

УДК 537.87; 621.371

## ФЛУКТУАЦИИ ИНТЕНСИВНОСТИ КОЛЛИМИРОВАННОГО ПУЧКА, РАССЕЯННОГО ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕЙ ШЕРОХОВАТОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ С КРУПНОМАСШТАБНЫМИ НЕРОВНОСТЯМИ

*C. И. Белоусов, И. Г. Якушкин*

Получено асимптотическое решение задачи о вычислении средней интенсивности и среднего квадрата интенсивности поля коллимированного пучка, рассеянного на шероховатой идеально проводящей поверхности, в приближении Кирхгофа при больших значениях параметра Рэлея. Исследовано влияние параметров задачи (среднеквадратичной высоты и характерного размера неровностей, размера пучка, расстояния до освещенной части поверхности от точки наблюдения) на указанные характеристики пучка. Проведен численный расчет индекса мерцаний на оси гауссова пучка в случае нормального падения

1. Для исследования рассеяния электромагнитных волн случайно-неоднородной поверхностью с неоднородностями, радиус кривизны которых много больше длины волны, при не очень пологом падении волны на поверхность обычно используется приближение Кирхгофа [1, 2]. При этом дифракционная задача решается в явном виде, и рассеянное поле выражается через интеграл по рассеивающей поверхности.

В существующих исследованиях главное внимание уделено вычислению первого и второго моментов рассеянного поля (среднее поле, средняя интенсивность, функция когерентности, поляризационная матрица), а также средних и среднеквадратичных характеристик амплитуды и фазы, вычисленных в приближении геометрической оптики. В различных работах [1, 3–5] были проведены вычисления для разных типов падающего поля (плоская волна, сферическая волна, направленное излучение). При этом, однако, в большинстве работ делались предположения, эквивалентные замене рассеивающей поверхности фазовым экраном. При наиболее общих предположениях вычисления среднего поля и средней интенсивности проведены в работе [6], однако ход вычислений в этой работе весьма сложен. Флуктуации интенсивности для больших по сравнению с длиной волны неоднородностей изучались лишь методами, использующими нестрогие рассуждения [1, 4, 7].

В настоящей работе единым методом получено асимптотическое решение задачи о вычислении средней интенсивности  $\bar{I}$  и среднего квадрата интенсивности  $\bar{I}^2$  поля коллимированного пучка, рассеянного на шероховатой идеально проводящей поверхности, в приближении Кирхгофа при  $kh_0 \rightarrow \infty$  ( $k$  — волновое число,  $h_0$  — среднеквадратичная высота неровностей).

2. Пусть на случайно-неоднородную идеально проводящую поверхность  $z = \zeta(\rho)$  с заданными статистическими характеристиками ( $\zeta = 0$ ,  $\zeta^2 = h_0^2$ ) падает коллимированный пучок с единичным волновым вектором  $\alpha \{\mathbf{x}, \sqrt{1 - \mathbf{x}^2} \mathbf{z}_0\}$  ( $\mathbf{z}_0$  — единичный вектор координаты  $z$ ), характерным размером  $a$  и распределением амплитуды  $A_0(\rho_0)$ .

$(\rho_0(\rho) = \rho_c - \alpha(\alpha\rho_c), \rho_c = \rho + \zeta(\rho)z_0)$ ,  $\rho$  — вектор, лежащий в плоскости  $z = 0$ ). Начало координат определим в точке пересечения осью пучка плоскости  $z = 0$  (рис. 1).

Для поля  $E_r$ , рассеянного в точку наблюдения  $r_1(\rho_1, z_1)$ , имеем [1]:

$$E_r = i \frac{\hbar}{2\pi} \int [\beta [E_i N]] \frac{\exp(ikR)}{R} d\rho, \quad (1)$$

где интегрирование ведется по плоскости  $z = 0$ ,  $R = [(\rho_1 - \rho)^2 + (z_1 - \zeta)^2]^{1/2}$  — расстояние от поверхности до точки наблюдения,  $\beta \{q, \sqrt{1 - q^2} z_0\}$  — единичный волновой вектор рассеянного поля,  $q = (\rho_1 - \rho)/R$ ,  $N \{-\gamma, z_0\}$  — вектор, нормальный к поверхности  $\zeta(\rho)$ ,  $\gamma = d\zeta/d\rho$ ,  $E_i$  — падающее поле.

Предположим, что параметр Рэлея  $p_0 = 2kh_0 \sqrt{1 - \kappa^2}$  велик,  $p_0 \gg 1$ , и  $a \gg l p_0^{-1/2}$  ( $l = \max(l_x, l_y)$ ,  $l_x, l_y$  — характерные масштабы неровностей по осям  $x$  и  $y$  в плоскости  $z = 0$ ).

Используя (1), для интенсивности поля получим выражение

$$I = \frac{k^2}{(2\pi)^2} \int A(\rho) A(\rho') F(\rho) F(\rho') \exp[ik[\Psi(\rho_c) - \Psi(\rho'_c)]] d\rho d\rho', \quad (2)$$

где

$$A(\rho) = \frac{\beta N}{R} A_0(\rho_0), \quad \Psi(\rho_c) = \alpha \rho_c^\frac{1}{2} + R, \quad F(\rho) =$$

функция затенения, равная единице на освещенных участках поверхности и нулю на затененных [1].

Проведя замену переменных  $u = (\rho + \rho')/2$ ,  $v = (\rho - \rho')/2$ , воспользуемся тем, что при  $kh_0 \gg 1$  рассеяние от различных участков поверхности можно считать некогерентным. В силу этого при усреднении (2) существенный вклад в интеграл вносит только область малых

$v = |v| \sim lp_0^{-1} \ll l$ . Поэтому разложим амплитуду и фазу подынтегрального выражения в ряд Тейлора по  $v$ . Ограничимся для амплитуды первым членом разложения, а для фазы учтем линейное по  $v$  слагаемое. В результате получим:

$$\bar{I} = \frac{k^2}{\pi^2} \int A^2(u) \exp[2ikpv] \times W_1(\zeta, \gamma, \kappa, q) du dv d\gamma d\zeta, \quad (3)$$

где

$$p = \kappa - q - (\sqrt{1 - \kappa^2} + \sqrt{1 - q^2}) \gamma, \quad W_1(\zeta, \gamma, \kappa, q) =$$

совместная плотность распределения вероятности для возвышения  $\zeta$  и наклона  $\gamma$  поверхности с учетом затенений [1].

Проводя в (3) интегрирование по  $v$  и  $\gamma$  и используя соотношение  $\beta = \alpha - 2n(n\alpha)$ , где  $n = N(1 + \gamma^2)^{-1/2}$  [1], приходим к формуле

$$\bar{I} = \int \frac{(1 - \alpha\beta)^2 A_0^2(\rho_0(u)) W_1(\zeta, \gamma_m, \kappa, q)}{(\sqrt{1 - \kappa^2} + \sqrt{1 - q^2})^4 R^2} du d\zeta, \quad (4)$$

где  $\gamma_m = (\mathbf{x} - \mathbf{q}) / (\sqrt{1 - \mathbf{x}^2} + \sqrt{1 - \mathbf{q}^2})$  — наклон поверхности, соответствующий зеркальному отражению. Таким образом,  $\bar{I}$  определяется вкладом лучей, пришедших от зеркально отражающих точек.

Введем параметр  $d = (al/R_0 h_0)$  ( $R_0 = \sqrt{\rho_1^2 + z_1^2}$ ), равный отношению размера пучка к размеру области, существенной для отражения. Пусть  $d \gg 1$ , тогда в точку наблюдения приходят лучи из области, много меньшей, чем участок поверхности, освещенный падающим полем. Центр рассеивающего участка  $\mathbf{u}_c$  определяется выражением  $\mathbf{x} = \mathbf{q}_c = (\rho_1 - \mathbf{u}_c) / \sqrt{(\rho_1 - \mathbf{u}_c)^2 + (z_1 - \zeta)^2}$ , а формула (4) принимает вид

$$\bar{I} = \int A_0^2(\rho_0(\mathbf{u}_c)) d\zeta \int \frac{(1 - \alpha\beta)^2 W_1(\zeta, \gamma_m, \mathbf{x}, \mathbf{q})}{(\sqrt{1 - \mathbf{x}^2} + \sqrt{1 - \mathbf{q}^2})^4 R^2} du. \quad (5)$$

При таких значениях  $d$  вклад неровностей в размытие пучка невелик.

В случае  $d \ll 1$  в точку наблюдения приходят лучи со всей освещенной области и из (4) имеем:

$$\bar{I} = \int \frac{(1 - \alpha\beta_0)^2 W_1(\zeta, \gamma_{m0}, \mathbf{x}, \mathbf{q}_0)}{(\sqrt{1 - \mathbf{x}^2} + \sqrt{1 - \mathbf{q}^2})^4 R_0^2} d\zeta \int A_0^2(\rho_0(\mathbf{u})) du, \quad (6)$$

где  $\gamma_{m0}$ ,  $\beta_0$ ,  $R_0$  определяются условием  $\rho_0 = 0$ ,  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 = \zeta \frac{\mathbf{x}}{\sqrt{1 - \mathbf{x}^2}}$ .

В этой области размытие пучка и его эффективные размеры  $a_{\text{эфф}}$  определяются неровностями поверхности:  $a_{\text{эфф}} \sim R_0 h_0 / l$ . Из (4) легко получить аналогичные формулы, выражающие  $\bar{I}$  через интеграл по  $\gamma$  и  $\zeta$  или по  $\mathbf{q}$  и  $\zeta$ .

Отметим, что полученные формулы, при  $a \gg h_0 \mathbf{x} / \sqrt{1 - \mathbf{x}^2}$  и  $z_1 \gg h_0$ , когда в  $A_0$  и  $R$  можно пренебречь зависимостью от  $\zeta$ , дают приближение обобщенного фазового экрана (все отражающие точки, с различными наклонами, находятся в плоскости  $z = 0$ , но набег фазы на экране зависит от угла падения волны).

Приведенный простой вывод выражения для средней интенсивности обобщает известные ранее результаты [1-5] и позволяет уточнить пределы применимости используемых приближений.

3. Используя представление (1) для поля, запишем выражение для квадрата интенсивности в виде

$$I^2 = \frac{k^4}{(2\pi)^4} \int \exp[ik(\Psi(\rho_{1\zeta}) + \Psi(\rho_{2\zeta}) - \Psi(\rho_{3\zeta}) - \Psi(\rho_{4\zeta}))] \prod_{i=1}^4 A(\rho_i) F(\rho_i) d\rho_i. \quad (7)$$

Перейдем к переменным

$$s = \frac{\rho_1 + \rho_2 + \rho_3 + \rho_4}{2}, \quad u = \frac{\rho_1 - \rho_2 + \rho_3 - \rho_4}{2},$$

$$v = \frac{\rho_1 - \rho_2 - \rho_3 + \rho_4}{2}, \quad w = \frac{\rho_1 + \rho_2 - \rho_3 - \rho_4}{2}.$$

Для упрощения (7) учтем то, что при усреднении подынтегральное выражение оказывается практически равным нулю всюду, кроме областей когерентности, т. е. тех областей, где малы значения переменных

$(u, w)$  или  $(v, w)$  [8]. Поэтому, если представить усредненное выражение (7) в виде удвоенного (в силу симметрии) интеграла по областей  $v < u$ , то подынтегральное выражение можно разложить в ряд Тейлора по малым переменным  $v$  и  $w$ . В результате получаем:

$$\overline{I^2} = \frac{2k^4}{(2\pi)^4} \int ds du dv dw d\zeta_1 d\zeta_2 d\gamma_1 d\gamma_2 A_1^2 A_2^2 \times \\ (8)$$

$$\times \exp \{ik(p_1 - p_2)v + ik(p_1 + p_2)w\} W(\zeta_1, \zeta_2, \gamma_1, \gamma_2, x, q_1, q_2).$$

Индексы 1 и 2 у введенных ранее обозначений означают, что данные величины относятся в плоскости  $z = \text{const}$  к точкам с координатами  $(s + u)/2$  и  $(s - u)/2$  соответственно.

Представим  $\overline{I^2}$  в виде суммы трех слагаемых:  $\overline{I^2} = J_1 + J_2 + J_3$ , где  $J_1$  — результат интегрирования по  $u > l$ , а для  $J_2$  и  $J_3$  справедливы формулы

$$J_2 = \frac{2k^4}{(2\pi)^4} \int_{\substack{u < l \\ v < u}} ds du dv dw \left\{ \int d\zeta_1 d\zeta_2 d\gamma_1 d\gamma_2 A_1^2 A_2^2 \times \right.$$

$$\times \exp \{ik(p_1 - p_2)v + ik(p_1 + p_2)w\} W(\zeta_1, \zeta_2, \gamma_1, \gamma_2, x, q_1, q_2) - \\ - \int d\zeta d\gamma d\gamma' A^4 \exp \{ikup'v + 2ikp'w\} W'(\zeta, \gamma, \gamma', x, q) \}; \quad (9)$$

$$J_3 = \frac{2k^4}{(2\pi)^4} \int_{\substack{u < l \\ v < u}} ds du dv dw d\zeta d\gamma d\gamma' A^4 W'(\zeta, \gamma, \gamma', x, q) \times \\ \times \exp \{ikup'v + 2ikp'w\}, \quad (10)$$

где

$$p' = \lim_{u \rightarrow 0} \frac{p_1 - p_2}{u}, \quad \gamma' = \lim_{u \rightarrow 0} \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{u},$$

$$p' = q' - (\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-q^2}) \gamma', \quad q' = \frac{u_0 - q(qu_0)}{R},$$

$u_0 = u/u$ , отсутствие индексов у ранее введенных величин означает, что они относятся к точке  $u = 0$ .

Следуя методике вычислений подобных интегралов, изложенной в [8], с точностью до  $O((kh_0)^0)$  в  $J_1$  и  $J_2$  верхний предел интегрирования по  $v$  можно положить равным  $\infty$ . После этого, вычисляя, получим:

$$J_1 = \frac{1}{2} \int_{u > l} ds du d\zeta_1 d\zeta_2 \frac{(1 - \alpha\beta_1)^2 (1 - \alpha\beta_2)^2 A_{01}^2 A_{02}^2}{(\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-q_1^2})^4 (\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-q_2^2})^4 R_1^2 R_2^2} \times \\ \times W(\zeta_1, \zeta_2, \gamma_{m1}, \gamma_{m2}, x, q_1, q_2); \quad (11)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} \int_{u < l} ds du \times$$

$$\times \left\{ \int d\zeta_1 d\zeta_2 \frac{(1 - \alpha\beta_1)^2 (1 - \alpha\beta_2)^2 A_{01}^2 A_{02}^2}{(\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-q_1^2})^4 (\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-q_2^2})^4 R_1^2 R_2^2} \times \right.$$

$$\times W(\zeta_1, \zeta_2, \gamma_{m1}, \gamma_{m2}, x, q_1, q_2) - \int d\zeta \frac{(1-\alpha\beta)^4 A_0^4}{(\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-q^2})^8 u^2 R^4} \times \\ \times W'(\zeta, \gamma_m, \gamma'_m, x, q) \Big\} , \quad (12)$$

где

$$\gamma'_m = \frac{q'}{\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-q^2}} .$$

В формуле (9), используя замены переменных  $t = (2kh_0 u/l^2) v$  и  $x = (2kh_0/l) u$  и проводя интегрирование по частям по  $x$ , получим с точностью до  $O((kh_0)^0)$ :

$$J_3 = \frac{1}{4} \ln(2kh_0) \int_0^{2\pi} d\varphi_x \times \\ \times \int ds d\zeta \frac{(1-\alpha\beta)^4 A_0^4 W'(\zeta, \gamma_m, \gamma'_m, x, q)}{(\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-q^2})^8 R^4} - \frac{l^4}{32\pi h_0^2} \times \quad (13) \\ \times \int dx \ln x \int ds d\zeta d\gamma' \frac{(1-\alpha\beta)^4 A_0^4 W'(\zeta, \gamma_m, \gamma'_m, x, q)}{(\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-q^2})^{16} R^4} J_0 \left( \frac{l^2 x}{2h_0} |\mathbf{p}'| \right) ,$$

где  $J_0(x)$  — функция Бесселя.

Суммирование (10), (11) и (12) дает окончательную асимптотическую формулу для  $I^2$ .

Полученные формулы позволяют определить дисперсию флюктуаций интенсивности для произвольного вида  $W$  и  $W'$ .

При выполнении условий  $h_0 x (1-x^2)^{-1/2} \ll a$  и  $h_0 \ll R$  (приближение обобщенного фазового экрана) в формулах (11), (12), (13) удаётся провести интегрирование по  $\zeta, \zeta_1, \zeta_2$ , в результате чего в формулах остаются лишь плотности вероятности для наклонов поверхности. В этом случае (обозначения  $W$  и  $W'$  сохраняем) для нормального закона распределения, когда затенениями можно пренебречь, а структурная функция возвышений имеет вид  $D(\rho) = 2h^2 D(\rho/l)$  (где  $h$  и  $l$  определяются из условий  $D''(0) = 1$ ,  $D^{l \ll}(0) = -2$ ), для  $W$  и  $W'$  справедливы формулы

$$W(\gamma_1, \gamma_2) = \frac{l^6 \sqrt{\varphi_1(u/l) \varphi_2(u/l) \varphi_3(u/l) \varphi_4(u/l)}}{4\pi^2 h^4 u^2} \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{l^2}{4h^2} \left\{ \frac{l^2}{u^2} \left[ (\mathbf{u}_0(\gamma_1 - \gamma_2))^2 \varphi_1(u/l) + [(\gamma_1 - \gamma_2)^2 - (\mathbf{u}_0(\gamma_1 - \gamma_2))^2] \times \right. \right. \right. \\ \times \varphi_2(u/l) \left. \left. \left. \right] + (\mathbf{u}_0(\gamma_1 + \gamma_2))^2 \varphi_3(u/l) + [(\gamma_1 + \gamma_2)^2 - (\mathbf{u}_0(\gamma_1 + \gamma_2))^2] \varphi_4(u/l) \right\} \right\} ; \quad (14)$$

$$W'(\gamma, \gamma') = \frac{\sqrt{3} l^6}{8\pi^2 h^4} \exp \left\{ -\frac{l^4}{4h^2} (\mathbf{u}_0 \gamma')^2 - \frac{3l^4}{4h^2} [(\gamma')^2 - \right. \\ \left. - (\mathbf{u}_0 \gamma')^2] - \frac{l^2}{2h^2} (\gamma')^2 \right\} , \quad (15)$$

где

$$\varphi_1(x) = \frac{x^2}{1 - D'(x)}; \quad \varphi_2(x) = \frac{x^2}{1 - \frac{D'(x)}{x}};$$

$$\varphi_3(x) = \frac{1}{1 + D''(x)}; \quad \varphi_4(x) = \frac{1}{1 + \frac{D'(x)}{x}}.$$

4. Конкретизируем вычисления среднего квадрата интенсивности и средней интенсивности для следующих условий.

1. Пучок падает нормально к поверхности  $z = 0$  ( $\mathbf{r} = 0$ ).

2. Для рассеянного поля выполняется условие применимости малоуглового приближения ( $\rho_1 \ll z_1$  и  $a \ll z_1$  или  $h \ll l$ ). Подставляя (14), (15) в формулы для определения  $\bar{I}^2$  и вводя обозначение  $I_i$  для распределения интенсивности в падающем пучке, получим:

$$\bar{I}^2(\mathbf{r}_1) = G(0, \rho_1) [2\sqrt{3}\Delta^2 e^{-\Delta^2} \ln(2kh) - Q] + \quad (16)$$

$$+ 4\Delta^2 \int_0^\infty du \ln u \frac{d}{du} [\sqrt{\varphi_1(u)\varphi_2(u)} G(u, \rho_1) \exp(-\Delta^2 \varphi_1(u))],$$

где

$$\Delta = \frac{dl}{4a}, \quad Q = \frac{2\Delta^2}{\pi} \int dx \ln x \exp\left(-x^2 \left(\cos^2 \varphi_x + \frac{\sin^2 \varphi_x}{3}\right)\right) \times$$

$$\times \cos(2\Delta x \cos \varphi_x), \quad G(u, \rho_1) = \frac{\Delta^2}{2\pi^2} \sqrt{\varphi_3(u)\varphi_4(u)} \int_0^{2\pi} d\varphi_u \int ds \times$$

$$\times I_i\left(\frac{s+u}{2}l\right) I_i\left(\frac{s-u}{2}l\right) e^{-\Delta^2 \Phi}, \quad \Phi = \varphi_3(u)((s-\rho_1)u)^2 +$$

$$+ \varphi_4(u)[(s-\rho_1)^2 u^2 - ((s-\rho_1)u)^2].$$

Аналогичные вычисления для средней интенсивности дают:

$$\bar{I}(\mathbf{r}_1) = \frac{\Delta^2}{2\pi} \int ds I_i\left(\frac{s}{2}l\right) \exp\left\{-\frac{\Delta^2}{2}|s-\rho_1|^2\right\}. \quad (17)$$

Полученные выражения полностью эквивалентны результату, полученному при определении флюктуаций интенсивности в пучке, прошедшем через случайный фазовый экран [9].

Используем полученные формулы для определения индекса мерцаний  $m^2 = \bar{I}^2 / (\bar{I})^2 - 1$  в случае гауссова пучка  $I_i(s) = \exp(-s^2/a^2)$ .

Вычисления показывают, что  $m^2$  возрастает при удалении от оси пучка, а характер мерцаний существенно зависит от введенного ранее параметра  $d$ . При  $d \gg 1$  мерцания в пучке совпадают с мерцаниями плоской волны [8]. Влияние ограниченности пучка наиболее заметно при  $d \ll 1$ , где формула для  $m^2$  принимает вид

$$m^2(\mathbf{r}_1) + 1 = \frac{1}{4} \left(\frac{l}{a}\right)^2 \exp(\rho_1/a_{\text{эфф}})^2 \left\{2\sqrt{3}e^{-\Delta^2} \ln(2kh) - \frac{Q}{\Delta^2} + \right.$$

$$\left. + 4 \int_0^1 \frac{du}{u} \left[ \exp\left[-\frac{u^2}{2} \left(\frac{l}{a}\right)^2 + \left(\frac{\rho_1}{a_{\text{эфф}}}\right)^2 (1 - \varphi_3(u) - \varphi_4(u))\right] \times \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& \times I_0 \left( \left( \frac{\rho_1}{a_{\text{эфф}}} \right)^2 (\varphi_3(u) - \varphi_4(u)) \right) \sqrt{\varphi_1(u) \varphi_2(u) \varphi_3(u) \varphi_4(u)} \exp [-\Delta^2 \varphi_1(u)] - \\
& - \sqrt{3} e^{-\Delta^2} \Big] + 2 \left( \frac{l}{a} \right)^2 \int_1^\infty \frac{du}{u} \exp \left( -\frac{u^2}{2} \left( \frac{l}{a} \right)^2 \right) \left[ \exp \left[ \left( \frac{\rho_1}{a_{\text{эфф}}} \right)^2 \times \right. \right. \\
& \times (2 - \varphi_3(u) - \varphi_4(u)) \Big] I_0 \left( \left( \frac{\rho_1}{a_{\text{эфф}}} \right)^2 (\varphi_3(u) - \varphi_4(u)) \right) \times \quad (18) \\
& \times \sqrt{\varphi_1(u) \varphi_2(u) \varphi_3(u) \varphi_4(u)} \exp [-\Delta^2 \varphi_1(u)] - u^2 \Big] + \\
& + 2 \exp \left( -\frac{1}{2} \left( \frac{l}{a} \right)^2 \right),
\end{aligned}$$

где  $I_0(x)$  — модифицированная функция Бесселя,  $a_{\text{эфф}} = l/\sqrt{2}\Delta$  — эффективная ширина рассеянного пучка при  $d \ll 1$ .

Как можно видеть при  $d \ll 1$ , величина индекса мерцаний зависит от соотношения  $l$  и  $a$ . При  $l \ll a$ , в результате интерференции многих лучей, отраженных от зеркальных точек, с независимыми фазами происходит нормализация поля и  $m^2 \approx 1$ . В случае  $l \gg a$  поле определяется отражением от одной зеркальной точки на поверхности и

$$m^2 \approx \frac{1}{4} \left( \frac{l}{a} \right)^2 \exp(\rho_1/a_{\text{эфф}})^2 \left\{ 2 \sqrt{3} e^{-\Delta^2} \left[ \ln \left( \frac{4kh a^2}{l^2} \right) - C \right] - \frac{Q}{\Delta^2} \right\}, \quad (19)$$

где  $C$  — постоянная Эйлера.

Из (19) следует, что при  $\Delta \rightarrow 0$  уровень мерцаний не зависит от вида  $D(\rho)$ , а определяется отношением  $l/a$  и величиной  $kh$ .

На основании полученных выражений (16), (17) для индекса мерцаний в случае гауссова пучка были проведены численные расчеты. Результаты расчета  $m^2$ , при гауссовой функции корреляции  $b_\zeta(\rho)$ , на сси пучка представлены на рис. 2—5.

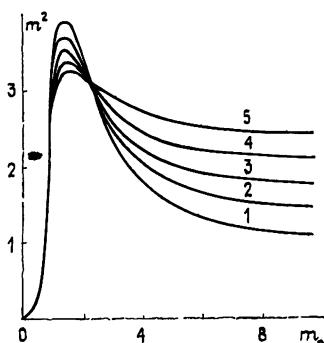
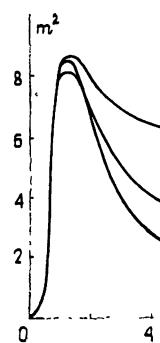
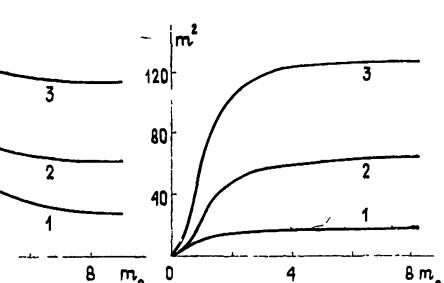


Рис. 2.



а)



б)

На рис. 2, 3а, 3б приведены зависимости  $m^2(m_0)$  ( $m_0 = 2/\sqrt{3}\Delta = 8h z_1/\sqrt{3}l^2$  — корень квадратный из дисперсии флуктуаций интенсивности в области слабых флуктуаций) при различных значениях отношения  $l/a$  для  $kh = 5$  (рис. 2, значения  $l/a = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1$  соответствуют кривым 1—5) и для  $kh = 200$  (рис. 3а, значениям  $l/a = 0,2; 0,6; 1$  соответствуют кривые 1—3; рис. 3б, значениям  $l/a = 2, 5, 10$

соответствуют кривые 1—3). При  $l/a < 0,2$  полученные результаты расчета с 5-процентной точностью совпадают со случаем плоской волны  $a \rightarrow \infty$ . Для  $l/a > 0,2$  имеет место заметное отличие от случая плоской волны при  $m_0 > 1$ . С увеличением  $m_0$  происходит насыщение флюктуаций, уровень которого, как и следует из предварительного анализа, зависит от отношения  $l/a$  и величины  $kh$ .

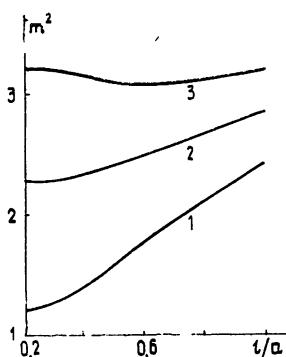


Рис. 4.

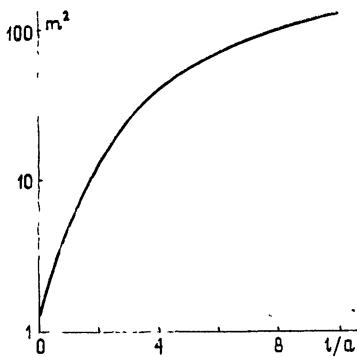


Рис. 5.

Рис. 4, 5 иллюстрируют зависимость индекса мерцаний от отношения  $l/a$  при постоянном значении  $m_0$  (кривые 1—3 рис. 4 соответствуют значениям  $m_0 = 9, 3, 2$ , кривая рис. 5 соответствует  $m_0 = 9$ ).

Как показывает аналитическое и численное исследование, индекс мерцаний существенно меняется в зависимости от параметра  $l/a$  и, таким образом, содержит информацию о масштабе неоднородностей поверхности.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. — М.: Наука, 1972.
2. Шмелев А. Б. — УФН, 1972, 106, № 3, с. 459
3. Шмелев А. Б. Вопросы излучения и распространения волн. — М.: РТИ АН СССР, 1971, с. 54
4. Jakeman E., Pusey P. N. — J. Phys. A: Math. Gen., 1975, 8, № 3; с. 369.
5. Тамойкин В. В., Фрайман А. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1968, 11, № 1, с. 56.
6. Просин А. В., Павельев А. Г. Передача информации по радиоканалам, содержащим статистические неоднородности — М.: Наука, 1976, с. 91.
7. Лементюк Ю. А., Фукс И. М. — Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 4, с. 503.
8. Якушкин И. Г. — Изв. вузов — Радиофизика, 1974, 17, № 9, с. 1350
9. Якушкин И. Г. — Труды МЭИ, 1974, № 194, с. 112.

Институт физики атмосферы  
АН СССР

Поступила в редакцию  
20 октября 1980 г.

#### INTENSITY FLUCTUATIONS OF A COLLIMATED BEAM SCATTERED BY AN IDEALLY CONDUCTING ROUGH SURFACE WITH LARGE SCALE ROUGHNESSES

S. I. Belousov, I. G. Yakushkin

The asymptotic solution of a problem has been obtained on calculation of the mean intensity and the mean quadrate of the field intensity of a collimated beam scattered by a rough ideally conducting surface in the Kirchhoff approximation at large values of the Rayleigh parameter. An effect of the problem parameters is studied (rms height and the characteristic dimension of roughnesses, dimension of the beam, the distance from the observation point up to the illuminated part of the surface on the given characteristics of the beam. A numerical calculation of the scintillation index is made at the axis of the Gaussian beam in the case of the normal incidence