

УДК 538.574.6

СИНТЕЗ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ, ОБЛАДАЮЩИХ МАЛЫМ ВОЗМУЩАЮЩИМ ДЕЙСТВИЕМ И ФОРМОЙ, БЛИЗКОЙ К ЗАДАННОЙ

Г. А. Ерохин, В. Г. Гофман

Развивается метод синтеза неоднородностей, вызывающих малое возмущение падающей плоской волны. Задача решается методом синтеза импедансных граничных условий по заранее заданной структуре поля. Структура рассеянного поля задается в виде, соответствующем системе фиктивных источников, расположение которых определяется формой неоднородности.

В [1] решена задача синтеза рассеивателя, который вызывает малое искажение падающей на него плоской электромагнитной волны за счет соответствующих реактансных граничных условий. Подобные неоднородности могут быть использованы, например, в качестве конструктивных элементов антенн.

Форма рассеивателя, синтезированного в [1], близка к круговому цилиндру. На практике могут встретиться случаи, когда неоднородность должна иметь более сложную форму, например, вытянутую в продольном (по отношению к направлению распространения падающей волны) или поперечном направлениях.

Ниже рассматривается метод синтеза рассеивателей подобной формы. Решение задачи, в соответствии с [2], предполагает предварительное задание рассеянного поля, удовлетворяющего волновому уравнению и условию излучения, и последующее исследование линий вектора $\text{Re } \Pi$ полного поля. Форма рассеивателя определяется конфигурацией замкнутых линий $\text{Re } \Pi$. Граничные условия находятся как отношение тангенциальных составляющих векторов электрического и магнитного полей. Это отношение будет чисто мнимым, поскольку вектор $\text{Re } \Pi$ в каждой точке направлен по касательной к поверхности рассеивателя и, следовательно, импеданс носит локально-реактивный характер.

При задании рассеянного поля используется понятие эквивалентных «источников». В отличие от прямых задач дифракции [3], где эквивалентные «источники» вводятся для удовлетворения заданным граничным условиям на известной поверхности, в методе синтеза указанные «источники» используются для управления структурой рассеянного поля [2] и, одновременно (в настоящей работе), для управления формой рассеивателя. Указанное отличие обуславливает принципиально различный подход к определению параметров «источников».

Существенным в рассматриваемом методе является наличие двух степеней свободы: формы рассеивателя и граничных условий на поверхности. При использовании только одной из них [4] можно ставить вопрос лишь о приближенном воспроизведении заданной структуры рассеянного поля.

Пусть поле падающей волны имеет вид

$$u^i = e^{-ikx}, \quad (1)$$

где под u будут подразумеваться, в зависимости от поляризации падающей волны, компоненты E_z либо H_z ; $k = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны колебаний.

В [1] рассматривается рассеянное поле ($\partial/\partial z = 0$) вида

$$u^s = \dot{B} H_v^{(2)}(kr) e^{i\nu\varphi}, \quad (2)$$

где $\dot{B} = B e^{i\psi}$ — комплексная амплитуда рассеянного поля, $H_v^{(2)}(kr) = J_v(kr) - iN_v(kr)$ — функция Ханкеля второго рода, $J_v(kr)$, $N_v(kr)$ — функции Бесселя и Неймана соответственно, r , φ — цилиндрические координаты.

В дальнейшем будет использоваться понятие эквивалентных «источников», формирующих поле вида (2). Хотя в излагаемом методе физическая природа этих источников не имеет значения, можно указать, что ими могут служить трубки электрического или магнитного токов (в зависимости от поляризации), центр которых совпадает с началом координат.

Реально возникновение рассеянного поля (2) обеспечивается за счет соответствующей формы рассеивателя и граничных условий на его поверхности. Вопрос о существовании решения в виде замкнутых линий вектора $\text{Re}\Pi$ рассматривается в [2], где показано, что достаточным условием является, наряду с уравнением энергетического баланса, азимутальная зависимость рассеянного поля в виде бегущей волны.

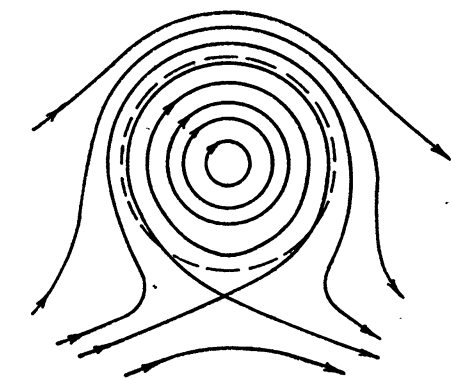


Рис. 1.

Радиус r , ограничивающий эту область, зависит, в основном, от индекса ν и, в гораздо меньшей степени, от амплитуды B , причем

$$r \ll \frac{\nu}{k}. \quad (3)$$

Рассмотрим вторичное поле в виде суммы N гармоник, подобных (2):

$$u^s = \sum_{n=1}^N \dot{B}_n H_{\nu_n}^{(2)}(kr_n) \exp(i\nu_n \varphi_n), \quad (4)$$

где r_n , φ_n — цилиндрические координаты, связанные с особыми точками («источниками») каждой из гармоник рассеянного поля (4).

Очевидно, располагая «источники» достаточно близко друг от друга (рис. 2), так, чтобы области интенсивной азимутальной циркуляции энергии частично перекрывались, можно обеспечить режим, когда энергия суммарного поля начинает циркулировать, охватывая все «источники».

ки» вторичного поля. Если при этом выполняется условие энергетического баланса

$$\frac{1}{2} \oint_s \operatorname{Re} \Pi ds = 0 \quad (5)$$

для произвольной замкнутой поверхности s , охватывающей все «источники» вторичного поля, то возникают замкнутые линии вектора $\operatorname{Re} \Pi$. Вопрос о существовании таких линий может быть доказан аналогично [2].

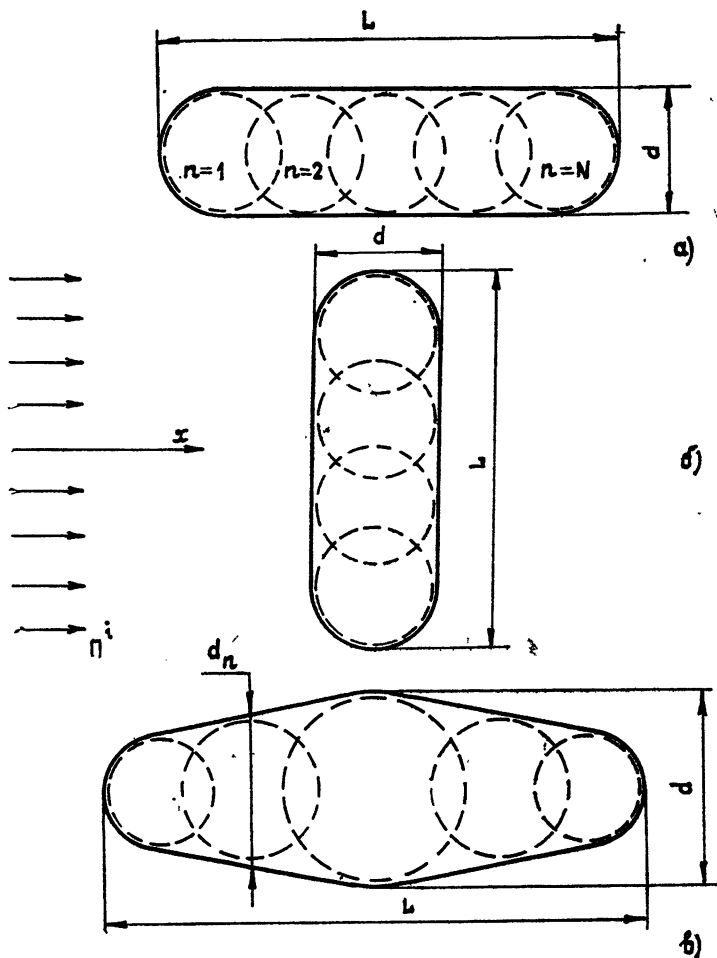


Рис. 2.

Изменяя число, взаимное положение и другие параметры «источников», замкнутым линиям вектора $\operatorname{Re} \Pi$, определяющим профиль рассеивателя, можно придавать различную форму, близкую к заданной. В интересующем нас случае синтеза рассеивателей вытянутой формы «источники» следует располагать в один ряд вдоль продольной оси. Соответствующие примеры представлены на рис. 2. Подробности расчета приведены ниже.

Рассмотрим уравнение баланса (5). Используя теорему сложения для цилиндрических функций [5], можно представить (5) в виде

$$\sum_{n=1}^N P_{0n} + \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=1 \\ n \neq m}}^N P_{nm} + \sum_{n=1}^N P_{nn} = 0, \quad (6)$$

где

$$P_{nn} = \frac{2B_n^2}{q} \quad (7)$$

— мощность собственного излучения поля n -й гармоники;

$$P_{0n} = \frac{2B_n}{q} \cos \left(\psi_n + \frac{\pi}{2} \nu_n + kx_n \right) \quad (8)$$

— мощность взаимодействия поля n -й гармоники с полем падающей волны;

$$P_{nm} = \frac{2B_n B_m}{q} \{ J_{\nu_m - \nu_n}(kR_{mn}) \cos [(\psi_n - \psi_m) + \delta_{mn}(\nu_m - \nu_n)] - N_{\nu_m - \nu_n}(kR_{mn}) \sin [(\psi_n - \psi_m) + \delta_{mn}(\nu_m - \nu_n)] \} \quad (9)$$

— мощность взаимодействия гармоник рассеянного поля.

В выражениях (7)–(9) $q = \omega \varepsilon$ — для H -поляризации или $q = \omega \mu$ — для E -поляризации, x_n — координата точки расположения n -го «источника», R_{mn} — расстояние между «источниками», δ_{mn} — угол между прямой, соединяющей «источники», и направлением распространения падающей волны.

Величина полного сечения рассеяния σ , характеризующая возмущающее действие неоднородности, определяется, как обычно [6], соотношением

$$\sigma = P_s / \Pi^i,$$

где P_s — мощность, рассеянная неоднородностью, Π^i — вектор Пойнтинга падающей волны в месте расположения неоднородности.

В нашем случае, используя (7) и (9), получим

$$\sigma = 2q \frac{\sum_{n=1}^N P_{nn} + \sum_{m=1}^N \sum_{\substack{n=1 \\ m \neq n}}^N P_{mn}}{k}. \quad (10)$$

Величину σ , характеризующую возмущающее действие неоднородности и задаваемую при расчете, обозначим через σ_0 .

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ РАССЕЯННОГО ПОЛЯ

Неизвестными параметрами при расчете являются B_n , ψ_n , ν_n , число «источников» N и расстояние между ними.

Сначала покажем, каким образом можно определить число «источников» N , расстояния между ними и индексы ν_n . Для этого заданный профиль рассеивателя аппроксимируется системой пересекающихся окружностей, как это показано на рис. 2 (влияние уровня пересечения на параметры рассеивателя будет обсуждено позже). Центры этих окружностей определяют положение «источников», а сами окружности соответствуют границе области, внутри которой преобладает движение энергии в азимутальном направлении. Индексы ν_n , характеризующие каждый из «источников», могут быть найдены из условия, аналогично го (3):

$$\nu_n \geq \frac{d_n}{k}, \quad (11)$$

где d_n — размер рассеивателя в поперечном сечении, соответствующем центру n -й окружности (рис. 2).

Остальные $2N$ неизвестных — B_n и ψ_n — должны быть найдены из условия удовлетворения уравнений (6) и (10). Очевидно, для решения системы необходимо наложить некоторые дополнительные условия на неизвестные величины.

Представим B_n и ψ_n в виде

$$\psi_n = \alpha_n \psi_0 \quad \text{и} \quad B_n = \beta_n B_0,$$

где α_n и β_n — заданные коэффициенты пропорциональности (коэффициенты α_n могут быть использованы, например, для сопряжения фаз «источников» с фазой падающей волны).

Система уравнений (6) и (10) в этом случае содержит две неизвестные величины — B_0 и ψ_0 , и решение ее численными методами не вызывает затруднений. В частном случае, если положить $\alpha_n = 1$ (гармоники рассеянного поля синфазны), система распадается: из (10) легко найти B_0 , а затем, решая (6), и ψ_0 .

Для системы «источников», реализующих форму неоднородности, показанную на рис. 2а при $\nu_n = \nu$, $\alpha_n = 1$, $\beta_n = 1$ и $R_{mn} = |m - n|R$, где R — расстояние между соседними источниками, из (6) и (10) получим

$$\sigma = \frac{2\lambda}{\pi} B_0 a. \quad (12)$$

Из (5) и (12) найдем соотношения для неизвестных B_0 и ψ_0 :

$$B_0 = \sqrt{\pi\sigma/2\lambda a}, \quad (13)$$

$$\cos\left(\psi_0 + \frac{\pi}{2}\nu\right) = -\frac{\sqrt{(\pi/2\lambda)\sigma a}}{b},$$

где

$$a = N + 2 \sum_{n=1}^{N-1} (N-n) J_0(nkR),$$

$$b = \begin{cases} \frac{\sin(NkR/2)}{\sin(kR/2)} & \text{при } N = 2p + 1, \\ & p = 1, 2, 3, \dots \\ \frac{\sin\{[(N+1)/4]kR\}}{\sin\{(k/4)R\}} - 1 & \text{при } N = 2p, \\ & p = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

Из (13) следует, что величина σ_0 должна задаваться из условия

$$\sigma_0 \leq \frac{2\lambda}{\pi} \frac{b^2}{a}. \quad (14)$$

Анализ величин, входящих в (14), показывает, что поставленная задача синтеза неоднородности с малым сечением рассеяния всегда разрешима.

При расположении «источников», соответствующем рис. 2б, при тех же условиях получим

$$B_0 = \sqrt{\frac{\pi\sigma}{2\lambda a}}$$

и

$$\cos\left(\psi_0 + \frac{\pi}{2}\nu\right) = -\frac{\sqrt{(\pi/2\lambda)\sigma a}}{N}. \quad (15)$$

Из (15) видно, что задача синтеза разрешима, если

$$\sigma_0 \leq \frac{2\lambda}{\pi} \frac{N^2}{a}. \quad (16)$$

Отметим, что уравнение энергетического баланса (6) соответствует реактивности «источников» в интегральном смысле. Если рассмотреть энергетические соотношения, получающиеся при этом для каждого из «источников», то возможны следующие случаи:

$$1) \quad \begin{cases} \sum_{n=0}^N P_{1n} = 0 \\ \sum_{n=0}^N P_{2n} = 0 \\ \dots \dots \dots \\ \sum_{n=0}^N P_{Nn} = 0 \end{cases} \quad (17)$$

Система уравнений (17) означает, что условие реактивности выполняется не только для всей системы в целом, но и для каждого из «источников», т. е. не только в интегральном, но и в дифференциальном смысле. Замкнутые линии вектора $\text{Re } \Pi$ в этом случае охватывают как все «источники», так и каждый из них в отдельности (рис. 3а).

$$2) \quad \begin{cases} \sum_{n=0}^N P_{1n} = T_1 \\ \sum_{n=0}^N P_{2n} = T_2 \\ \dots \dots \dots \\ \sum_{n=0}^N P_{Nn} = T_N \end{cases} \quad (18)$$

причем

$$\sum_{n=1}^N T_n = 0.$$

Часть «источников» при этом поглощает энергию ($T_n < 0$), часть излучает ($T_n > 0$). В целом система остается чисто реактивной. Картина линий вектора $\text{Re } \Pi$ для этого случая изображена на рис. 3б.

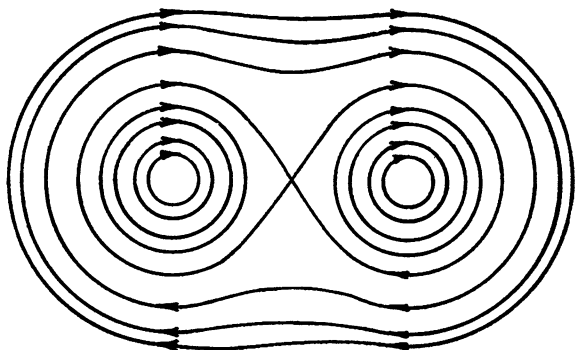
Если параметры «источников» удовлетворяют соотношениям (11), (13) или (11), (15), то форму рассеивателя можно найти, начав расчет линии $\text{Re } \Pi$ с точки, лежащей на кривой, определяющей заданный профиль. При этом обеспечивается точное воспроизведение заданной структуры рассеянного поля и реализации характерных размеров неоднородности с достаточной степенью точности.

Естественно, что представление вторичного поля в виде, соответствующем дискретным «источникам», приводит к некоторой модуляции линий $\text{Re } \Pi$. Период модуляции определяется плотностью расположения «источников», а глубина ее — уровнем пересечения областей с интенсивной азимутальной энергией (пунктирных линий на рис. 2).

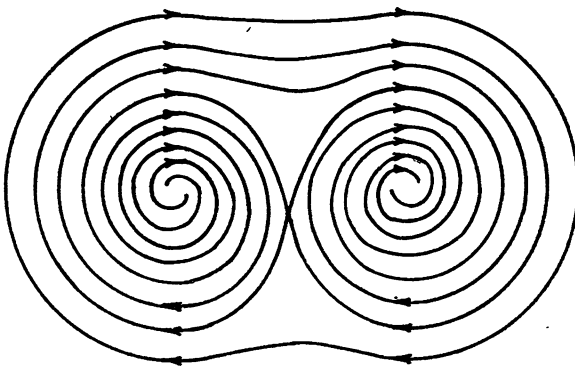
Чем ближе центры «источников», тем плавнее форма синтезируемого рассеивателя. При этом, однако, увеличивается число «источников», что сопровождается возрастанием времени расчета профиля рассеивателя.

Если к диаграмме рассеяния, помимо малого значения σ , предъявляются некоторые специальные требования, например отсутствие побочных максимумов, то в этом случае при выборе расстояний между «ис-

точниками» следует учитывать известные соотношения из теории решеток.



а)



б)

Рис. 3.

Отметим, что структура рассеянного поля (4), как и (2), обеспечивает решение в виде семейства замкнутых линий, каждая из которых соответствует одному и тому же рассеянному полю (рис. 3). Указанный факт связан с известным свойством неоднозначности решения обратных задач [7]. Этим же определяется неоднозначность выбора параметров рассеянного поля, в частности величины ν_n в формуле (11). Предпочтение должно быть отдано решениям, обеспечивающим, кроме требуемого значения σ_0 , более точное воспроизведение требуемой формы, а также удовлетворение некоторых дополнительных требований, например минимума реактивной энергии, циркулирующей вокруг неоднородности, и т. д.

ПРИМЕР СИНТЕЗА

Рассмотрим в качестве примера решение задачи синтеза рассеивателя, существенно вытянутого в поперечном направлении по отношению к падающей волне. Требуемая форма неоднородности показана пунктиром на рис. 4. Очевидно, что «источники» вторичного поля в этом случае следует располагать на прямой, перпендикулярной направлению распространения падающей волны.

Пусть $L = 3,2\lambda$, $d = 0,5\lambda$, а требуемое значение σ_0 составляет $5 \cdot 10^{-2} \lambda$. Выберем параметры вторичного поля следующим образом: $\nu_n = 8$, расстояние между соседними «источниками» $R = 0,42 \lambda$, $N = 7$,

$\alpha_n = 1$, $\beta_n = 1$. Решая (10) и (5), получим $B_0 = 0,09$, $\psi_0 \approx 94^\circ$. На рис. 4 и 5 приведены профиль рассеивателя и распределение поверхностного реактанса x' , нормированного к волновому сопротивлению сво-

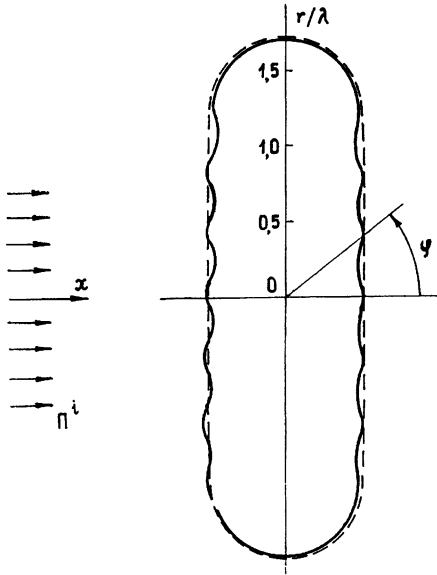


Рис. 4.

бодного пространства, для случая H -поляризации. Как видно из представленных рисунков, решение задачи обеспечивает достаточную точность приближения к требуемой форме. Анализ кривых профиля и по-

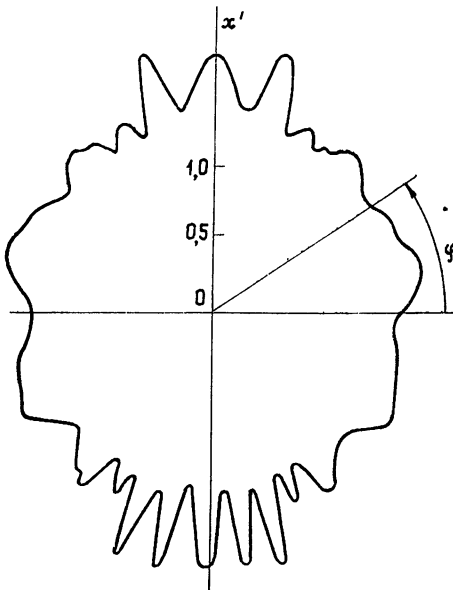


Рис. 5.

верхностного реактанса показывает, что физическая реализация рассчитанных неоднородностей может быть осуществлена, например, с помощью ребристой структуры.

Для сравнения отметим, что величина полного сечения рассеяния металлического цилиндра, диаметр которого равен размеру L неоднородности, составляет $\sim 6\lambda$; для металлической ленты шириной L , расположенной нормально к вектору Π^i , величина $\sigma \approx 6,4\lambda$.

Предлагаемый метод позволяет синтезировать рассеиватели, практически не искажающие структуру падающей плоской волны. При этом форма рассеивателя с достаточной степенью точности приближается к заданной. Полученные результаты могут представить интерес в целом ряде практически важных случаев.

Метод расчета может быть развит для неоднородностей более сложных форм, чем рассмотрено в настоящей работе. Этого можно достичь путем соответствующего выбора параметров и координат «источников» гармоник рассеянного поля (например, располагая их вдоль некоторого контура внутри кривой, соответствующей заданной форме рассеивателя).

ЛИТЕРАТУРА

1. Ерохин Г. А., Кочержевский В. Г.—Радиотехника, 1978, 33, № 11, с. 91.
2. Ерохин Г. А., Кочержевский В. Г.—Изв. вузов — Радиофизика, 1978, 21, № 7, с. 1019.
3. Купрадзе В. Д.—УМН, 1967, 22, № 2, с. 59.
4. Малакшинов Н. П., Сапунова Н. К. Краткие тезисы докладов VII Всесоюзного симпозиума по дифракции и распространению волн. 1977, 3, с. 271.
5. Ватсон Г. Н. Теория бесселевых функций. Ч. I.—М.: ИЛ, 1949.
6. Кинг Р., Тай-Цзунь У. Рассеяние и дифракция электромагнитных волн. / Пер. под ред. Э. Л. Бурштейна.—М.: ИЛ, 1962.
7. Дмитриев В. И., Ильинский А. С., Свешников А. Г.—УМН, 1976, 31, № 6, с. 123.

Московский электротехнический
институт связи

Поступила в редакцию
7 декабря 1979 г.

A SYNTHESIS OF INHOMOGENEITIES POSSESSING SMALL DISTURBING ACTION AND A FORM CLOSE TO THE GIVEN ONE

G. A. Erokhin, V. G. Gofman

A method is considered for the synthesis of inhomogeneities causing small disturbing of an incident plane wave. A problem is solved by the method of synthesis of impedance boundary conditions according to the field structure given a priori. A structure of the scattered field is given in the form corresponding to the system of fictitious sources the location of which is defined by the form of an inhomogeneity.
