and equals to the power gain coefficient at oscillation threshold to the second power.

---