УДК 621.384 6

ФЛУКТУАЦИИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПОТЕРЬ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ НА СИНХРОТРОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

А. С. Мазманишвили

Изучены флуктуации энергетических потерь релятивистских электронов при их движении в магнитном поле Получены выражения для плотности распределения энергии поля синхротронного излучения, поглощенной идеальным детектором, описана эволюция спектра энергий релятивистского электронного пучка, испытывающего эмиссию квантов синхротронного излучения

1. Известно [1], что эмиссия квантов синхротронного излучения (СИ) является пуассоновским процессом, поэтому электронный моноэнергетический пучок по мере своего обращения в магнитном поле и излучения будет иметь энергетический спектр, причем дисперсия спектра будет увеличиваться с течением времени. Энергетическому спектру электронов $p(E_э)$ будет отвечать плотность распределения $F(E_\gamma)$ энергии, запасенной в поле СИ. В настоящей работе получено выражение для $F(E_\gamma)$ и произведена интерпретация результата.

2. Пусть некоторый идеальный детектор поглощает энергию, запасенную в поле СИ. Вероятность того, что будет излучена энергия E_k в интервале энергий фотонов $(\varepsilon_k, \varepsilon_k + \Delta\varepsilon)$, равна [1]

$$P(E_k = m\varepsilon_k) = [\Delta\varepsilon n(\varepsilon_k)]^m \exp[-\Delta\varepsilon n(\varepsilon_k)]/m!, \tag{1}$$

где $n(\varepsilon)$ — спектральная плотность потока фотонов СИ. Нас интересует вероятность излучения на СИ некоторой энергии E_γ, т. е. $E_\gamma = \sum_k E_k$. Производящую функцию $Q_{E_\gamma}(\lambda)$, являющуюся фурье-трансформантой плотности распределения $F(E_\gamma)$, можно получить, если перемножить парциальные производящие функции $Q_{E_k}(\lambda)$:

$$\begin{aligned} Q_{E_\gamma}(\lambda) &= \prod_k Q_{E_k}(\lambda) = \\ &= \exp\Big\{\sum_k \ln\Big[\sum_{m=0}^{\infty} P(E_k = m\varepsilon_k)\exp(-i\lambda m\varepsilon_k)\Big]\Big\}. \end{aligned} \tag{2}$$

Перейдя в (2) от суммирования по k к интегрированию по ε и применив фурье-преобразование, получим

$$F(E_\gamma) = (1/2\pi)\int_{-\infty}^{\infty} d\lambda \exp(i\lambda E_\gamma)\exp\Big\{-\int_0^{\infty} d\varepsilon n(\varepsilon)[1-\exp(-i\lambda\varepsilon)]\Big\}. \tag{3}$$

Результат, аналогичный (3), был получен ранее в работах [2, 3], что связано со статистической эквивалентностью рассматриваемых явлений.

Воспользуемся интегральным представлением спектральной плотности потока фотонов СИ [4]

$$n(\varepsilon) = \frac{9\sqrt{3}}{8\pi} \frac{\alpha}{\varepsilon_c} \int\limits_{\varepsilon/\varepsilon_c}^{\infty} d\eta K_{5/3}(\eta), \tag{4}$$

где $K_{5/3}(h)$ — функция Макдональда индекса 5/3, ε_c — энергия характерного (эквивалентного) кванта. $\varepsilon_c = 1{,}5\,\gamma^3\hbar\omega_л$, γ — релятивистский фактор, $\omega_л$ — ларморова частота. Это представление имеет место, если энергия излучаемых фотонов мала по сравнению с энергией электрона $E_э$. Физический смысл введенного параметра α состоит в том, что он определяет число эквивалентных квантов с энергией ε_c, содержащихся в средней лс 'массиву реализаций поглощенной электроном энергии, т. е.

$$\langle E_\gamma \rangle = \int\limits_0^\infty dE_\gamma\, F(E_\gamma)\, E_\gamma = \alpha\varepsilon_c. \tag{5}$$

Выражения для $F(E_\gamma)$ и $Q_{E_\gamma}(\lambda)$ примут универсальный (не зависящий явно от энергии релятивистского электрона) вид, если перейти к переменным $w = E_\gamma / \langle E_\gamma \rangle$ и $q = \lambda \langle E_\gamma \rangle$:

$$\ln Q_w(q) = -\frac{9\sqrt{3}}{8\pi} i \int\limits_0^\infty dz \int\limits_0^\infty dy \int\limits_y^\infty dx\, K_{5/3}(x)\, e^{-iyz/\alpha}. \tag{6}$$

После взятия интегралов в (6) можно получить, что

$$F(w) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} dq \exp\left[iqw - \beta(q)\right], \tag{7}$$

где

$$\beta(q) = \ln Q_w(q) =$$

$$= (9\,\alpha/4)\left[i(\mathrm{ch}(5/3)z - \mathrm{ch}\,z) + (5\,\mathrm{sh}\,2z - 6\,\mathrm{sh}(5/3)z)/\sqrt{12}\right]/\mathrm{sh}\,2z$$

и $z = \mathrm{arcsh}(q/\alpha)$.

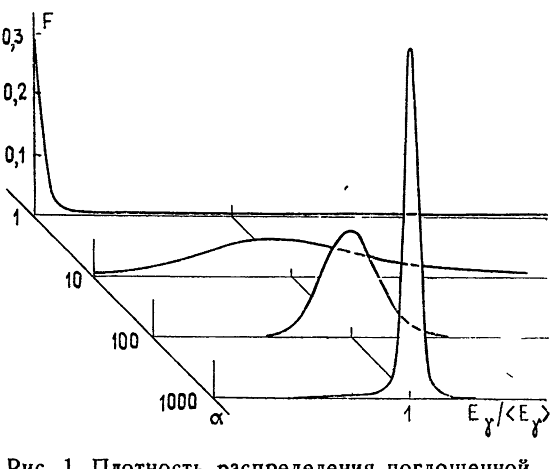

Рис. 1. Плотность распределения поглощенной энергии СИ идеальным детектором

3. На рис. 1 приведен результат численного расчета плотности распределения $F(w)$ для разных величин α. Из него видно, что если число поглощаемых эквивалентных фотонов с энергией ε_c велико, т. е. $\alpha \gg 1$, то $F(w)$ имеет гауссов вид. В пределе $\alpha \to \infty$ из (7) легко получить гауссову асимптотику с дисперсией $\sigma_w^2 \sim \alpha^{-1}$, что отвечает одному из представлений дельта-функции $\delta(w-1)$. Для малого числа экви-

валентных фотонов в средней поглощенной энергии $\langle E_\gamma \rangle$ плотность распределения $F(w)$ асимптотически по мере уменьшения α сосредоточивается около вертикальной и горизонтальной осей, переходя при $\alpha \to 0$ в $n(\varepsilon)$. Из (7) следует, что дисперсия $\sigma_w^2 = \langle w^2 \rangle - \langle w \rangle^2 = \langle w^2 \rangle - 1$ равна

$$\sigma_w^2 = - \frac{d^2}{dq^2} \beta(q) \Big|_{q=0} = \frac{55\sqrt{3}}{72} \alpha^{-1}, \tag{8}$$

поэтому для дисперсии поглощенной энергии СИ получим

$$\sigma_\gamma^2 = \langle E_\gamma^2 \rangle - \langle E_\gamma \rangle^2 = \langle E_\gamma \rangle^2 \sigma_w^2 = \frac{55\sqrt{3}}{72} \alpha \varepsilon_c^2. \tag{9}$$

Число поглощенных детектором фотонов α определяется числом испущенных электроном за один оборот эквивалентных квантов $\alpha_э$, количеством электронов N и условиями регистрации

$$\alpha = \alpha_э N f T \Delta\psi, \tag{10}$$

где $\alpha_э = (4/9)\, e_0^2 \gamma / c\hbar$ (e_0 — заряд электрона, c — скорость света, $\hbar$ — постоянная Планка), f — частота обращения, T — длительность одной экспозиции, в течение которой регистрируется полная поглощенная энергия E_γ, $\Delta\psi$ — фактор, обусловленный апертурой приемного устройства.

Из (7) и рис. 1 следует, что нетривиальный (отличный от гауссова) вид функции $F(w)$ реализуется для небольших α, $\alpha \leqslant 50$. Для электрона с энергией 70 *МэВ* число испущенных эквивалентных квантов за оборот равно $\alpha_э \approx 0{,}5$. Выбрав $\Delta\psi = 10^{-4}$ *рад*, получим, что если в магнитном поле обращается один электрон [5], а длительность регистрации составляет несколько сотен тысяч оборотов, то число регистрируемых эквивалентных фотонов равно $\alpha = 25$.

4. Для излучающего электрона детектором является окружающее пространство. Спектр энергий $p'(E'_э)$ электронного пучка, излучающего при обращении в магнитном поле, можно получить из соотношения

$$p'(E'_э) = \int dE''_э\, p''(E''_э)\, F(E''_э - E'_э), \tag{11}$$

где $p''(E''_э)$ — спектр энергий электронного пучка в исходный момент времени. Например, если $p''(E''_э) = (2\pi s^2)^{-1/2} \exp[-(E''_э - \langle E''_э \rangle)^2 / 2s^2]$, то имеем, учитывая, что $E_э \gg E_\gamma$,

$$p'(E'_э) = \frac{1}{[2\pi(s^2 + \langle E_\gamma^2 \rangle)]^{1/2}} \exp\left[- \frac{(E'_э - \langle E''_э \rangle + \langle E_\gamma \rangle)^2}{2(s^2 + \langle E_\gamma^2 \rangle)} \right], \tag{12}$$

где $\langle E_\gamma^2 \rangle = \langle E_\gamma \rangle^2 (1 + \sigma_w^2)$. Из (12) легко получить, что

$$\langle E'_э \rangle = \langle E''_э \rangle - \langle E_\gamma \rangle, \tag{13}$$

а в адиабатическом приближении для прироста дисперсии спектра энергий электронного пучка имеем

$$\Delta s^2 = \varepsilon_c^2 \alpha_э f \Delta T (\alpha_э f \Delta T + ((55\sqrt{3})/72), \tag{14}$$

т. е. величина энергетического разброса излучающих электронов быстро растет с увеличением их энергии.

Таким образом, рассмотрено влияние дискретности спонтанной эмиссии квантов СИ на плотность распределения энергии поля синхротронного излучения, изучена эволюция во времени спектра энергий релятивистского электронного пучка при его движении в однородном магнитном поле. Пределы применимости полученных результатов ограничены приближением, отвечающим условию, что энергия излучаемого кванта СИ мала по сравнению с энергией электрона [4], что реализуется в современных циклических ускорителях.

В заключение благодарю Ю. Н. Григорьева и Н. И. Мочешникова за обсуждения и поддержку работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гришаев И. А., Наугольный Н Н, Репринцев Л. В, Тарасенко А. С., Шендерович А. М — ЖЭТФ, 1970, **59**, с. 29.
2. Ландау Л. Д. Собрание трудов. — М.: Наука, 1969 — Т. 1, с. 482.
3. Ермилова В. К, Чечин В. А — ДАН СССР, 1977, **236**, № 1, с 65.
4. Соколов А А, Тернов И. М Релятивистский электрон. — М: Наука, 1974.
5. Гришаев И. А., Гук И. С, Мазманишвили А. С., Тарасенко А. С. — ЖЭТФ, 1972, **63**, с 1645.

Поступила в редакцию
29 января 1980 г.

RELATIVISTIC ELECTRON ENERGETIC LOSS FLUCTUATIONS BY SYNCHROTRON RADIATION

A S. Mazmanishvili

Fluctuations of energetic losses of relativistic electrons in their motion in a magnetic field are studied. Expressions have been derived for the density of the field energy distribution of the synchrotron radiation absorpted by an ideal detector, evolution of the energy spectrum of a relativistic electron beam experienced emission of quanta of the synchrotron radiation is described.

Аннотации депонированных статей

УДК 538 3

ПЛОСКИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ДВИЖУЩЕЙСЯ ОДНООСНОЙ СРЕДЕ

В Ф. Шолох, В. В. Вергун

С помощью преобразований Лоренца получено уравнение нормалей для движущейся однородной, одноосной среды без дисперсии. Найдены его строгие решения, справедливые при произвольной ориентации скорости движения среды относительно оптической оси Изучены свойства поверхности показателей преломления. Приведены простые формулы, позволяющие рассчитать смещение оптической оси, обусловленное движением среды.

Статья депонирована в ВИНИТИ,
рег № 1004—81. Деп от 4 марта 1981 г.
