

УДК 621.3.032.266

ОБ УЧЕТЕ СИЛ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА ПРИ ТРАЕКТОРНОМ АНАЛИЗЕ ПРОТЯЖЕННЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ

В. Н. Мануилов, Ш. Е. Цимринг

Описан траекторный анализ аксиально-симметричных электронных пучков с учетом сил пространственного заряда. Особенностью алгоритма является использование дополнительной крупной сетки пространственного заряда, что существенно упрощает вычисление поля удаленных дискретных зарядов и обеспечивает линейную зависимость времени счета от длины анализируемой области для достаточно протяженных пучков. Развитая методика применена при исследовании систем с квазиламинарными винтовыми электронными пучками (ВЭП)

Учет поля объемного заряда при исследовании электронных пучков с криволинейными электронными траекториями усложняется для протяженных пучков, длина которых велика в масштабе неоднородности траекторий. Для квазипериодических траекторий возмущения, связанные с действием поля объемного заряда, во многих случаях нарушают критерии применимости дрейфовой теории и становится необходимым использовать численный траекторный анализ. Последний предъявляет жесткие требования к экономичности вычислительных схем, затрудняя, например, использование метода сеток [1] при малом заполнении электронным пучком межэлектродного пространства. Методы интегральных уравнений [2] и вспомогательных источников [3] позволяют сократить объем требуемой оперативной памяти и время вычислений. Однако затраты машинного времени, являющиеся примерно квадратичной функцией длины пучка при анализе протяженных электронных пучков, все же чрезмерно велики.

В работе описан алгоритм, базирующийся на методе вспомогательных источников [3] и введении сетки потенциала и двух сеток пространственного заряда, одна из которых (крупная сетка пространственного заряда) существенно облегчает вычисление поля удаленных зарядов пучка.

Приведены результаты траекторного анализа квазиламинарных винтовых пучков МЦР, который позволил обнаружить эффекты пространственного заряда на значительном удалении от инжектора.

1. МЕТОДИКА ТРАЕКТОРНОГО АНАЛИЗА

1. Потенциал электростатического поля в произвольной точке r, z аксиально-симметричной системы можно представить в виде

$$U(r, z) = \frac{1}{2\pi^2 \epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{Q_i K(t_i)}{\sqrt{(r+r_i)^2 + (z-z_i)^2}} + \frac{1}{2\pi^2 \epsilon_0} \sum_{m=1}^M \frac{Q_m K(t_m)}{\sqrt{(r+r_m)^2 + (z-z_m)^2}}, \quad (1)$$

где $t_{i,m}^2 = 4r r_{i,m} / (r + r_{i,m})^2 + (z - z_{i,m})^2$, Q_i — вспомогательные кольцевые заряды, размещаемые согласно методу вспомогательных источников [3] в определенных точках r_i, z_i за электродами; Q_m — кольцевые заряды, вводимые по стандартной итерационной процедуре для дискретного описания поля пространственного заряда. Величины Q_i вычисляются по заданным (на соответствующей итерации) Q_m и крайним условиям I рода. Преимуществом указанного алгоритма является то, что в отличие от метода сеток потенциал вычисляется только в области пучка. Однако требуемое машинное время оказывается пропорциональным квадрату длины пучка. Поэтому без дальнейших упрощений алгоритм по-прежнему непригоден для анализа протяженных пучков, длина которых составляет несколько десятков циклотронных периодов. Основные трудности связаны с вычислением второй суммы в (1), описывающей поле пространственного заряда.

2. Введем три вспомогательные прямоугольные сетки, покрывающие только область пучка (рис. 1). Здесь темными кружками обозначены узлы сетки потенциала (сетка 1, шаги h_r, h_z), светлыми кружками — узлы мелкой сетки пространственного заряда (сетка 2) и крупными

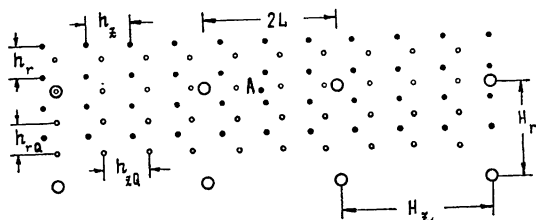


Рис. 1. К расчету поля пространственного заряда.

ми кружками — крупной сетки пространственного заряда (сетка 3). В узлы сетки 2 помещаются кольцевые заряды, равные суммарному заряду от всех трубок тока, заключенному внутри соответствующей ячейки мелкой сетки. Заряды Q_p сетки 3, равные сумме зарядов Q_m , расположенных в пределах данной ячейки, помещаются в «центры масс» соответствующих ячеек с радиусом-вектором

$$r_p = \sum r_m Q_m / \sum Q_m.$$

Потенциал дискретных кольцевых зарядов в узле A сетки 1 в соответствии с указанной схемой является суммой трех слагаемых:

$$\begin{aligned}
 U(r_A, z_A) = & \frac{1}{2\pi^2 \epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{Q_i K(t_i)}{\sqrt{(r_A + r_i)^2 + (z_A - z_i)^2}} + \\
 & + \frac{1}{2\pi^2 \epsilon_0} \sum_{m=1}^{M_L} \frac{Q_m K(t_m)}{\sqrt{(r_A + r_m)^2 + (z_A - z_m)^2}} + \\
 & + \frac{1}{2\pi^2 \epsilon_0} \sum_{p=1}^P \frac{Q_p K(t_p)}{\sqrt{(r_A + r_p)^2 + (z_A - z_p)^2}}.
 \end{aligned} \quad (2)$$

Первая сумма та же, что и в (1). Вторая сумма определяет потенциал зарядов Q_m в узлах сетки 1, лежащих внутри области $z = z_A \pm L$. Третья сумма равна потенциалу крупных зарядов, расположенных за пределами зоны $z = z_A \pm L$. При вычислении вспомогательных зарядов потенциал на электродах также представляется в виде (2) на каждой

итерации. Электрическое поле в точках траектории вычисляется по значениям потенциала в узлах сетки 1 с помощью 9-точечных конечно-разностных соотношений.

Правомерность принятой процедуры очевидна, так как, в принципе, нет необходимости детализировать поле дальних зарядов. Основной вопрос связан с правильным выбором параметров сеток. Отметим, что использование интерполяционных соотношений при расчете электрического поля способствует сглаживанию шумов дискретизации поля объемного заряда.

3. Выбор шагов сеток определяется теми эффектами, которые должны быть учтены при траекторном анализе. Рассмотрим в качестве примера выбор шага сеток для анализа ВЭП.

Как показали предыдущие исследования [4, 1], влияние поля объемного заряда на скоростной разброс определяется своеобразным резонансным механизмом, существующим в области регулярного пересечения электронных траекторий. При этом действие поля объемного заряда суммируется на длине, равной нескольким циклотронным периодам, что позволяет игнорировать парные взаимодействия близких зарядов. В результате шаг сетки 2 (и близкий к нему шаг сетки потенциалов) может приближаться по порядку величины к ларморовскому радиусу.

Для оценки верхней границы шага сетки 2 полезной является величина дебаевского радиуса R_D электронного пучка, введенная Солнцевым в [5]. В случае винтовых пучков можно использовать соотношение

$$R_D = \tilde{v}/\omega_p, \quad (3)$$

где $\tilde{v} = v_{\perp} \delta v_{\perp}$ — максимально допустимое возмущение осцилляторной скорости v_{\perp} , вносимое полем объемного заряда (δv_{\perp} — соответствующий относительный скоростной разброс), ω_p — плазменная частота.

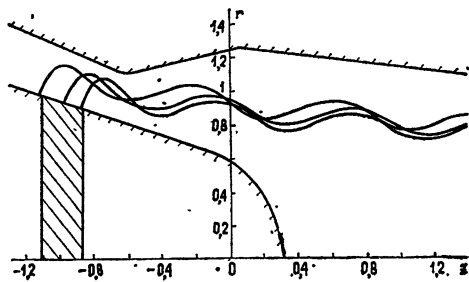


Рис. 2.

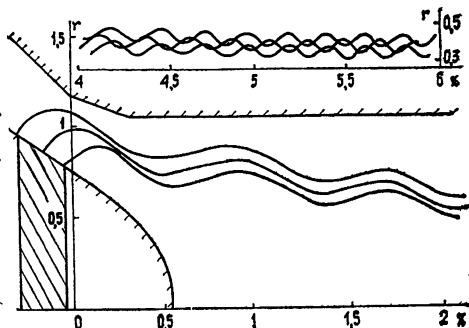


Рис. 3.

Рис. 2. Конфигурация электродов и электронные траектории в типичной пушке МЦП, $t_j = 0,1$.

Рис. 3 Пушка с ламинарным электронным пучком. Наверху показаны электронные траектории в переходной области ($t_j = 0,1$)

Нетрудно показать на основе адиабатической теории магнетронно-инжекторных пушек МЦП [4], что

$$R_D = 3R_L \delta v_{\perp} / 2\sqrt{t_h} \sqrt{t_j}. \quad (4)$$

Здесь t_j — отношение тока пучка к ленгмюровскому, $t_h = h/d$ (см. рис. 2), R_L — ларморовский радиус в окрестности инжектора. Если принять $\delta v_{\perp} = 0,2$, $t_j = 0,1$, $t_h = 0,2$, то $R_D = 1,4 R_L$. Из смысла R_D [5] следует, что для исключения шумов дискретизации шаг сеток 1 и 2 должен быть существенно меньше R_L .

Окончательные рекомендации по выбору параметров сеток 1 и 2 могут быть приняты по результатам траекторного анализа конкретных систем с различной величиной шага сеток.

В табл. 1 приведены параметры системы рис. 2 при $t_j = 0,1$, рассчитанные по схеме [6], т. е. без использования крупной сетки пространственного заряда. Здесь v_{\max} , v_{\min} — соответствующие безразмерные [1] осцилляторные скорости электронов, вылетающих из разных точек эмиттера и вычисленных в выходной плоскости области формирования.

Таблица 1

№	Параметры сеток, отнесенные к R_{\perp}	v_{\max}	v_{\min}	$v_{\text{ср}}$	δv_{\perp} , %	Время счета мин*
1	$h_r = h_{rQ} = 0,5$ $h_z = h_{zQ} = 0,8$	0,326	0,250	0,277	27	10
2	$h_r = h_{rQ} = 0,42$ $h_z = h_{zQ} = 0,66$	0,328	0,248	0,276	29	23
3	$h_r = 0,5, h_z = 0,8$ $h_{rQ} = 0,3, h_{zQ} = 0,5$	0,332	0,247	0,277	31	27
4	$h_r = h_{rQ} = 0,3$ $h_z = h_{zQ} = 0,5$	0,334	0,248	0,277	31	62
5	$h_r = 0,42, h_z = 0,66$ $h_{rQ} = 0,3, h_{zQ} = 0,5$	0,336	0,247	0,276	32	35

* Использовалась ЭВМ БЭСМ-6.

Согласно табличным данным и рис. 2 шаг сеток 1 и 2 можно выбрать из расчета 5—8 шагов на высоту подъема h электронных траекторий над катодом (рис. 2). Система рис. 2 рассчитывалась также методом сеток [1] и методом вспомогательных источников, не использующим крупную сетку пространственного заряда [6]. Сравнение результатов указанных работ с данными табл. 1 дает расхождение в δv_{\perp} не более 1—2%.

Другим существенным параметром является полуширина L области подробного учета пространственного заряда. Примерное равенство параметров сетки потенциалов и мелкой сетки пространственного заряда (ср. табл. 1) порождает квадратичную зависимость суммарного времени вычисления вторых членов в (2) от L при заполнении сетки потенциалов. Поэтому линейная зависимость полного времени счета от длины l анализируемой области имеет место при $l/L \gg 1$. С уменьшением l следует стремиться к соответствующему сокращению L , что, однако, может приводить к возрастанию погрешности вычислений.

Согласно данным табл. 2 даже при использовании одномерной сетки крупных зарядов с шагом, равным периоду L_{\perp} винтовой траектории, вычисленная величина скоростного разброса и средние поперечные скорости электронов мало чувствительны к величине L уже при $L \gtrsim L_{\perp}$.

Таблица 2

№	L/L_{\perp}	v_{\max}	v_{\min}	$v_{\text{ср}}$	δv_{\perp} , %	Время, мин
1	0,8	0,335	0,246	0,275	32	8
2	0,4	0,334	0,248	0,277	31	7
3	0,2	0,335	0,253	0,278	30	6

Параметры сеток 1 и 2 были такими же, как для варианта 5 табл. 1. Таким образом, время траекторного анализа протяженных пучков ($l \gg L_{\perp}$) при использовании предложенного алгоритма является линейной функцией длины системы. Как следует из сравнения соответствующих величин в табл. 1 и 2, введение крупной сетки пространственного заряда способствует снижению времени счета в 3—4 раза без ухудшения точности. С увеличением длины анализируемой области экономия машинного времени возрастает примерно пропорционально l .

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ТРАЕКТОРНОГО АНАЛИЗА КВАЗИЛАМИНАРНЫХ ПУЧКОВ

1. Один из основных факторов, приводящих к возрастанию скоростного разброса в ВЭП под влиянием поля объемного заряда, связан [1, 4] с наличием регулярных пересечений электронных траекторий в пучке. Устранить указанный эффект можно путем формирования перемешанных пучков или, наоборот, пучков с непересекающимися траекториями. Траекторный анализ ряда систем с подобными пучками (соответственно [7] и [6—8]) показал, что устранение регулярных пересечений траекторий действительно способствует радикальному ослаблению зависимости скоростного разброса от тока пучка.

Необходимо отметить, что методика траекторного анализа, использованная в цитированных работах, позволяла исследовать пучки на временных интервалах, не превышающих 6—8 циклотронных периодов. Это не препятствует получению достоверных результатов для перемешанных пучков, сохраняющих нерегулярность на всей остающейся длине. Однако ламинарные пучки в результате эффектов обгона, связанных с наличием начального скоростного разброса δv_{\perp} , могут на достаточно большой длине трансформироваться в пересекающиеся. Элементарные оценки показывают, что число оборотов, требующееся для указанной трансформации,

$$N \sim 1/2\bar{g}^2 \delta v_{\perp},$$

где \bar{g} — усредненное отношение осцилляторной скорости электронов к их скорости дрейфа вдоль магнитного поля. Полагая $\bar{g} = 1$, $\delta v_{\perp} = 5\%$, получим $N \sim 10$. Пересечение траекторий на начальной стадии имеет регулярный характер, что неизбежно способствует возникновению скоростного разброса.

2. На рис. 3 представлена система формирования с ламинарным пучком. Согласно данным траекторного анализа, проведенного в области пушки (плоскость окончания счета $z = 3$), разброс δv_{\perp} практически не зависит от величины тока и составляет 7% в холодной системе и 6% при $t_j = 0,1$. Последующий расчет электронных траекторий до

рабочего пространства ($z = 7$) показал, однако, что пучок в переходной области трансформируется в пучок с регулярными пересечениями электронных траекторий при $4 < z < 6$ (рис. 3). Соответственно разброс на этом участке увеличивается с 7 до 11% (рис. 4). При $z > 6$ электронные траектории оказываются перемешанными и величина δv_{\perp} не увеличивается.

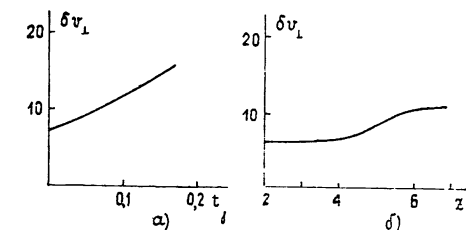


Рис. 4. Зависимость разброса по осцилляторным скоростям от тока (а) и продольной координаты (б).

При наличии регулярных пересечений траекторий осцилляторная скорость электронов, оказывающихся на левом краю пучка, увеличивается, а на правом — уменьшается [1] по сравнению с величинами, удовлетворяющими условию сохранения поперечного адиабати-

ческого инварианта. Согласно рис. 3 при $4 < z < 6$ слева оказываются электроны, вылетевшие из центра эмиттера, справа — с краев. В табл. 3 приведены относительные величины осцилляторной скорости электронов в 1-й, 7-й, 12-й трубках тока* после прохождения области регулярных пересечений при $t_j = 0$ и 0,1.

Как следует из табл. 3, в холодной системе увеличение всех осцилляторных скоростей одинаково, что соответствует условию сохранения

Таблица 3

n			
t_j	1	7	12
0	1,185	1,184	1,188
0,1	1,159	1,209	1,163

поперечного адиабатического инварианта. В режиме с пространственным зарядом центральные электроны увеличиваются быстрее, а крайних — медленнее. Приведенные данные указывают на то, что увеличение разброса в квазиламинарном пучке связано с резонансным механизмом, который нарушает адиабатичность электрического поля. Следует отметить, что увеличение разброса в квазиламинарных пучках заметно меньше, чем в традиционных системах формирования, где регулярное пересечение электронных траекторий начинается непосредственно у инжектора [1]. Ослабление возмущающего действия объемного заряда в квазиламинарных пучках, по-видимому, вызвано большим разбросом ведущих центров и меньшей величиной погонной плотности объемного заряда.

Определенное значение имеет также запас устойчивости ламинарного движения, определяемый величиной угла наклона φ магнитного поля к поверхности катода. На рис. 5 показана система формирования,

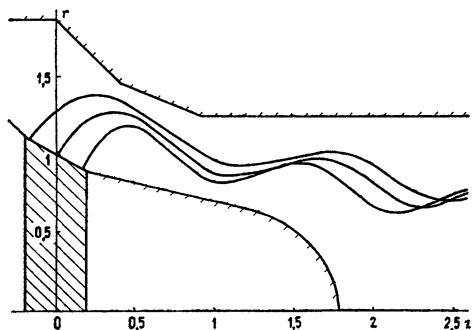


Рис. 5. Форма электродов и электронные траектории в синтезированной пучке МЦР, $t_j = 0,3$.

рассчитанная методом синтеза [9] с углом $\varphi \approx \varphi_k$, где φ_k — минимальный угол наклона, при котором сохраняется ламинарность. Как видно, область регулярного пересечения начинается уже в конце второго витка. Кроме того, заметно снижен по сравнению с системой рис. 3 разброс ведущих центров. В результате возрастает длина пути, на котором электрон испытывает возмущающее действие «резонансной» силы пространственного заряда. Как показывает траекторный анализ, разброс осцилляторных скоростей линейно возрастает с 8% при $t_j = 0$ до 33% при $t_j = 0,3$, т. е. приближается к величине δv_{\perp} для традиционных систем формирования с пересекающимися траекториями [1].

Поэтому для реализации возможности снижения скоростного разброса, которое дает использование ламинарных пучков, следует выбирать $\varphi \sim (1,2-1,3) \varphi_k$.

* Расчет проводился при использовании 12 трубок тока.

Результаты работы свидетельствуют об эффективности предложенной методики для анализа протяженных интенсивных электронных пучков. В частности, применение метода к системам формирования винтовых электронных пучков МЦР позволяет проводить траекторный анализ практически для полной области формирования, что затруднено при использовании других известных методов решения. Траекторный анализ МИП с квазиламинарными электронными пучками позволил обнаружить эффекты пространственного заряда в удаленной от инжектора области пучка. Учет указанных эффектов существен при создании высокопереванских систем формирования ВЭП.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мануилов В. Н., Цимринг Ш. Е. — Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ, 1977, вып. 4, с. 67.
2. Молоковский С. И., Сушков А. Д. Интенсивные электронные и ионные пучки. — М.: Энергия, 1972
3. Вашковский А. В., Овчаров В. Т. — Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ, 1971, вып. 9, с. 34.
4. Гольденберг А. Л., Петелин М. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1973, 16, № 1, с. 41.
5. Солнцев В. А. Лекции по электронике СВЧ. Кн. 1 — Саратов, Гос. ун-т, 1978
6. Лыгин В. К., Цимринг Ш. Е. — Изв. вузов — Радиофизика, 1978, 21, № 9, с. 1363
7. Лыгин В. К., Мануилов В. Н., Цимринг Ш. Е. Тезисы докладов на VI Всесоюзном семинаре по методам расчета ЭОС. — Рязань, РРТИ, 1978.
8. Лыгин В. К. — Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ, 1980, вып. 1, с. 62.
9. Цимринг Ш. Е. — Изв. вузов — Радиофизика, 1977, 20, № 10, с. 1550.

Горьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
27 февраля 1980 г

ON ACCOUNT OF FORCES OF A SPACE CHARGE IN TRAJECTORY ANALYSIS OF EXTENDED ELECTRON BEAMS

V. N. Manuilov, Sh. E. Tsimring

A trajectory analysis of axially-symmetric electron beams is described taking into account forces of a space charge. A peculiarity of the algorithm is the use of an additional large grid of a space charge that simplifies essentially calculation of the field of remote discrete charges and provides the linear dependence of the counting time on the length of the region analysed for sufficiently extended beams. The method developed is applied in investigation of systems with quasi-laminar screw electron beams (SEB).