ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXIV, № 3 РАДИОФИЗИКА 1981

УДК 621.371.24

ЭФФЕКТ НАСЫЩЕНИЯ ФУНКЦИИ КОГЕРЕНТНОСТИ ВОЛНЫ, ОТРАЖЕННОЙ ОТ ДИСКРЕТНЫХ РАССЕИВАТЕЛЕЙ В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ

А. Б. Крупник, А. И. Саичев

Рассмотрена функция когерентности волны, отраженной от слоя дискретных рассеивателей в случайно-неоднородной среде с крупномасштабными неоднородностями. Показано, что при увеличении толщины слоя рассеивателей функция когерентности выходит на стационарный уровень.

1. Исследованию статистических характеристик электромагнитных волн, отраженных от препятствий в случайно-неоднородной среде, посвящается в последнее время все большее число работ. Интерес к такого рода исследованиям обусловлен прежде всего тем, что отражению в случайно-неоднородной среде присущи новые эффекты, не имеющие места при прямом распространении волны без отражений. Одним из таких эффектов является эффект усиления обратного рассеяния (см. [1]).

В настоящей работе рассчитан еще один эффект, характерный для обратного рассеяния, — эффект насыщения функции когерентности монохроматической волны, отраженной от слоя дискретных рассеивателей в крупномасштабной случайно-неоднородной среде.

2. Пусть на случайно-неоднородный слой, расположенный между плоскостями $x = 0$, $x = L$ падает слева монохроматическая волна, которую для простоты будем считать плоской с единичной амплитудой. Процесс распространения волны приближенно описывается параболическим уравнением квазиоптики

$$2ik(\partial u/\partial x) + \Delta_{\perp} u + k^2 \varepsilon(x, \rho) u = 0, \tag{1}$$

где $\varepsilon(x, \rho)$ — флуктуации диэлектрической проницаемости среды, которые будем считать гауссовыми дельта-коррелированными по x с корреляционной функцией

$$\langle \varepsilon(x, \rho_1 + \rho) \varepsilon(x_1, \rho_1) \rangle = A[\rho]\,\delta(x - x_1).$$

Пусть в случайно-неоднородном слое $(0, L)$ хаотически расположены плоские идеально отражающие диски радиуса a, перпендикулярные направлению распространения волны. Средняя объемная плотность рассеивателей считается постоянной внутри слоя $(0, L)$ и равной μ. Распределение числа рассеивателей в слое считается пуассоновским. В плоскости $x = 0$ ищутся статистические характеристики отраженной волны, причем координаты центров отражающих дисков считаются попарно статистически независимыми. Ограничимся приближением однократного обратного рассеяния. Тогда отражение от каждого из рассеивателей можно рассматривать независимо от других и функцию когерентности отраженной волны можно представить в виде

$$\Gamma(s) = \langle u^{\Sigma}_{\text{отр}}(0, \rho)\, u^{\Sigma *}_{\text{отр}}(0, \rho + s) \rangle = \mu^2 \left| \int_0^L dx \int_{-\infty}^{\infty} dq \, \langle u_{\text{отр}}(0, \rho; x, q) \rangle \right|^2 +$$

$$+\mu\int_0^L dx\int_{-\infty}^{\infty} dq\,\langle u_{\text{отр}}(0,\rho;x,q)\,u^*_{\text{отр}}(0,\rho+s;x,q)\rangle, \qquad (2)$$

где $u_{\text{отр}}(0,\rho;x,q)$ — поле, отраженное от одного диска с центром в точке (x, q). Оно определяется выражением

$$u_{\text{отр}}(0,\rho;x,q)=\int \Pi(q-\xi)\,u(x,\xi)\,G(0,\rho;x,\xi)\,d\xi, \qquad (3)$$

выведенным с использованием теоремы взаимности в работах [2, 3], $u(x,\xi)$ — поле «прямой» волны в точке (x,ξ), $G(0,\rho;x,\xi)$ — функция Грина уравнения (1), $\Pi(q-\xi)$ — локальный коэффициент отражения, равный единице при $|q-\xi|\leqslant a$ и нулю при $|q-\xi|>a$. Отметим, что выражение (3) учитывает многократное рассеяние волны на плавных случайных неоднородностях при ее распространении до отражателя и от него к плоскости наблюдения. В дальнейшем будем считать, что толщина рассеивающего слоя L много больше масштаба, на котором среднее отраженное поле становится практически равным нулю. Тогда в выражении (2) для функции когерентности первым слагаемым можно пренебречь. Подставляя выражение (3) в (2), после интегрирования по q и несложных преобразований получим

$$\Gamma(s)=\mu\int_0^L dx\,H(x,s)=\mu\int_0^L dx\int_{-\infty}^{\infty} a(\rho)\,d\rho\,M(x,\rho,\rho_1=0,\ \rho_2=0,\ s), \qquad (4)$$

где

$$a(\rho)=\int dq\,\Pi(q-\rho/2)\,\Pi(q+\rho/2).$$

Для круглой отражающей площадки радиуса a $a(\rho)$ имеет вид

$$a(\rho)=\begin{cases}2a^2(\arccos\varkappa-\varkappa\sqrt{1-\varkappa^2}), & \varkappa\leqslant 1\\ 0, & \varkappa>1\end{cases},$$

$$\varkappa=(1/2a)\,|\rho|.$$

Входящая в (4) функция $M(x,\rho,\rho_1,\rho_2,s)$ удовлетворяет уравнению, выведенному в диффузионном приближении в работе [2]:

$$\frac{\partial M}{\partial x}=\frac{i}{k}\nabla_{\rho_1}\nabla_{\rho_2}M-\frac{k^2}{4}F(\rho_1,\rho_2,\rho)M,\quad M(0,\rho,\rho_1,\rho_2,s)=\delta(\rho+s-\rho_2),$$

$$F(\rho_1,\rho_2,\rho)=D(\rho-\rho_1)+D(\rho+\rho_1)+D(\rho-\rho_2)+D(\rho+\rho_2)- \qquad (5)$$

$$-D(\rho_1-\rho_2)-D(\rho_1+\rho_2),\quad D(\rho)=A[0]-A[\rho].$$

Укажем одно точное следствие равенств (4), (5). Нетрудно показать, что средняя интенсивность обратного рассеяния

$$\langle I\rangle=\mu\,a(0)\,L$$

равна средней интенсивности обратного рассеяния, вычисленной в обычном борновском приближении без учета многократного рассеяния по направлению распространения волны.

Для того, чтобы используемое здесь приближение однократного обратного рассеяния было справедливо, нужно, очевидно, потребовать, чтобы средняя интенсивность отраженной волны была мала по сравнению с интенсивностью падающей волны:

$$\mu\,a(0)\,L\ll 1. \qquad (6)$$

3. Обсудим теперь асимптотическое поведение функции когерентности обратного рассеяния, полагая, что почти во всем слое $(0, L)$ флуктуации интенсивности насыщены. Тогда, считая $G(0, \rho; x, \xi)$ гауссовым случайным полем (см. [4]), для функции $H(x, s)$, определенной соотношением (4), получим следующее асимптотическое выражение:

$$H(x, s) = a(s)\exp\{(-k^2/2)D(s)x\} + K(x, s); \tag{7}$$

$$K(x, s) = \left(\frac{k}{2\pi x}\right)^2 \int a(\rho)\,d\rho \int d r \exp\left\{i\frac{k}{x}r(\rho+s)\right\} \times$$
$$\times \exp\left\{-\frac{k^2}{4}\int_0^x\left[D\left(\rho+r\left(1-\frac{x'}{x}\right)\right)+D\left(\rho-r\left(1-\frac{x'}{x}\right)\right)\right]dx'\right\}. \tag{8}$$

Обозначим $\rho_k(x)$ — радиус когерентности падающей волны в плоскости x. Он определяется равенством

$$(k^2/4)D(\rho_k)x = 1.$$

Условие насыщенности флуктуаций интенсивности имеет, как известно, вид [5]

$$(x/k\rho_k^2(x)) \gg 1. \tag{9}$$

В то же время, как легко видеть из выражений (8), (9), функция $K(x, s)$ порядка $a(0)\,(k\rho_k^2(x)/x)^2 \ll a(0)$, если $a > \rho_k(x)$ и порядка $a(0)\,(k\rho_k(x)a/x)^2 \ll a(0)$, если $a < \rho_k(x)$. Отсюда ясно, что функция $K(x, s)$ вносит пренебрежимо малый вклад в функцию $H(x, s)$. Поэтому, не совершая существенной ошибки, положим $K(x, s) = 0$. Тогда для функции когерентности обратного рассеяния получим

$$\Gamma(s) = \int_0^L H(x, s)\,dx =$$
$$= \mu a(s)(2/k^2 D(s))\,[1 - \exp\{-(k^2/2)D(s)L\}]. \tag{10}$$

Из выражения (10) видно, что, пока $\rho_k(x) \gg s$, функция когерентности обратного рассеяния совпадает с функцией когерентности, вычисленной в обычном борновском приближении:

$$\Gamma(s) = \mu a(s)L. \tag{11}$$

Если же $s \gg \rho_k(x)$, то ухудшение когерентных свойств волн за счет многократного рассеяния по направлению распространения волны приводит к насыщению функции когерентности обратного рассеяния на уровень

$$\Gamma(s) = \mu a(s)(2/k^2 D(s)). \tag{12}$$

Насыщение функции когерентности волны, отраженной от слоя дискретных рассеивателей в случайно-неоднородной среде имеет весьма простое физическое объяснение. Суть его состоит в том, что волны от «далеких» рассеивателей в плоскости $x = 0$ оказываются некогерентными за счет того, что проходят слой случайно-неоднородной среды до отражателя и от него обратно к плоскости $x = 0$. Иными словами, среднее в выражении (2) $\langle u_{\text{отр}}(0, \rho; x, q)\,u^*_{\text{отр}}(0, \rho + s; x, q)\rangle$ при достаточно больших x распадается на произведение средних полей

$$\langle u_{\text{отр}}(0, \rho; x, q)\rangle\langle u^*_{\text{отр}}(0, \rho + s; x, q)\rangle.$$

Среднее же поле, как известно, очень быстро спадает по мере увеличения x. Поэтому при фиксированном s и достаточно больших x величина

$$\langle u_{\text{отр}}(0,\ \rho;\ x,\ q)\, u^{*}_{\text{отр}}(0,\ \rho+s;\ x;\ q)\rangle$$

перестает вносить какой-либо заметный вклад в интеграл, определенный соотношением (2).

Толщина слоя $x(s)$, на которой происходит насыщение, определяется, как видно из равенства (11), соотношением $\rho_k(x)\sim s$ и по порядку величины равна

$$x(s)\sim 1/k^2 D(s). \tag{13}$$

Из качественных соображений ясно, что многократно рассеянные назад волны в турбулентном слое от $x(s)$ до L имеют радиус когерентности, меньший s, и не дают вклада в $\Gamma(s)$. Поэтому для справедливости выражения (12) необходима малость обратного рассеяния в слое толщиной $x(s)$, а не во всем слое L. С учетом (13) условие малости обратного рассеяния (6) можно записать в виде

$$\mu a(0)/k^2 D(s)\ll 1.$$

Выражение (12) получено в предположении насыщенности флуктуаций интенсивности практически на всей турбулентной трассе. Значит, длина насыщения функции когерентности должна удовлетворять неравенству

$$x(s)\gg x^{*}, \tag{14}$$

где x^{*} — длина трассы, на которой волна уже испытывает сильные флуктуации интенсивности. С учетом (9), (13) неравенство (14) примет вид

$$(k^2 D(s))^{-1}\gg (k^{7/11}\, C_{\varepsilon}^{12/11})^{-1}. \tag{15}$$

Если же

$$(k^2 D(s))^{-1}\ll (k^{7/11}\, C_{\varepsilon}^{12/11})^{-1}, \tag{16}$$

то насыщение функции когерентности происходит на таких x, на которых флуктуации интенсивности падающей волны можно считать слабыми. Решение уравнения (5) в этом случае легко находится. Подставляя его в (4), для функции когерентности отраженной волны получим

$$\Gamma(s)=\mu a(s)(k^2 D(s))^{-1}(1-\exp\{-k^2 D(s) L\}). \tag{17}$$

Из выражения (17), справедливого при выполнении условия (16), видно, что насыщению функции когерентности отвечает уровень

$$\Gamma(s)=\mu a(s)(1/k^2 D(s)),$$

вдвое меньший стационарного уровня (12).

ЛИТЕРАТУРА

1. Виноградова А. Г., Кравцов Ю. А., Татарский В И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1973, **16**, № 7, с 1064.
2. Саичев А. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1978, **21**, № 9, с. 1290.
3 Гельфгат В И — Акуст. журн, 1976, **22**, № 1, с. 123.
4. Roger Dashen — J. Math. Phys., 1979, 20(5).
5 Заворотный В. У., Кляцкин В. И., Татарский В. И — ЖЭТФ, 1977, **73**, № 8, с. 481.

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию 25 марта 1980 г.

SATURATION EFFECT OF A COHERENCE FUNCTION OF A WAVE REFLECTED FROM DISCRETE SCATTERERS IN A TURBULENT ATMOSPHERE

A B Krupnik, A. I. Saichev

A function of a coherent wave is considered being reflected from a layer of discrete scatterers in a random inhomogeneous medium with large-scale inhomogeneities. It is shown that with the increase of the scatterer layer depth the coherence function comes to the stationary level.