

В заключение заметим, что учет нелинейности  $\varepsilon \propto x^3$ , которая характерна для связывающих сил эффективного потенциала синхротронных колебаний, в первом приближении по  $\varepsilon \ll 1$  не изменяет формы распределения по амплитудам и вносит поправку только в распределение по угловой переменной [8].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Hartwig E., Neil V. K., Cooper R. K — IEEE Trans. Nucl. Sci., 1973, NS-20, № 3, p. 833.
2. Hansen S. et al.— IEEE Trans. Nucl. Sci., 1977, NS-24, № 3, p. 1452
3. Boussard D. et al.— IEEE Trans. Nucl. Sci., 1979, NS-26, № 3, p. 3484.
- 4 Кляцкин В И Статистическое описание динамических систем с флюктуирующими параметрами. — М Наука, 1975
5. Музычук О В — Изв. вузов — Радиофизика, 1978, 21, № 4, с 534
6. Музычук О. В — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 6, с 707.
- 7 Понtryagin L. S., Andronov A. A., Witt A. A. — ЖЭТФ, 1933, 3, № 3, с 165.
8. Митропольский Ю А Метод усреднения в нелинейной механике — Киев: Наукова думка, 1971.

Московский инженерно-физический  
институт

Поступила в редакцию  
19 марта 1980 г.,  
после доработки  
8 октября 1980 г.

УДК 535.132

## СКОЛЬЗЯЩЕЕ ПРЕЛОМЛЕНИЕ НЕОДНОРОДНЫХ ВОЛН

А И Кириленко, А Д Титов, А П Хапалюк

В работе [1] исследованы законы отражения и преломления плоских неоднородных волн при некомпланарном падении на плоскую границу раздела однородных изотропных немагнитных сред. Случай, когда направления эффективных нормалей волн являются скользящими, имеет ряд особенностей, важных для описания поверхностных волн и возбуждения волноводов. В частности, при распространении поверхностной волны вдоль волновода на его торце при стыковке с другим волноводом реализуется ситуация, когда амплитудная нормаль ориентирована под углом к плоскости падения (некомпланарность) и даже перпендикулярна ей.

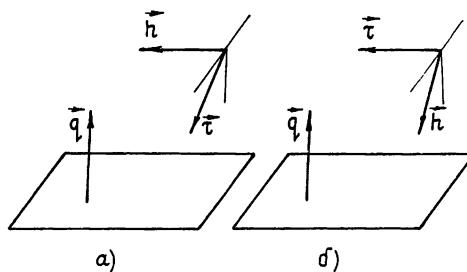


Рис. 1.

При исследовании таких особенностей удобно различать два случая: 1) эффективная фазовая нормаль параллельна границе раздела сред ( $hq = 0$ ) (рис 1a) и 2) эффективная амплитудная нормаль параллельна границе раздела сред ( $\tau q = 0$ ) (рис 1b). Фазовый множитель рассматриваемых плоских волн имеет вид  $\exp[i(\omega t - k(mr))]$ . Здесь  $q$  — нормаль к границе раздела,  $h$  и  $\tau$  — эффективные фазовая и амплитудная нормали соответственно, причем  $h + i\tau = m = Ne$ , где  $m$  — вектор рефракции,  $N = n - i\chi$  — показатель преломления,  $e = e_1 + ie_2$  — волновая нормаль ( $e^2 = 1$ ),  $e_1 \sim \sin \theta (\sin \alpha, 0, \cos \alpha)$  — действительный вектор фазовой нормали,  $e_2 \sim \sin \theta (\cos \alpha, \cos \eta, -\sin \alpha, \sin \eta)$  — действительный вектор амплитудной нормали,  $\alpha$  — угол, между вектором фазовой нормали и нормалью к границе раздела сред (угол падения),  $\theta$  — параметр неоднородности (при  $\theta = 0$  вектор  $e_2$  обращается в нуль и волна становится однородной),  $\eta$  — угол между вектором амплитудной нормали  $e_2$  и плоскостью падения, определяемой векторами  $e_1$  и  $q$  (параметр некомпланарности). Более деталь-

и смысл введенных параметров выяснен в [2, 3]. В первом случае говорим о скользящем распространении во втором — о скользящем затухании падающей (преломленной) волны. Если оба условия выполняются одновременно, говорим о скользящем падении (преломлении) волны.

Нормальная компонента вектора рефракции волны во второй среде определяется с точностью до знака через нормальную компоненту вектора рефракции волны в первой среде

$$m_{1z} = \sqrt{N_1^2 - N^2 + m_z^2}. \quad (1)$$

Здесь величины, относящиеся к первой среде, записываются без индексов, а ко второй среде — с индексом 1. Для того, чтобы эффективные нормали преломленной волны были скользящими, мнимая часть подкоренного выражения (1) должна равняться нулю, знак же вещественной части определит, будет скользящей фазовая (верхнее неравенство) или амплитудная нормаль (нижнее неравенство)

$$h_z \tau_z = n_1 x_1 - n x, \quad h_z^2 - \tau_z^2 \leq (n^2 - x^2) - (n_1^2 - x_1^2). \quad (2)$$

Систему (2) можно разрешить относительно  $h_z$  и  $\tau_z$ :

$$|h_z| \leq |\operatorname{Re} \sqrt{N^2 - N_1^2}| = a, \quad |\tau_z| \geq \operatorname{Im} \sqrt{N^2 - N_1^2} = b. \quad (3)$$

Далее удобно ввести вещественный параметр  $\gamma$  по формуулам

$$|h_z| = ae^{-\gamma}, \quad |\tau_z| = be^{\gamma}, \quad (4)$$

где для  $\gamma > 0$  выполняется условие скольжения эффективной фазовой, а для  $\gamma < 0$  — условие скольжения эффективной амплитудной нормали преломленной волны. Без существенного ограничения общности можно считать  $h_z > 0$ , после чего знак  $\tau_z$  определяется из равенства (2). Теперь неравенства (3) можно записать в виде двух вещественных равенств

$$|N|^2 \operatorname{ch} \vartheta \cos \alpha = nae^{-\gamma} - xb e^{\gamma}, \quad (5a)$$

$$|N|^2 \operatorname{sh} \vartheta \sin \alpha \cos \eta = -xa e^{-\gamma} - nb e^{\gamma}$$

или одного комплексного равенства

$$|N|^2 \cos(\alpha + i\theta) = (n + ix \sec \eta)ae^{-\gamma} - (x - in \sec \eta)be^{\gamma}. \quad (5b)$$

Соотношения (2) — (5) определяют области значений параметров падающей волны, в которых преломленная волна имеет эффективную фазовую или эффективную амплитудную нормали скользящими. Граница этих областей определяется из (5) при  $\gamma = 0$ . В трехмерном фазовом пространстве параметров падающей волны это линия ветвления двузначной функции (1), которая становится однозначной на двулистной поверхности Римана, и, следовательно, по углам  $\alpha$  и  $\eta$  имеет период  $4\pi$ . В компланарном случае ( $\eta = 0$ ) граница вырождается в точку и определяет предельный угол полного отражения  $N \sin(\alpha + i\theta) = N_1$ . Аналогичный смысл предельной линии полного отражения сохраняется для границы областей и в некомпланарном случае.

На рис. 2 представлены области допустимых значений параметров падающей волны в случае границы раздела прозрачной и поглощающей сред ( $x = 0$ ,  $x_1 > 0$ ). При заданных  $\eta$  ( $\cos \eta < 0$ ) второе равенство (5a) определяет кривые для условия скользящего преломления, причем область допустимых значений параметров  $\alpha$ ,  $\vartheta$  и  $\eta$  лежит выше кривой 2, а скользящее распространение и скользящее затухание преломленной волны разграничиваются кривой 1, задаваемой первым равенством (5a). Часть кривой 1, расположенная выше кривой 2, соответствует линии ветвления функции (1) и задает множество значений параметров падающей волны, в котором имеет место скользящее преломление.

Для прозрачных сред ( $x = x_1 = 0$ ) условия (2) имеют вид

$$\operatorname{sh} \vartheta \sin 2\alpha \cos \eta = 0, \quad (6)$$

$$n^2 (\operatorname{ch}^2 \vartheta \cos^2 \alpha - \operatorname{sh}^2 \vartheta \sin^2 \alpha \cos^2 \eta) \leq n^2 - n_1^2.$$

Исключая тривиальные случаи однородной волны ( $\vartheta = 0$ ) и нормального падения ( $\alpha = 0$ ), существуют только две возможности выполнения равенства (6):

1)  $\alpha = \pi/2$  — скользящее распространение падающей волны (рис. 3). При  $n_1^2 < n^2 (1 + d_1^2)$  ( $d_1 = \operatorname{sh} \vartheta \cos \eta$ ) реализуется скользящее распространение преломленной волны (всегда имеет место при  $n > n_1$ ), в противном случае — скользящее затухание (возможно только при  $n < n_1$ ). Коэффициенты отражения Френеля

$$R_s = \frac{ind_1 - V \sqrt{n_1^2 - n^2(1 + d_1^2)}}{ind_1 + V \sqrt{n_1^2 - n^2(1 + d_1^2)}}, \quad R_p = \frac{in^2 d_1 - n V \sqrt{n_1^2 - n^2(1 + d_1^2)}}{in^2 d_1 + n V \sqrt{n_1^2 - n^2(1 + d_1^2)}}$$

для скользящего распространения преломленной волны вещественны и меньше единицы, а для скользящего затухания — комплексны и равны по модулю единице,

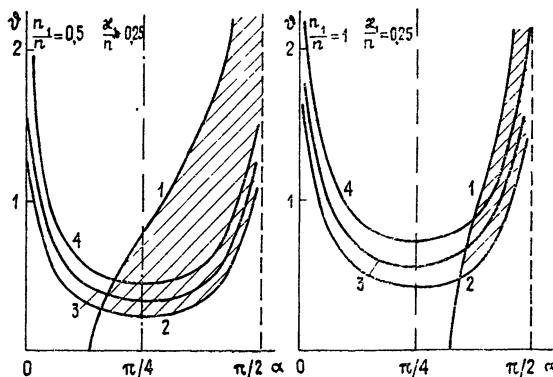


Рис. 2. Область скользящего распространения преломленной волны заштрихована. Кривые  $\eta = \pi(2)$ ;  $3\pi/4(3)$ ;  $2\pi/3(4)$ .

2)  $\eta = \pi/2$  — скользящее затухание падающей волны (рис 4). При  $n_1^2 < n^2(1 - d_2^2)$  ( $d_2 = \operatorname{ch} \vartheta \cos \alpha$ ) реализуется скользящее распространение преломленной волны (возможно только при  $n > n_1$ ), в противном случае — скользящее затухание (всегда имеет место при  $n < n_1$ ). Коэффициенты отражения Френеля

$$R_s = \frac{nd_2 - V \sqrt{n_1^2 - n^2(1 - d_2^2)}}{nd_2 + V \sqrt{n_1^2 - n^2(1 - d_2^2)}}, \quad R_p = \frac{n_1^2 d_2 - n V \sqrt{n_1^2 - n^2(1 - d_2^2)}}{n_1^2 d_2 + n V \sqrt{n_1^2 - n^2(1 - d_2^2)}}$$

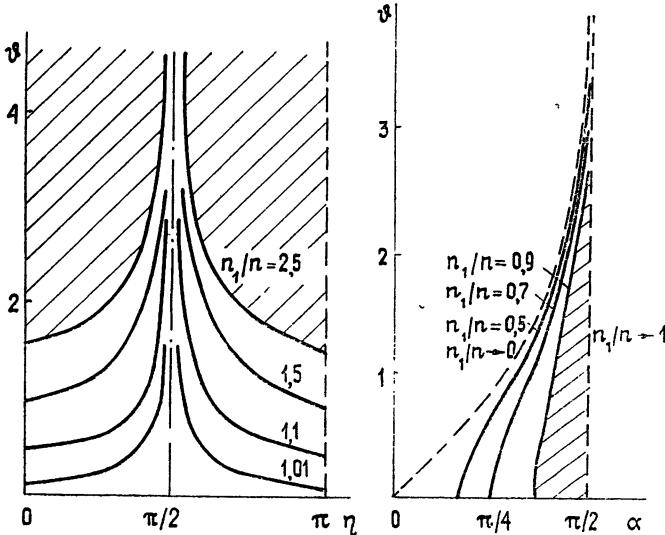


Рис. 3.

Рис. 3. Область скользящего распространения преломленной волны заштрихована для  $n_1/n = 2.5$ .

Рис. 4. Область скользящего распространения преломленной волны заштрихована для  $n_1/n = 0.9$ .

для скользящего распространения преломленной волны комплексны и по модулю равны единице, а для скользящего затухания — вещественны и меньше единицы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кириленко А. И., Хапалюк А. П. — Журн прикл спектр, 1977, 26, № 3, с 532.
2. Хапалюк А. П., Кириленко А. И. — Журн прикл. спектр, 1975, 23, № 11, с. 893.
3. Хапалюк А. П., Кириленко А. И. — Журн прикл спектр, 1976, 24, № 6, с 1044.

Научно-исследовательский институт  
прикладных физических проблем  
Белорусского университета

Поступила в редакцию  
28 апреля 1980 г

УДК 539.293

## КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РАДИОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА В ПОЛУПРОВОДНИКЕ СО СВЕРХРЕШЕТКОЙ

*Э. М. Эпштейн*

В недавней работе [1] рассмотрен радиоэлектрический, или светоэлектрический, эффект — увлечение носителей электромагнитной волной — в полупроводнике со сверхрешеткой (СР). Использованный там метод состоит в следующем: решаются классические уравнения движения носителей в поле электромагнитной волны и, с учетом нелинейной (синусоидальной) зависимости скорости носителей вдоль оси СР от импульса, вычисляется постоянная составляющая импульса в направлении распространения волны. Приравнивая эту составляющую нулю, определяют радиоэлектрическое поле. В силу непарabolичности энергетического спектра носителей в СР это поле оказывается нелинейным по амплитуде электрического поля волны.

Описанный подход неадекватен поставленной задаче, поскольку не учитывает влияния электромагнитной волны на функцию распределения носителей, что может привести к качественным ошибкам при изучении нелинейных высокочастотных эффектов [2]. Поэтому мы заново рассмотрим задачу о радиоэлектрическом эффекте в СР, используя не феноменологический, а кинетический подход. Результаты оказываются существенно отличными от приведенных в [1], в частности, предсказанный в [1] эффект изменения знака радиоэлектрического поля при достаточно большой амплитуде поля волны при более корректном расчете исчезает.

Как и в [1], будем считать, что волна распространяется поперек оси СР (вдоль оси  $z$ ), а ее электрическое поле направлено вдоль оси СР (ось  $x$ ). Распределение носителей в СР описывается кинетическим уравнением

$$\frac{\partial f(\mathbf{p}, t)}{\partial t} + \left\{ eE(t) + eE_1 + \frac{e}{c} [\mathbf{v}(\mathbf{p}) \mathbf{H}] \right\} \frac{\partial f(\mathbf{p}, t)}{\partial \mathbf{p}} = -\frac{f(\mathbf{p}, t) - f_0(\mathbf{p})}{\tau}, \quad (1)$$

где

$$\mathbf{E}(t) = \{E_0 \cos(\omega t - qz), 0, 0\}, \quad \mathbf{H}(t) = \{0, H_0 \cos(\omega t - qz), 0\},$$

$$\mathbf{E}_1 = \{0, 0, E_1\}, \quad \mathbf{v}(\mathbf{p}) = \{\Delta d \sin p_x d, p_y/m, p_z/m\},$$

$E_0, H_0$  — амплитуды электрического и магнитного полей электромагнитной волны,  $E_1$  — радиоэлектрическое постоянное поле (образец разомкнут в направлении  $z$ ),  $\omega$  и  $\mathbf{q}$  — частота и волновой вектор электромагнитной волны,  $\tau$  — время релаксации носителей,  $f_0(\mathbf{p})$  — равновесная функция распределения,  $d$  — период СР,  $\Delta$  — полуширина минизоны проводимости,  $m$  — поперечная (относительно оси СР) эффективная масса, используется система единиц, где  $\hbar = 1$ . Длина электромагнитной волны, как и в [1], предполагается большой по сравнению с длиной свободного пробега носителей, так что в уравнении (1) опущен член с пространственной производной функции распределения.

В нулевом приближении можно пренебречь в (1) магнитным полем волны и радиоэлектрическим полем. Соответствующее решение имеет вид

$$f^{(0)}(\mathbf{p}, t) = \int_{-\infty}^t \frac{dt_1}{\tau} \exp\left(-\frac{t-t_1}{\tau}\right) f_0(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0(t, t_1)), \quad (2)$$

где  $\mathbf{p}_0(t, t_1) = e \int_{t_1}^t \mathbf{E}(t') dt'$ .