

УДК 621.385 693

## К ТЕОРИИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ МЦР-УСИЛИТЕЛЕЙ\*

*Н. С. Гинзбург, И. Г. Зарницына, Г. С. Нусинович*

Для того, чтобы в условиях циклотронного резонанса релятивистский электрон мог отдать электромагнитной волне всю кинетическую энергию, отличие фазовой скорости волны от скорости света и отношение начальной поперечной скорости электрона к продольной должны быть малы. С учетом этих условий получены и проанализированы уравнения, описывающие релятивистский мазер на циклотронном резонансе (МЦР) с попутной волной при произвольных энергии частиц и фазовой скорости волны. Построена линейная теория и исследованы нелинейные характеристики релятивистских МЦР-усилителей попутной волны типа «ЛБВ» и «твистрон». КПД ультрарелятивистского МЦР с попутной волной в режиме большого преобразования частоты может превышать 30%.

Как известно, обладающий большой начальной энергией ультрарелятивистский электрон может существенно изменить свою энергию в условиях циклотронного резонанса

$$|\omega - \omega_H - k_{\parallel} v_{\parallel}| \ll \omega_H \quad (1)$$

лишь при взаимодействии с электромагнитной волной, распространяющейся в направлении статического магнитного поля с фазовой скоростью  $v_{\phi}$ , близкой к скорости света  $c$  ( $k_{\parallel} = \omega/v_{\phi}$ ). В этом случае при изменении энергии  $\mathcal{E}$  циклотронная частота  $\omega_H(\mathcal{E})$  и продольная скорость частицы  $v_{\parallel}(\mathcal{E})$  изменяются таким образом, что поддерживается условие циклотронного резонанса (1) [1] (при  $v_{\phi} = c$  электрон ведет себя как гармонический осциллятор [2]).

Когерентное циклотронное излучение потока существенно релятивистских электронов может быть эффективным [3] при слабом отличии фазовой скорости волны от  $c$ ,  $|v_{\phi} - c| \ll c$  — именно эта отстройка является в релятивистском мазере на циклотронном резонансе (РМЦР) параметром неизохронности (ангармоничности). В [3, 4] исследованы электронные генераторы — релятивистские мазеры на циклотронном резонансе с попутной [3] и встречной [4] волнами. Не меньший интерес представляют и релятивистские МЦР-усилители, рассмотрению которых посвящена настоящая работа.

**Взаимодействие электрона с волной.** Прежде чем перейти к изучению взаимодействия ансамбля осциллирующих электронов с высокочастотным полем, проанализируем поведение одного релятивистского электрона. Рассмотрим электрон, вращающийся в статическом магнитном поле  $H_0$  и взаимодействующий с плоской циркулярно поляризованной ТЕМ-волной, распространяющейся в среде с показателем преломления  $n = k_{\parallel} c/\omega$  в направлении  $H_0$ . В случае волны постоянной амплитуды изменение энергии  $\mathcal{E}$  и продольного импульса  $P_{\parallel}$  частицы происходит в соответствии с интегралом движения [1]:

$$cp_{\parallel} - n\mathcal{E} = cp_{\parallel 0} - n\mathcal{E}_{\text{вх}} = \text{const.} \quad (2)$$

\* Основные результаты работы доложены на VII Всесоюзном семинаре «Коллективные явления в потоках заряженных частиц» (Ленинград, 1979).

Этого интеграла в совокупности с выражением, связывающим энергию и полный импульс частицы

$$\mathcal{E}^2 = m_0^2 c^4 + c^2 p^2, \quad (3)$$

достаточно для того, чтобы установить, при какой величине компонент начальной скорости  $\beta = pc/\mathcal{E}$  электрона может в условиях нормального эффекта Доплера ( $n\beta_{\parallel} < 1$ ) передать попутной волне всю кинетическую энергию\*:

$$\beta_{\parallel 0} = n(1 - \gamma_0^{-1}),$$

$$\beta_{\perp 0}^2 = 2n^2 \gamma_0^{-1} (1 - \gamma_0^{-1}) + (1 - n^2)(1 - \gamma_0^{-2}). \quad (4)$$

Здесь  $\gamma_0 = m_{\text{вх}}/m_0$  — отношение массы электрона на входе в систему к массе покоя. Из (4), в частности, следует, что оптимальная величина пичч-фактора  $g$  ультрарелятивистского ( $\gamma_0 \gg 1$ ) электрона убывает с ростом энергии:

$$g_{\text{ур, opt}} = (\beta_{\perp 0}/\beta_{\parallel 0})_{\text{opt}} = \sqrt{2\gamma_0^{-1} + 1 - n^2}. \quad (4a)$$

Ограничение на отстройку фазовой скорости волны от скорости света (отличие  $n$  от единицы) следует из требования, чтобы при изменении энергии электрона  $\mathcal{E}$  изменение разностной фазы  $\Phi = \int (\omega - \omega_H - k_{\parallel} v_{\parallel}) dt$  не превышало  $2\pi$ . Расстройку  $\omega - k_{\parallel} v_{\parallel} - \omega_H$  можно представить в виде  $(\omega/\gamma)[1 - n\beta_{\parallel 0} - (\omega_{H, \text{вх}}/\omega)^2 + (\gamma - 1)(1 - n^2)]$ , где первое слагаемое определяет кинематическую расстройку на входе в систему, а второе — характеризует динамический рассинхронизм, возникающий при изменении энергии частицы ( $\gamma = m/m_{\text{вх}}$ ), т. е. неизохронность электрона. Учитывая соотношения  $\omega/\omega_{H, \text{вх}} = (1 - n\beta_{\parallel 0})^{-1}$ ,  $\omega_{H, \text{вх}} T = 2\pi N$  ( $N$  — число оборотов электрона за время взаимодействия с высокочастотным полем  $T$ ), приходим к тому, что отбор всей кинетической энергии у релятивистского электрона возможен, когда отстройка показателя преломления от единицы удовлетворяет условию [6]

$$|(1 - n^2)/(1 - n\beta_{\parallel 0})| \leq 1/[N(1 - \gamma_0^{-1})]. \quad (5)$$

При  $N \gg 1$  выражение (5) позволяет свести (4a) к  $g_{\text{ур, opt}} \approx \sqrt{2\gamma_0^{-1}}$ .

Условию отбора всей кинетической энергии у электрона (4) за время  $T \gg 2\pi/\omega$  соответствует относительно небольшой «частотный выигрыш» — отношение частоты излучения к гирочастоте:

$$\Gamma \equiv \omega/\omega_{H0} = 1/(1 - n\beta_{\parallel 0}) \sim \gamma_0. \quad (6)$$

Для освоения диапазона субмиллиметровых и инфракрасных волн значительный интерес представляют режимы, в которых частота излучения во много раз превышает гирочастоту (см., например, [7]). Увеличение частотного выигрыша  $\Gamma$  возможно за счет уменьшения пичч-фактора  $g$  электронного пучка (увеличения поступательной скорости электрона  $\beta_{\parallel 0}$  по сравнению с (4)); при этом нужна также малая неизохронность  $|1 - n^2| \ll \gamma_0^{-2}$  [6]. При торможении электрона с  $g < g_{\text{opt}}$  (см. (4), (4a)) раньше обратится в нуль поперечный импульс частицы. Соответственно при  $\Gamma \sim \gamma_0^2$  (ср. (6)) допустимое изменение энергии одной ультрарелятивистской частицы определяется выражением

$$1 - m_{\text{вых}}/m_{\text{вх}} \approx 1 - \Gamma/2 \gamma_0^2,$$

а вращательная скорость электрона на входе в систему — как

\* Аналогичные соотношения для случая  $n = 1$  получены в [5]

$$\beta_{\perp 0}^2 \approx 2/\Gamma - 2/\gamma_0^2.$$

Следовательно, максимальный частотный выигрыш  $\Gamma \approx 2\gamma_0^2$  соответствует низким «КПД», однако при  $\Gamma \lesssim \gamma_0^2$  электрон с  $\beta_{\perp 0} \sim \gamma_0^{-1}$  (ср. с (4), где  $\beta_{\perp 0} \sim \gamma_0^{-1/2}$ ), еще может отдать волне значительную часть кинетической энергии.

**Уравнения РМЦР.** Перейдем к рассмотрению синхронного взаимодействия потока релятивистских электронов, находящихся в статическом магнитном поле  $H_0$ , с циркулярно поляризованной волной переменной амплитуды, вектор-потенциал которой может быть представлен в виде

$$A_+ = A_x + iA_y = A(z) \exp[i(k_{\parallel} z - \omega t)],$$

где  $A(z)$  — медленно меняющаяся амплитуда волны. Электрическое и магнитное поля волны выражаются через вектор-потенциал посредством соотношений

$$E_+ = E_x + iE_y = i(\omega/c)A \exp[i(k_{\parallel} z - \omega t)], \quad (7)$$

$$H_+ = H_x + iH_y = (-k_{\perp} A + i(dA/dz)) \exp[i(k_{\parallel} z - \omega t)].$$

Уравнения движения электронов в поле (7) удобно представить в виде

$$\frac{dp_+}{dz} - i \frac{eH_0}{cp_{\parallel}} p_+ = - \frac{e}{v_{\parallel}} \left\{ E_+ + i \frac{v_{\parallel}}{c} H_+ \right\}, \quad (8)$$

$$\frac{dp_{\parallel}}{dz} = \frac{e}{c} \operatorname{Im} \left\{ \frac{p_+}{p_{\parallel}} H_+^* \right\}, \quad \frac{d\mathcal{E}}{dz} = - e \operatorname{Re} \left\{ \frac{p_+}{p_{\parallel}} E_+^* \right\},$$

где  $p_+ = p_x + ip_y$ . Если амплитуда волны является плавной функцией продольной координаты  $z$ , продольный импульс можно записать как  $p_{\parallel} = \hat{p}_{\parallel} + q$ , где слагаемое  $\hat{p}_{\parallel}$  определяется, как и в случае волны с постоянной амплитудой, интегралом (2), т. е.  $\hat{p}_{\parallel} = p_{\parallel 0} + (n/c)(\mathcal{E} - \mathcal{E}_{\text{вх}})$ , а малый добавок  $q$  связан с продольной неоднородностью поля волны уравнением, следующим из второго уравнения системы (8):

$$\frac{dq}{dz} = - \frac{e}{c} \operatorname{Im} \left\{ i \frac{p_+}{p_{\parallel}} \frac{dA^*}{dz} \exp[-i(k_{\parallel} z - \omega t)] \right\}. \quad (9)$$

Вектор-потенциал волны в соответствии с волновым уравнением

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \dot{A}_+ = - \frac{4\pi}{c} j_+ \quad (10)$$

определяется плотностью индуцируемого волной высокочастотного тока  $j_+ = -env_+$ . Представляя поперечный импульс как  $p_+ = \rho \exp(i \int \omega_H dt)$  и учитывая условие синхронизма и закон сохранения заряда, придем от (10) к уравнению возбуждения для комплексной амплитуды волны

$$\frac{dA}{dz} = i \frac{j_0}{n\omega} \int_0^{2\pi} \frac{\rho_{\pm}}{p_{\parallel}} e^{-i\Phi} d\Phi_0 \quad (11)$$

( $\Phi_0$  — фаза на входе в пространство взаимодействия).

Зависимость поперечного импульса частицы ( $p' = p/m_{\text{вх}} c$ ) от ее энергии, пренебрегая членами порядка  $q$  в  $p_{\parallel}$  и учитывая выражения (2), (3), можно записать как

$$p_{\perp}^{\prime 2} = \beta_{\perp 0}^2 + 2(1 - n\beta_{\parallel 0})(\gamma - 1) - (1_{\perp}^2 - n^2)(\gamma - 1)^2. \quad (12)$$

В силу сформулированного выше ограничения на отстройку фазовой скорости волны от скорости света (условие (5)) последний член в выражении (12) в условиях синхронизма  $N \gg 1$  мал по сравнению с предыдущим. Это обстоятельство позволяет, введя безразмерные переменные и параметры  $u = \{1 - 2[(1 - n\beta_{\parallel 0})/\beta_{\perp 0}^2](1 - \gamma)\}^{1/2} e^{i\Phi}$ ,  $w = n\beta_{\perp 0}^2/2\beta_{\parallel 0}(1 - n\beta_{\parallel 0})$ ,  $\zeta = \sqrt{I}(kz/\beta_{\parallel 0})$ ,  $I = (\omega_p^2/\omega^2)(\beta_{\parallel 0}/2n)(1 - n\beta_{\parallel 0})$

( $\omega_p^2 = 4\pi e^2 N_{\text{эл}}/m_0 \gamma_0$ ,  $N_{\text{эл}}$  — концентрация электронов),  $\delta = (1/\sqrt{I}) \times (1 - n\beta_{\parallel 0} - \omega_{H, \text{вх}}/\omega)$ ,  $\mu = \beta_{\perp 0}^2(1 - n^2)/2\sqrt{I}(1 - n\beta_{\parallel 0})$ ,  $s = nq/2m_0 \times \gamma_0 c \omega \sqrt{I}$ ,  $C = [-i(1 - n\beta_{\parallel 0})/2\beta_{\perp 0} \sqrt{I}](eA^*/m_0 c^2 \gamma_0)$ , записать самосогласованную систему уравнений РМЦР в виде

$$\begin{aligned} du/d\zeta &= [1 - w(1 - |u|^2)]^{-1} \{C - iu[\delta - 2ws - \mu(1 - |u|^2)]\}, \\ ds/d\zeta &= [1 - w(1 - |u|^2)]^{-1} \text{Im}(u(dC/d\zeta)), \\ dC/d\zeta &= -1/2\pi \int_0^{2\pi} u[1 - w(1 - |u|^2)]^{-1} d\Phi_0. \end{aligned} \quad (13)$$

Система уравнений (13) содержит всего четыре параметра: параметр неизохронности  $\mu$ , расстройку  $\delta$ , параметр  $w$  и приведенную длину системы  $\zeta_k$ . Параметр  $w$ , как видно из уравнений (13), характеризует, насколько сильно меняется продольная скорость частицы при изменении ее энергии и каким образом влияет продольная неоднородность высокочастотного поля на изменение разности фаз между волной и частицей (член  $2ws$  в уравнении для  $u$ ) — последний эффект можно интерпретировать [4] как изменение показателя преломления среды под действием высокочастотного тока. При  $w = 0$  уравнения (13) сводятся к уравнениям слаборелятивистской МЦР-ЛБВ [8], которые при  $\mu \gg 1$ , в свою очередь, редуцируются к уравнениям обычной ЛБВ [9]. Для ультрарелятивистской частицы с оптимальным пич-фактором (4) параметр  $w$  близок к единице.

Электронный КПД  $\eta = (\mathcal{E}_{\text{вх}} - \tilde{\mathcal{E}})(\mathcal{E}_{\text{вх}} - m_0 c^2)^{-1}$  в обозначениях системы (13) можно записать в виде

$$\eta = [\beta_{\perp 0}^2/2(1 - n\beta_{\parallel 0})(1 - \gamma_0^{-1})] \hat{\eta}, \quad (14)$$

где приведенный КПД

$$\hat{\eta} = 1 - (1/2\pi) \int_0^{2\pi} |u(\zeta_k)|^2 d\Phi_0 \quad (15)$$

определяется с помощью системы уравнений (13), а множитель  $\beta_{\perp 0}^2 [2(1 - n\beta_{\parallel 0})(1 - \gamma_0^{-1})]^{-1}$  характеризует долю кинетической энергии, которая может быть отобрана у одного электрона (при  $N \gg 1$  условиям (4) соответствует  $\beta_{\perp 0}^2 [2(1 - n\beta_{\parallel 0})(1 - \gamma_0^{-1})]^{-1} = 1$ ). Заметим, что при одновременной замене переменных  $\mu \rightarrow -\mu$ ,  $\delta \rightarrow -\delta$ ,  $s \rightarrow -s$ ,  $u \rightarrow u^*$ ,  $C \rightarrow C^*$  вид уравнений (13) не меняется, т. е. данные уравнения описывают также РМЦР с замедленной волной ( $n > 1$ ,  $\mu < 0$ ), причем система уравнений (13) справедлива для РЦМР-ЛБВ с произвольной фазовой скоростью волны и при произвольных энергиях частиц.

Граничные условия для системы уравнений (13) могут быть различными: в приборе типа ЛБВ (на вход подаются волна и стационарный пучок)

$$|u|_{\zeta=0} = 1, \quad \Phi|_{\zeta=0} = \Phi_0 \in [0; 2\pi), \quad s|_{\zeta=0} = 0, \quad C|_{\zeta=0} = C_0, \quad (16)$$

для системы типа «твистрон» (на вход подается модулированный по фазе влета пучок) —

$$|u|_{\zeta=0} = 1, \quad \Phi|_{\zeta=0} = \Phi_0 + X \sin \Phi_0, \quad s|_{\zeta=0} = 0, \quad C|_{\zeta=0} = 0. \quad (17)$$

**Линейная теория.** В рамках теории малого сигнала (линейное приближение по  $C \sim e^{iX\zeta}$ ): из системы уравнений (13) следует дисперсионное уравнение для добавки к постоянной распространения волны  $\kappa$ :

$$(\kappa - \delta)(\kappa^2 + 2\omega) - \kappa + \mu = 0. \quad (18)$$

При большой величине параметра неизохронности  $\mu$  ( $\mu \gg 1$ ), как показано в [4], уравнение (18) сводится к дисперсионному уравнению ЛБВ типа  $O$ . Слагаемое  $2\omega$  в (18) соответствует члену, учитывающему пространственный заряд в обычной ЛБВ (ср. [8]). Линейный по  $\kappa$  член описывает эффекты, обусловленные группировкой типа  $M$ .

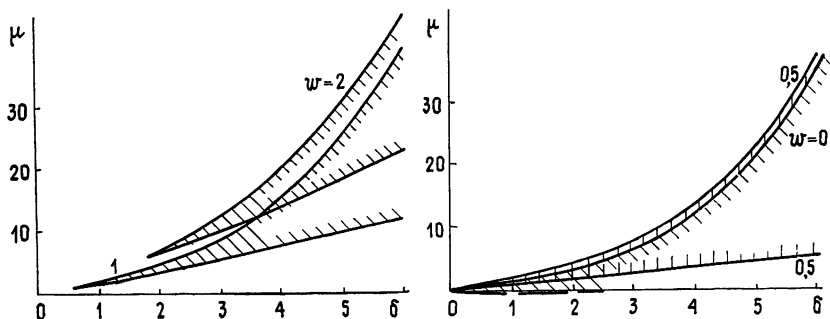


Рис. 1.

Граница области устойчивости парциальных волн на плоскости параметров  $\delta, \mu$  при различных значениях  $\omega$  показана на рис. 1 (случай  $\omega = 0$ , соответствующий слабoreлятивистской МЦР-ЛБВ, исследован в [8]; области устойчивости на рис. 1 заштрихованы).

**Интегралы уравнений РМЦР.** Первый интеграл системы уравнений (13), определяющий закон сохранения энергии в системе «пучок — волна», получается (ср. [4]), если первое уравнение (13) домножить на  $u^*$ , сложить с комплексно-сопряженным уравнением, усреднить результат по начальной фазе  $\Phi_0$  и учесть уравнение возбуждения

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |u(\zeta)|^2 d\Phi_0 + |C(\zeta)|^2 = \text{const}. \quad (19)$$

Уравнение (19) с учетом граничных условий (16), (17) определяет связь приведенного КПД  $\hat{\eta}$  (15) интенсивностью волны в РМЦР-ЛБВ: в РМЦР-твистроне —

$$\hat{\eta} = |C(\zeta)|^2 - |C_0|^2, \quad (19a)$$

$$\hat{\eta} = |C(\zeta)|^2. \quad (19b)$$

Интегралы уравнений, описывающих слабoreлятивистскую МЦР-ЛБВ, получены в [8]. Следуя описанной в [8] методике, нетрудно получить аналогичные интегралы для релятивистской МЦР-ЛБВ. Предста-

вим энергетическую переменную  $u$  и комплексную амплитуду волны  $C$  в виде  $u = \sqrt{v} e^{i\Phi}$ ,  $C = \sqrt{W} e^{i\chi}$ . Если следующие из уравнений для  $du/d\zeta$ ,  $dC/d\zeta$  уравнения для  $dv/d\zeta$ ,  $d\Phi/d\zeta$ ,  $dW/d\zeta$ ,  $d\chi/d\zeta$  домножить соответственно на  $d\Phi/d\zeta$ ,  $dv/d\zeta$ ,  $d\chi/d\zeta$ ,  $dW/d\zeta$ , из первого вычесть второе, а из третьего четвертое и полученные разности сложить, то в результате придем к интегралу

$$2\text{Im} \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{V \bar{W} \sqrt{v} e^{i(\Phi-\chi)}}{1 - w(1-v)} d\Phi_0 \right\} \Big|_{\zeta=0}^{\zeta} =$$

$$= \int_1^v \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{-\delta + 2ws + \mu(1-v)}{1 - w(1-v)} d\Phi_0 \right\} dv, \quad (20)$$

в котором при граничных условиях РМЦР-ЛБВ (16)

$$2\text{Im} \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{V \bar{W} \sqrt{v} e^{i(\Phi-\chi)}}{1 - w(1-v)} d\Phi_0 \right\} \Big|_{\zeta=0} = 0.$$

Интеграл (20) позволяет [8] найти фазу поля, если известна функция  $v(\zeta, \Phi_0)$ .

Третий интеграл системы (13) получается, если уравнения для  $dv/d\zeta$ ,  $d\Phi/d\zeta$  домножить соответственно на  $\partial\Phi/\partial\Phi_0$  и  $\partial v/\partial\Phi_0$ , затем вычесть из первого второе и результат усреднить по  $\Phi_0$ . В итоге, учитывая условия периодичности переменных  $v$  и  $\Phi$  по  $\Phi_0$  в РМЦР-ЛБВ, приходим к соотношению [8]

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{dv}{d\zeta} \frac{\partial\Phi}{\partial\Phi_0} d\Phi_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\Phi}{d\zeta} \frac{\partial v}{\partial\Phi_0} d\Phi_0,$$

которое при граничных условиях (16) сводится к интегралу

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial\Phi}{\partial\Phi_0} v d\Phi_0 = 1,$$

аналогичному известному в теории ЛБВ [9], где он используется при анализе шумовых свойств прибора.

Заметим также, что, домножая уравнения для  $du/d\zeta$  и  $du^*/d\zeta$  соответственно на  $C^*$  и  $C$  и комбинируя их с вытекающими из уравнения для  $ds/d\zeta$  соотношениями для  $\text{Im}(udC^*/d\zeta)$  и  $\text{Im}(u^*dC/d\zeta)$ , приходим к уравнению

$$s[1 - w(1 - |u|^2)] + \text{Im}(u^*C) - (\delta/2)|u|^2 - (\mu/4)(1 - |u|^2)^2 = \text{const},$$

эквивалентному уравнению для  $ds/d\zeta$  в рамках системы (13)\*.

**Нелинейные характеристики РМЦР-ЛБВ.** Зависимость амплитуды волны и КПД (при малой входной амплитуде  $C_0$  величина КПД от  $C_0$  не зависит) от приведенной продольной координаты  $\zeta$  в РМЦР-ЛБВ подобна аналогичным зависимостям в обычной ЛБВ (слаборелятивистская МЦР-ЛБВ численно исследована в [11, 12]): в процессе формирования электронного сгустка в тормозящей фазе поля нарастает амплитуда волны. Затем сгусток колеблется в потенциальной яме, образованной волновым рельефом, — эти осцилляции сопровождаются колебаниями амплитуды волны и электронного КПД. В качестве примера на рис 2 приведена зависимость приведенного КПД от  $\zeta$  при фиксирован-

\* Аналогичное соотношение при  $s = 0$  получено в [10] для системы волна — поток электронов с одинаковыми начальными фазами

ных значениях  $\omega = 0; 0,5; \delta = 1,5; 2,5$  и  $\mu = 5$  ( $C_0 = 0,025$ ). Значения  $\zeta$  порядка единицы при малой концентрации частиц  $\omega_p \ll \omega$  соответствуют большому числу оборотов  $N \gg 1$ .

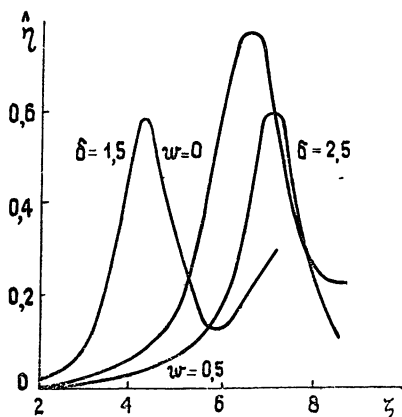


Рис. 2.

На рис. 3 показаны линии равных значений максимизированного по длине системы  $\zeta_k$  приведенного КПД на плоскости параметров  $\delta$ ,  $\mu$  при а)  $\omega = 0$ , б)  $\omega = 0,5$ , в)  $\omega = 1$ . Положительный КПД при  $\mu = 0$  и  $\omega \neq 0$  можно объяснить модуляцией поступательной скорости частиц. Штриховыми линиями на рис. 3 изображены оптимальные значения  $\zeta_k$ . Как видно из рис. 3, с увеличением параметра  $\omega$  качество группировки электронов ухудшается — уменьшаются максимальные значения приведенного КПД  $\hat{\eta}$  (ср. рис. 3а—в). Отсюда следует, что оптимальный пичч-фактор электронов должен быть несколько ниже величины (4а), полученной на основе анализа поведения одного электрона (при выполнении условий (4), (5)  $\omega = 1$  и  $\eta = \hat{\eta}$ ; для РМЦР в режиме большого преобразования частоты при  $\beta_{\perp 0} = \gamma_0^{-1} \ll 1$   $\omega = 0,5$  и  $\eta = (1/2)\hat{\eta}$ ).

Частотные характеристики РМЦР-ЛБВ — зависимость КПД от расстройки  $\delta$  при фиксированной (соответствующей максимуму  $\hat{\eta}$ ) длине  $\zeta_k$  — приведены на рис. 4 (в скобках на рис. 4 указаны значения  $\zeta_k^{\text{opt}}$ ). Штриховыми линиями показаны зависимости  $\hat{\eta}(\delta)$  при  $\zeta_k > \zeta_k^{\text{opt}}$  — хотя максимальные значения КПД в этом случае ниже, по шире область расстроек, при которых КПД достаточно велик. Кривые рис. 4 имеют вид, типичный для ЛБВ: со стороны больших расстроек усиление срывается, так как волна оказывается не в состоянии удерживать частицы при слишком большом рассинхронизме.

**Нелинейные характеристики РМЦР-твистрона.** Предварительно сгруппированный электронный пучок в выходной секции твистрона, в принципе, способен отдавать энергию высокочастотному полю и без дополнительной фазировки. Когда характеризующие фазировку параметры  $\mu$  и  $\omega$  малы ( $\mu, \omega \rightarrow 0$ ), приведенный КПД РМЦР-твистрона, вычисленный методом последовательных приближений по амплитуде поля волны (координате  $\zeta$ ), имеет вид

$$\hat{\eta} = J_1^2(X) (2/\delta^6) [(2 - \delta^2)^2 (1 - \cos \delta \zeta_k) + (\delta \zeta_k)^2 (1 + \cos \delta \zeta_k) - 2(2 - \delta^2) \delta \zeta_k \sin \delta \zeta_k], \quad (21)$$

откуда следует, что оптимальная величина параметра группировки  $X$  равна 1,84; при  $X = 1,84$  и  $\delta = 0$   $\hat{\eta} \approx 0,34 \zeta_k^2 (1 - (1/6) \zeta_k^2)^2$ , т. е. при  $\zeta_k = \sqrt{2} \hat{\eta} \approx 0,3$ .

Определенные с помощью ЭВМ линии равных значений максимизированного по длине  $\zeta_k$  приведенного КПД на плоскости параметров  $\delta, \mu$  показаны на рис. 5 ( $X = 1,84$ ; а)  $\omega = 0$ , б)  $\omega = 0,5$ ). Как видно из рис. 5а, значение  $\hat{\eta}$  при  $\delta = \mu = 0$  ( $\zeta_k^{opt} = 1,6$ ) близко к опреде-

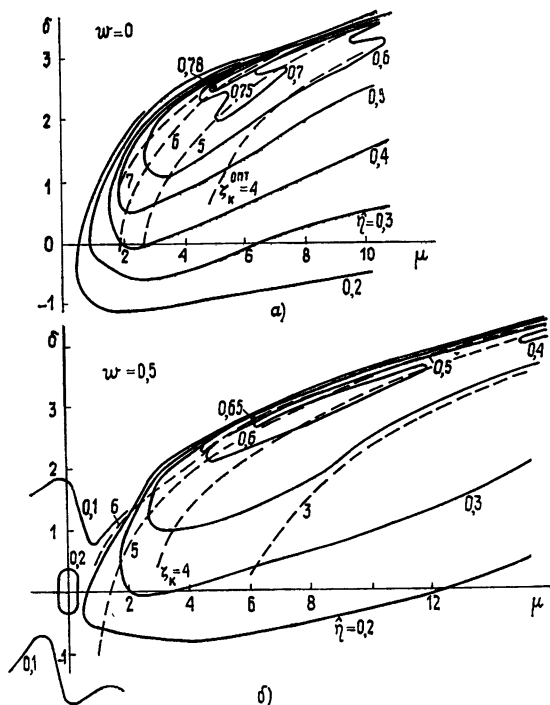


Рис. 3а, б.

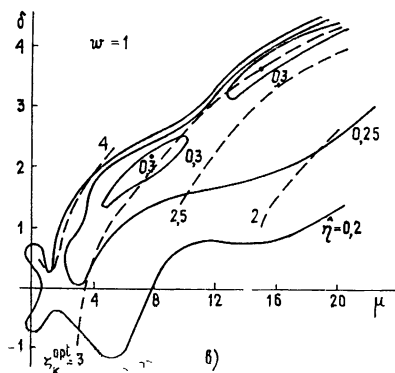


Рис. 3в.



ленному выше с помощью формулы (21). Как следует из сравнения рис. 3, 5, для РМЦР-твистрона характерна значительно более широкая (по сравнению с РМЦР-ЛБВ) полоса расстройек, в которой КПД достаточно велик (без срыва колебаний со стороны больших расстройек). Частотные характеристики РМЦР-твистрона — зависимость КПД от расстройки  $\delta$  при фиксированной длине  $\zeta_k^{opt}$  — показаны на рис. 6. Следует заметить, что величина параметра группировки  $X=1,84$  оптимальна лишь для РМЦР-твистрона с относительно короткой выходной секцией. Для твистрона с длинной выходной секцией, где эффекты догруппировки частиц могут быть существенны, оптимальное значение параметра  $X$  на входе в систему (см. (17)), очевидно, ниже, чем 1,84.

### ПРИЛОЖЕНИЕ

**Допустимый разброс параметров пучка.** По мере уменьшения фазовой скорости волны ( $v_\phi \rightarrow c$ ,  $n \rightarrow 1$ ) изменяются требования к качеству пучка. Эти требования можно оценить, полагая, что разброс параметров

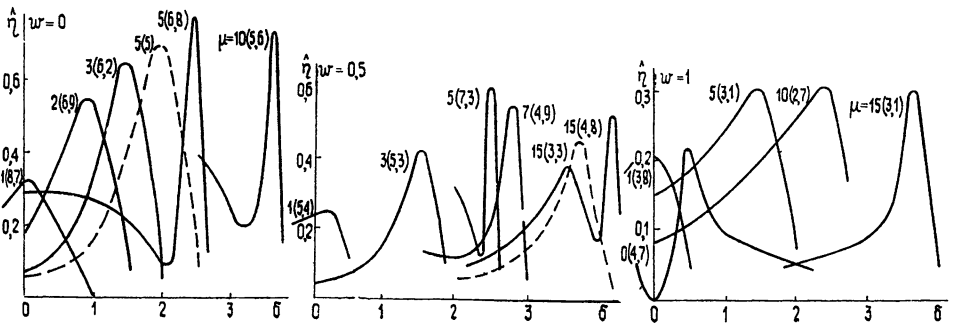


Рис. 4.

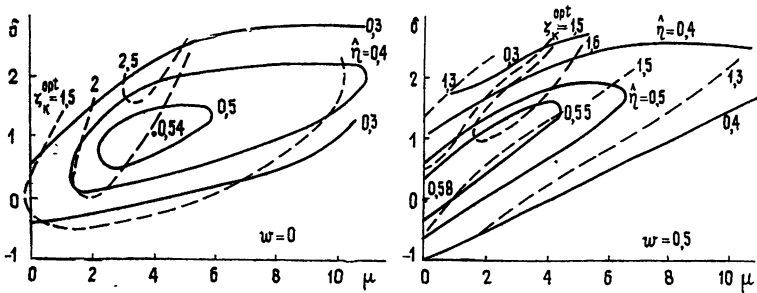


Рис. 5.

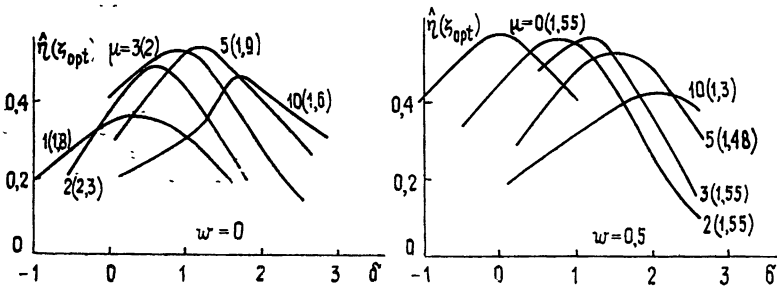


Рис. 6.

пучка должен незначительно влиять на условие циклотронного разброса (1), т. е. девиация угла пролета  $\Phi$  должна быть меньше  $2\pi$ . Для моноэнергетического пучка соответствующее ограничение на разброс поперечных скоростей имеет вид [3]  $|\Delta v_{\perp}/v_{\perp}| \leq 1/N \ll 1$ . Ограничение на разброс энергий релятивистских электронов в пучке с малым питч-фактором можно записать в виде

$$\left| \frac{\Delta\gamma}{\gamma_0} \right| \leq \frac{1}{N} \left| \frac{\gamma_0^2(1 - n\beta_{\parallel 0})}{\gamma_0^2(1 - n\beta_{\parallel 0}) - n/\beta_{\parallel 0}} \right|. \quad (22)$$

Для ультрарелятивистского пучка с оптимальным по КПД питч-фактором  $|1 - n\beta_{\parallel 0}| \sim \gamma_0^{-1}$ , и, следовательно, данное условие имеет вид (ср. [3])  $|\Delta\gamma/\gamma_0| \leq 1/N \ll 1$ . Для ультрарелятивистского МЦР в режиме большого преобразования частоты это условие, однако, может быть значительно более мягким. В частности, в случае, когда  $\omega/\omega_{H0} \approx \gamma_0^2$ , т. е.  $1 - n\beta_{\parallel 0} \approx \gamma_0^{-2}$  (при этом, как отмечалось выше, возможно большое преобразование частоты с высоким КПД), имеет место значительная взаимная компенсация изменений углов пролета, обусловленных сдвигом циклотронной частоты и изменением времени пролета электронов через пространство взаимодействия — при  $1 - n\beta_{\parallel 0} = \gamma_0^{-2}$  выражение (22) сводится к  $|\Delta\gamma/\gamma_0| \leq 1/N(n - \beta_{\parallel 0}) \approx \gamma_0^2/N$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Коломенский А. А., Лебедев А. Н. — ЖЭТФ, 1963, 44, № 1, с. 261; Давыдовский В. Я. — ЖЭТФ, 1962, 43, № 3 (9), с. 886
- 2 Гапонов А. В. — ЖЭТФ, 1960, 39, № 2 (8), с. 326
- 3 Петелин М. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1974, 17, № 6, с. 902
- 4 Гинзбург Н. С., Зарницына И. Г., Нусинович Г. С. — Радиотехника и электроника, 1979, 24, № 6, с. 1146
- 5 Андреев Ю. А., Давыдовский В. Я. — ЖТФ, 1975, 15, № 1, с. 3.
- 6 Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Нусинович Г. С., Петелин М. И., Юлпатов В. К. — В сб: Высокочастотная релятивистская электроника. — Горький: 1979, с. 157
- 7 Bratman V. L., Ginzburg N. S., Petelin M. I. — Opt. Commun, 1979, 30, № 3, p. 409.
- 8 Юлпатов В. К. — Изв. вузов — Радиофизика, 1967, 10, № 6, с. 846.
- 9 Вайнштейн Л. А. — Радиотехника и электроника, 1957, 2, № 7, с. 883.
- 10 Жураховский В. А. Нелинейные колебания электронов в магнитонаправляемых потоках. — Киев, Наукова думка, 1972.
- 11 Гольдберг В. Н., Ежовская Н. А., Жислин Г. М., Оржеховская М. Н., Юлпатов В. К. — Вопросы радиоэлектроники, 1965, № 12, с. 24.
- 12 Chu K. R., Drobot A. T., Granatstein V. L., Sefror J. L. — IEEE—MTT, 1979, 27, № 2, p. 178.

Институт прикладной физики  
АН СССР

Поступила в редакцию  
26 февраля 1980 г.

#### TO THE THEORY OF RELATIVISTIC CRM-AMPLIFIERS

*N. S. Ginzburg, I. G. Zarnitsina, G. S. Nusinovich*

In order a relativistic electron may give all the kinetic energy to an electromagnetic wave under the condition of cyclotron resonance the difference of the phase wave velocity from the light velocity and the relation between the initial transverse velocity of an electron and the longitudinal one must be small. Taking into account these conditions equations have been derived and analysed which describe a relativistic cyclotron resonance maser (CRM) with a following wave with arbitrary particle energy and the phase velocity of a wave. A linear theory has been built and nonlinear characteristics of relativistic CRM-amplifiers of the following wave of «BWO» and «twistron» type are investigated. The efficiency of ultrarelativistic CRM with the following wave in the regime of a large frequency transformation may exceed 30%.