

УДК 621.373.421.11

## К АНАЛИЗУ ФЛУКТУАЦИЙ В КОЛЬЦЕВОМ АВТОГЕНЕРАТОРЕ

В. В. Зайцев

Исследованы флуктуационные характеристики автоколебаний в генераторе, образованном замкнутой в кольцо цепочкой из  $N$  резонансных каскадов усиления. Рассчитаны спектральные плотности мощности флуктуаций амплитуды и частоты автоколебания на выходе каждого отдельно взятого каскада. Показано, что ширина спектральной линии автоколебаний в кольцевом генераторе меньше, чем в однокаскадном. Отмечена возможность получения колебания, обладающего пониженным уровнем амплитудно-частотных флуктуаций, путем суммирования сигналов, снятых с отдельных каскадов генератора.

Системы сложения мощности нескольких активных элементов с целью получения больших выходных мощностей находят в настоящее время довольно широкое применение. Одним из таких устройств является кольцевой генератор [1], представляющий собой цепочку резонансных усилителей, свернутую в кольцо. Кроме повышенной выходной мощности кольцевой генератор позволяет получить набор колебаний с определенной разностью фаз между ними, что также находит ряд практических применений (см., например, [2]). Различным вопросам теории кольцевых генераторов посвящен ряд работ. Например, возможность суммирования мощности в кольцевой автоколебательной системе рассмотрена в [3]. В [1, 4, 5] рассмотрены вопросы диапазонной перестройки генераторов, их внешней синхронизации и устойчивости автоколебаний соответственно.

В настоящей работе исследуются флуктуационные характеристики автоколебаний в кольцевом генераторе. Показано, что при определенных условиях выходное колебание может иметь пониженный уровень амплитудно-частотных флуктуаций.

1. Рассмотрим кольцевой генератор, состоящий из  $N$  резонансных каскадов усиления. Схема отдельного каскада приведена на рис. 1, где АЭ — активный элемент (лампа, транзистор), Т — четырехполюсник связи. В дальнейшем будем считать все каскады идентичными и настроенными на одну частоту. Модуль и фаза коэффициента передачи четырехполюсника Т на частоте  $\omega_0$  равны  $k$  и  $-\theta$  соответственно, причем, будем предполагать их частотонезависимыми по крайней мере в интересующем нас диапазоне частот вблизи  $\omega_0$ .

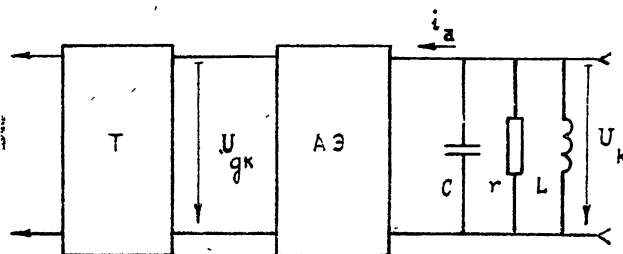


Рис. 1.

Изменение напряжений  $U_k(t)$  на резонансном контуре  $k$ -го каскада описывается уравнением

$$\hat{p}^2 U_k + 2\Pi \hat{p} U_k + \omega_1^2 U_k = -C^{-1} \hat{p} i_{ak}, \quad k = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

где  $\hat{p} = d/dt$ ,  $i_{ak}(t)$  — выходной ток активного элемента,  $C$  — емкость контура. Предполагается, что резонансная частота  $\omega_1$  и полоса пропускания  $2\Pi$  контура определены с учетом входного сопротивления четырехполюсника связи со следующим каскадом.

В режиме автоколебаний решение уравнений (1) имеет вид

$$U_k(t) = R_k(t) \cos[\omega_0 t + \psi_k(t)], \quad k = 1, 2, \dots, N,$$

где  $\omega_0$  — частота автоколебаний,  $R_k(t)$  и  $\psi_k(t)$  — амплитуда и фаза — медленные по сравнению с  $\cos \omega_0 t$  функции.

Определим основные характеристики активного элемента. Ток  $i_{ak}$  зависит от управляющего напряжения  $U_{gh}$  на входе элемента и содержит, кроме детерминированной составляющей, также шумовую компоненту  $i_{sh}(t)$ . Шумовая компонента  $i_{sh}(t)$  представляет собой эквивалентный шумовой ток источников естественных шумов (тепловых и дробовых), действующих в активном элементе, пересчитанный к его выходу\*. Разложим ток  $i_{sh}(t)$  на синфазную  $J_{ch}(t)$  и квадратурную  $J_{sh}(t)$  по отношению к  $U_k(t)$  составляющие, т. е. представим его в виде

$$i_{sh}(t) = J_{ch}(t) \cos[\omega_0 t + \psi_k(t)] - J_{sh}(t) \sin[\omega_0 t + \psi_k(t)]. \quad (2)$$

Разложение (2) будет использовано при анализе флуктуаций.

Связь между детерминированной амплитудой  $J_{ak}$  первой гармоники тока  $i_{ak}(t)$  и амплитудой  $R_{gh}$  управляющего напряжения  $U_{gh}(t)$  описывается путем введения средней крутизны колебательной характеристики  $S(R_{gh})$ :

$$J_{ak} = S(R_{gh}) R_{gh}.$$

В дальнейшем будет использован еще один параметр, связанный со средней крутизной  $S$ , а именно:

$$\gamma(R_{gh}) = [dJ_{ak}/dR_{gh}]/S(R_{gh}).$$

2. Кратко рассмотрим основные динамические параметры автоколебаний, необходимые для анализа флуктуаций.

При условии идентичности каскадов все амплитуды  $R_k$  в стационарном режиме имеют одинаковое значение  $R_0$ , которое может быть определено из уравнения

$$kS(kR_0) \cos(\chi - \theta) + 2\Pi C = 0, \quad (3)$$

где  $\chi$  — разность фаз автоколебаний в  $(k-1)$ - и  $k$ -м каскадах.

Отметим, что в рассматриваемой кольцевой системе могут существовать  $N$  мод колебаний, для которых разность фаз  $\chi_n = 2\pi \cdot n/N$ , где  $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$ . При этом в силу условия самовозбуждения  $kS(0) \cos(\chi_n - \theta) < -2\Pi C$  возбуждается та мода, для которой косинус имеет минимальное значение. Таким образом, необходимый сдвиг фаз колебаний в соседних каскадах можно обеспечить подбором фазы коэффициента передачи. Оптимальным для генерирования моды с номером  $n$  является условие

$$\theta = \frac{2\pi n - N\pi}{N}. \quad (4)$$

\* Для определенности рассмотрим здесь лишь естественные шумы активного элемента, что, впрочем, не влияет на общность полученных результатов.

В общем случае частота автоколебаний  $\omega_0$ , даже при одинаковой настройке каскадов, не совпадает с резонансной частотой контура  $\omega_1$ . Приведенная расстройка  $\eta = (\omega_1 - \omega_0)/\Pi$  равна

$$\eta = -\operatorname{tg}(\chi_n - \theta).$$

С увеличением числа каскадов максимальное значение приведенной расстройки  $\eta$  уменьшается. При выполнении условия (4)  $\eta = 0$ , т. е. автоколебания происходят на резонансной частоте контура.

3. Рассмотрим флуктуации в окрестности стационарного режима автоколебания с амплитудой  $R_0$ , определяемой уравнением (3). Для этого положим  $R_k(t) = R_0[1 + \varepsilon_k(t)]$  и  $\psi_k(t) = \psi_{k0} + \varphi_k(t)$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ , где  $\varepsilon_k(t)$  — относительные флуктуации амплитуды и  $\varphi_k(t)$  — флуктуации фазы автоколебаний в  $k$ -м каскаде.

Процедура получения флукутационных уравнений достаточно хорошо известна (см., например, [6]), поэтому не будем останавливаться на данном вопросе подробно. Для рассматриваемой системы флукутационные уравнения имеют вид

$$\begin{aligned} (\hat{p}/\Pi + 1)\varepsilon_k + \eta\varphi_k - \gamma\varepsilon_{k-1} - \eta\varphi_{k-1} &= e_{\parallel}^k, \\ -\eta\varepsilon_k + (\hat{p}/\Pi + 1)\varphi_k + \eta\gamma\varepsilon_{k-1} - \varphi_{k-1} &= e_{\perp}^k, \end{aligned} \quad (5)$$

$$k = 1, 2, \dots, N, \quad \varepsilon_0 = \varepsilon_N, \quad \varphi_0 = \varphi_N,$$

где  $e_{\parallel}^k(t)$  и  $e_{\perp}^k(t)$  — амплитудно- и фазо-активные компоненты шума  $k$ -го каскада, они связаны с синфазной  $J_{ch}(t)$  и квадратурной  $J_{sk}(t)$  составляющими шумового тока  $i_{sk}(t)$  соотношением  $e_{\perp}^k = -rJ_{\{sk\}}^{\{ck\}}/R_0$ ,

где  $r$  — эквивалентное сопротивление потерь резонансного контура (см. рис. 1). В случае стационарных естественных шумов спектральные плотности мощности случайных процессов  $e_{\parallel}^k(t)$  и  $e_{\perp}^k(t)$  равны

$$S_{\parallel k}(\Omega) = S_{\perp k}(\Omega) = D/2\pi, \quad S_{\parallel \perp k}(\Omega) = 0.$$

Здесь  $D$  — некоторая константа, зависящая от режима генератора и параметров активных элементов. Кроме того, источники шумов в различных каскадах независимы, т. е. соответствующие совместные спектральные плотности тождественно равны нулю.

Аналитическое исследование флуктуаций на основе системы уравнений (5) в общем случае ненулевой расстройки довольно трудоемко. По виду флукутационных уравнений можно сделать вывод о том, что при  $\eta \neq 0$  происходит преобразование амплитудных и фазовых флуктуаций друг в друга, причем тем более существенно, чем больше расстройка  $\eta$ . Поскольку, однако, при большом числе каскадов максимальное значение  $\eta$  невелико, то возрастание шумов из-за амплитудно-фазового преобразования даже в неоптимальном режиме незначительно. Данный вывод подтверждается исследованием системы (5) численными методами с использованием ЭВМ.

При выполнении условия (4) генератор становится изохронным, и уравнения (5) распадаются на две независимые системы уравнений для амплитудных и фазовых флуктуаций. Рассмотрим этот случай более подробно.

Отметим, что в отсутствие случайных воздействий уравнения (5) могут служить для исследования устойчивости стационарного режима автоколебаний. При  $\eta = 0$  условия устойчивости выглядят следующим образом\*:

\* Условие устойчивости, аналогичное (6) для частного случая  $N = 4$  и квадратичной аппроксимации средней крутизны, получено в [5].

$$-1 < \gamma < 1, \text{ если } N - \text{четное, и} \quad (6)$$

$$-1/\cos(\pi/N) < \gamma < 1, \text{ если } N - \text{нечетное, } N > 1.$$

В однокаскадном генераторе стационарный режим устойчив при  $\gamma < 1$ . Заметим, что ограничение снизу на параметр  $\gamma$  в кольцевом генераторе не является слишком жестким требованием, так как в реальных системах  $\gamma$  обычно остается положительным.

4. Из уравнений (5) при  $\eta = 0$  находим выражения для спектральных плотностей мощности амплитудных и фазовых флуктуаций:

$$S_{\left\{ \begin{smallmatrix} \varepsilon \\ \varphi \end{smallmatrix} \right\}}^{[N]}(\Omega) = \frac{D}{2\pi} \frac{1}{M(\Omega)} \sum_{k=1}^N \alpha^{2(N-k)} (1 + \Omega^2/\Pi^2)^{k-1}, \quad (7)$$

где

$$M(\Omega) = (1 + \Omega^2/\Pi^2)^N - \alpha^N (1 + j\Omega/\Pi)^N - \alpha^N (1 - j\Omega/\Pi)^N + \alpha^{2N}.$$

Здесь для спектра амплитудных флуктуаций следует положить  $\alpha = \gamma$ , а для спектра фазовых флуктуаций  $\alpha = 1$ .

Графики спектров амплитудных флуктуаций  $S_{\varepsilon}^{[N]}(\Omega)$  для различного числа каскадов  $N = 1, 2, 4, 8$  и параметра  $\gamma = 0,5$  приведены на рис. 2, где значения спектральных плотностей нормированы на величину  $S_{\varepsilon}^{[1]}(0)$  — высоту спектра амплитудных флуктуаций однокаскадного генератора. Как видно из графиков, наблюдается уменьшение уровня низкочастотных компонент амплитудных шумов с ростом числа каскадов. Данный эффект имеет место в интервале значений  $0 < \gamma < 1$ . Действительно, из (7) имеем следующее выражение для отношения высот спектров амплитудных флуктуаций кольцевого и однокаскадного генераторов:

$$S_{\varepsilon}^{[N]}(0)/S_{\varepsilon}^{[1]}(0) = (1 + \gamma^N)(1 - \gamma)/(1 - \gamma^N)(1 + \gamma).$$

Это отношение меньше единицы при  $0 < \gamma < 1$ , причем с ростом  $N$  оно стремится к пределу  $(1 - \gamma)/(1 + \gamma)$ , который определяет максимальный выигрыш в уровне амплитудных флуктуаций, достижимый в кольцевом генераторе.

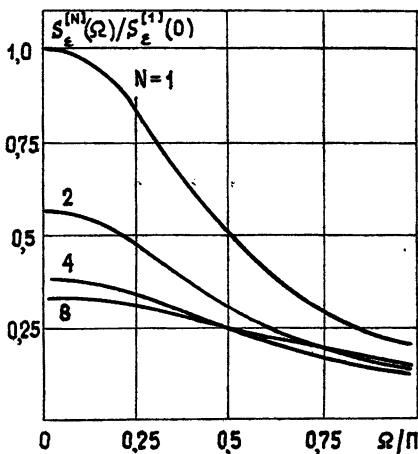


Рис. 2.

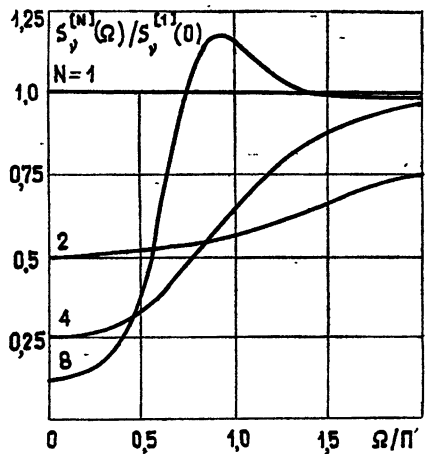


Рис. 3.

Указанное поведение амплитудных флуктуаций нетрудно понять, если учесть, что увеличение числа каскадов ведет, с одной стороны, к возрастанию прочности предельного цикла генератора (при  $\gamma > 0$ ),

а с другой стороны, — к увеличению мощности шумов, действующих в системе. При  $\gamma < 0$ , наоборот, наблюдается уменьшение прочности предельного цикла, и поэтому кольцевой генератор характеризуется большим уровнем амплитудных шумов, чем однокаскадный.

Рассмотрим теперь частотные флуктуации. На рис. 3 приведены графики спектров флуктуаций частоты  $S_v^{[N]}(\Omega) = \Omega^2 S_\varphi^{[N]}(\Omega)$  для  $N = 1, 2, 4, 8$ , нормированные на величину  $S_v^{[1]}(0)$ . Как видно из графиков, медленные флуктуации частоты имеют тенденцию к уменьшению с ростом числа каскадов, что объясняется повышением эффективной добротности колебательной системы генератора. В то же время более быстрые частотные флуктуации обусловлены практически лишь шумами, действующими в отдельно взятом каскаде. Данное обстоятельство находит своё отражение на графиках в виде стремления отношения  $S_v^{[N]}(\Omega)/S_v^{[1]}(\Omega)$  к единице на частотах анализа  $\Omega > \Pi$ .

Естественная спектральная линия однокаскадного генератора, как известно [6], имеет резонансную форму с шириной  $\Delta\Omega_1 = \pi^2 S_v^{[1]}(0)$ . При выполнении условия  $\Delta\Omega_1 \ll \Pi/N$ , которое, по-видимому, всегда удовлетворяется для практически реализуемого числа каскадов, кольцевой генератор также имеет резонансную спектральную линию. При этом ее ширина  $\Delta\Omega_N$  связана с шириной спектральной линии однокаскадного генератора соотношением

$$\Delta\Omega_N = \Delta\Omega_1/N.$$

Таким образом, кольцевой генератор характеризуется ростом долговременной стабильности частоты с увеличением числа каскадов\*.

5. Одним из способов получения выходного колебания в кольцевом генераторе может быть синфазное суммирование колебаний, снятых с отдельных каскадов. При этом имеем колебание вида

$$U_\Sigma(t) = NR_0 [1 + \epsilon_\Sigma(t)] \cos[\omega_0 t + \varphi_\Sigma(t)],$$

где  $\epsilon_\Sigma = \sum_{k=1}^N \epsilon_k/N$  — относительные флуктуации амплитуды,  $\varphi_\Sigma = \sum_{k=1}^N \varphi_k/N$  — флуктуации фазы.

Складывая соответствующие уравнения системы (5), находим, что спектры флуктуаций  $\epsilon_\Sigma(t)$  и  $\varphi_\Sigma(t) = \hat{p} \varphi_\Sigma(t)$  по форме совпадают со спектрами амплитудных и частотных флуктуаций однокаскадного генератора соответственно, однако их величина в  $N$  раз меньше во всем диапазоне частот анализа, т. е.

$$S_\epsilon^\Sigma(\Omega) = S_\epsilon^{[1]}(\Omega)/N \text{ и } S_\varphi^\Sigma(\Omega) = S_\varphi^{[1]}(\Omega)/N.$$

Следовательно, по сравнению с сигналом однокаскадного генератора выходное колебание  $U_\Sigma(t)$  обладает в  $N$  раз лучшей не только долговременной, но и кратковременной стабильностью частоты, а также пониженным в  $N$  раз пьедесталом амплитудного шума.

Результаты проведенного выше анализа распространяются также и на технические флуктуации амплитуды и частоты, обусловленные флуктуациями параметров, при условии, что последние в различных каскадах некоррелированы.

В заключение следует отметить, что эффект уменьшения ширины спектральной линии автоколебаний при определенных условиях взаимосвязи наблюдается в системах взаимной синхронизации автогенераторов (см., например, [8]). Результаты проведенного выше анализа

\* Впервые аналогичный эффект в системе взаимно синхронизованных генераторов отмечен в работе [7].

показывают, что кольцевой генератор является еще одной системой, наряду с системами взаимной синхронизаций, где реализуются условия, благоприятные для повышения долговременной стабильности частоты. В то же время в кольцевом генераторе возможно также понижение уровня амплитудных флуктуаций, чего не наблюдается при взаимной синхронизации.

Автор выражает благодарность А. Н. Малахову и А. В. Якимову за внимание к работе и полезные замечания.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кавун Э. П., Мишин Ю. Л. — Изв вузов — Радиоэлектроника, 1977, 20, № 9, с. 89
2. Демирханов Р. А., Баратов Д. Г., Киров А. Г. — Атомная энергия, 1971, 31, № 3, с. 239.
3. Уткин Г. М. Автоколебательные системы и волновые усилители. — М.: Сов. радио, 1978.
4. Крестов П. А., Шагмуратов Г. И., Мишин Ю. Л. — Изв. вузов — Радиоэлектроника, 1976, 19, № 5, с. 101.
5. Бондарь Б. Г., Мельник В. Г., Савченко И. С. В кн: Радиотехника. Межвед. научно-техн. сб. — Харьков: 1977, вып. 43, с. 7
6. Малахов А. Н. Флуктуации в автоколебательных системах. — М.: Наука, 1968
7. Клибанова И. М. — Радиотехника и электроника, 1969, 14, № 6, с. 1023.
8. Клибанова И. М., Малахов А. Н., Мальцев А. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1971, 14, № 2, с. 173

Горьковский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
28 января 1980 г.

#### TO THE ANALYSIS OF FLUCTUATIONS IN A RING AUTOGENERATOR

*V. V. Zaitsev*

Fluctuation characteristics of autooscillations are investigated in a generator formed by a closed-in-a-ring-chain made of  $N$  resonance cascades of amplification. Spectral power densities of fluctuations amplitude and frequency of autooscillations at the output of each separate cascade have been calculated. It is shown that the spectral width of autooscillation line in the ring generator is smaller than in one-cascade generator. By summing signals taken from separate cascades of the generator it is possible to obtain an oscillation possessing lower level of amplitude-frequency fluctuations

---