

УДК 621 396.67

## ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СЛУЧАЙНОГО ПОЛЯ В ЗОНЕ ФРЕНЕЛЯ РАДИООПТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

*Н. А. Потанов*

Исследованы основные характеристики радиооптической системы обработки сигналов в зоне Френеля. Определены величины дисперсионных ошибок измерения координат случайного источника излучения из-за неточного знания частоты излучения при совместном определении дальности и угловой координаты источника по кривизне и по направлению прихода волнового фронта. Оценено влияние дисперсионных свойств когерентно-оптического процессора на возможности пространственного разрешения по направлению и по дальности случайных источников с различными центральными частотами излучения.

Общность ряда свойств систем преобразования сигналов в радио и оптике обуславливает значительный интерес к применению оптических методов для обработки сигналов антенных решеток [1-4]. В большинстве работ по радиооптическим антенным решеткам исследуется обработка сигналов, поступающих из дальней волновой зоны [2, 3]. Возможности радиооптической обработки сигналов в зоне Френеля, когда необходимо учитывать кривизну волновых фронтов сигналов на раскрые антенны, изучены не достаточно полно. Конкретные результаты по анализу указанных возможностей получены в [4] лишь для случая эквидистантной линейной антенной решетки (ЛАР) и источника детерминированного сигнала.

В данной статье исследуются следующие вопросы:

1) Определяется закон расположения пространственно-временных модуляторов света во входной плоскости когерентно-оптического процессора (КОП), обеспечивающий когерентное суммирование сигналов в выходной плоскости КОП и позволяющий определить угловую координату и дальность источника излучения по координатам его изображения на выходе КОП в случае, когда элементы ЛАР расположены по заданному закону, который может быть как эквидистантным, так и неэквидистантным. При этом измерение дальности источника излучения осуществляется по кривизне волнового фронта сигнала, создаваемого источником на раскрые ЛАР.

2) Определяются величины дисперсионных ошибок измерения координат источника излучения из-за неточного знания частоты излучения при совместном определении дальности и угловой координаты случайного источника поля по кривизне и по направлению прихода его волнового фронта.

3) Оценивается влияние дисперсионных свойств КОП на возможности пространственного разрешения по дальности и по направлению случайных источников с различными, в общем случае, центральными частотами излучения.

Рассмотрим прием сигналов от случайных источников поля антенной решеткой, ориентированной вдоль оси  $Ox$  системы координат  $xOy$  (рис. 1). Пусть апертура ЛАР равна  $L$ , а  $k$ -й элемент ЛАР расположен

в точке с координатами  $(x_k, 0)$ . Последовательность значений  $\{x_k\}$  определяет закон расположения  $N = 2m + 1$  элементов ЛАР по ее апертуре. Положим для определенности  $x_0 = 0$ ,  $x_{-m} = -L/2$ ,  $x_m = L/2$ . Для упрощения выкладок будем считать, что все случайные источники поля находятся в области  $|\theta| \leq \theta_{\max}$ ,  $R \geq R_{\min}$  плоскости  $xOy$  (рис. 1), а все  $N = 2m + 1$  элементов ЛАР являются слабонаправленными в пределах указанной области.

В однородной среде без дисперсии и поглощения скалярное поле на раскрыте ЛАР, создаваемое  $j$ -м малоразмерным («точечным») случайным источником излучения, можно представить в виде [5]

$$U(t, x_k) = -\frac{1}{4\pi r_{kj}} q_j \left( t - \frac{r_{kj}}{c} \right) =$$

$$= -\frac{1}{4\pi r_{kj}} \operatorname{Re} \left\{ \dot{Q}_j \left( t - \frac{r_{kj}}{c} \right) \exp \left[ -i\Omega_j \left( t - \frac{r_{kj}}{c} \right) \right] \right\}, \quad (1)$$

где  $\dot{Q}_j(t)$  — комплексная амплитуда  $j$ -го случайного источника поля  $q_j(t)$ ;  $r_{kj} = \sqrt{R_j^2 + x_k^2 - 2x_k R_j \sin \theta_j}$ ;  $\theta_j, R_j$  — угловая координата и дальность  $j$ -го источника излучения;  $\Omega_j = 2\pi f_j = 2\pi c/\Lambda_j$  — его центральная частота излучения,  $c$  — скорость света.

Рассмотрим случай, когда  $R_j \gg L$ . Тогда

$$r_{kj} \doteq R_j - L \sin \theta z_k + \frac{L^2 \cos^2 \theta_j}{2R_j} z_k^2,$$

где  $z_k \doteq x_k/L$ , и сигнал на выходе  $k$ -го элемента ЛАР с апертурным множителем  $\dot{\Psi}(z_k)$  можно записать в виде

$$u(t, z_k) \doteq -\frac{1}{4\pi R_j} \operatorname{Re} \left\{ \dot{\Psi}(z_k) \dot{Q}_j \left( t - \frac{R_j}{c} + \frac{\rho_{\theta j}}{f_j} z_k - \right. \right.$$

$$\left. \left. - 4 \frac{\rho_{Rj}}{f_j} z_k^2 \right) \exp \left[ -i \left( \Omega_j t - 2\pi \frac{R_j}{\Lambda_j} \right) \right] \exp \left[ -i 2\pi \left( \rho_{\theta j} z_k - 4 \rho_{Rj} z_k^2 \right) \right] \right\}, \quad (2)$$

где

$$\rho_{\theta j} = \frac{L}{\Lambda_j} \sin \theta_j, \quad \rho_{Rj} = \frac{L}{\Lambda_j} \frac{L \cos^2 \theta_j}{8 R_j}. \quad (3)$$

Если  $\tau_k \gg \rho_{\theta j}/f_j$ ,  $\rho_{Rj}/f_j$ , где  $\tau_k$  — время корреляции случайного излучения, то флуктуации сигналов в различных элементах ЛАР являются «дружными», что позволяет осуществить частично когерентное суммирование сигналов ЛАР [6]. Для этого необходимо компенсировать в  $k$ -м элементе ЛАР ( $k = -m, m$ ) линейный набег фазы  $2\pi \rho_{\theta j} z_k$ , зависящий от направления прихода волнового фронта, и квадратичный фазовый набег  $-8\pi \rho_{Rj} z_k^2$ , зависящий от кривизны волнового фронта принимаемого излучения.

Покажем, что указанную компенсацию можно осуществить с помощью КОП, схема которого представлена на рис. 2. Входная плоскость  $x_1 O y_1$  КОП расположена в передней фокальной плоскости сферической линзы, а выходная плоскость  $x' O y'$  КОП — в задней фокальной плоскости линзы. Во входной плоскости  $x_1 O y_1$  КОП помещены  $N = 2m + 1$  идентичных модуляторов света, центры которых находятся в точках с координатами

$$x_{1k} = lz_k, \quad y_{1k} = l/2 - 4lz_k^2, \quad (4)$$

где  $k = \overline{-m, m}$ ,  $l$  — расстояние между центрами крайних модуляторов вдоль оси  $Ox_1$ . Формулы (4) задают закон расположения модуляторов во входной плоскости КОП. Как видно из (4), этот закон определяется последовательностью значений  $\{z_k\}$ , т. е. законом расположения элементов ЛАР по ее апертуре.

Действие  $k$ -го модулятора света ( $k = \overline{-m, m}$ ) при поступлении на него сигнала с  $k$ -го элемента ЛАР можно охарактеризовать пространственно-временным коэффициентом пропускания

$$\text{rect} \left( \frac{x_1 - x_{1k}}{b} \right) \text{rect} \left( \frac{y_1 - y_{1k}}{d} \right) \dot{T} [u(t, z_k)],$$

где

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1/2 \\ 0, & |x| > 1/2 \end{cases},$$

$b$  и  $d$  — размеры модулятора по осям  $Ox_1$  и  $Oy_1$ ,  $\dot{T}[u(t, z_k)]$  — временной комплексный коэффициент пропускания  $k$ -го модулятора как функция управляющего сигнала (2). Конкретный вид функции  $\dot{T}(\cdot)$  определяется типом модулятора [2]. При малом сигнале функцию  $\dot{T}(\cdot)$  можно представить в виде [2]

$$\dot{T}[u(t, z_k)] = \dot{T}_0 + \dot{T}_1 u(t, z_k),$$

где  $\dot{T}_0 = \dot{T}(0)$  — рабочая точка модулятора,  $\dot{T}_1 = d\dot{T}(x)/dx|_0$  — комплексная чувствительность модулятора ко входному воздействию.

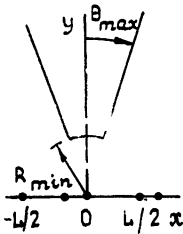


Рис. 1.

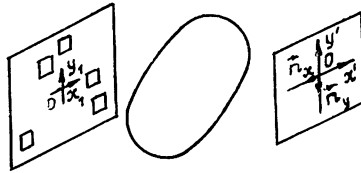


Рис. 2.

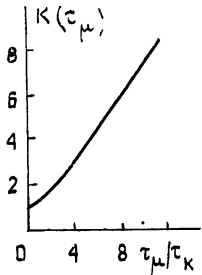


Рис. 3.

Пусть входная плоскость КОП облучается плоской монохроматической световой волной, а распределение интенсивности света в выходной плоскости КОП в области дифракции плюс первого порядка преобразуется фотоприемной матрицей в пространственное распределение электрического сигнала, которое затем регистрируется в течение времени  $t_p$  устройством с импульсной характеристикой  $h(t, \rho')$ , где

$$\rho' = n_x \rho'_x + n_y \rho'_y, \quad (5)$$

$\rho'_x = -\frac{l}{\lambda f_l} x'$ ;  $\rho'_y = -\frac{l}{\lambda f_l} y'$ ;  $l$  определено в (4);  $\lambda$  — длина волны света;  $f_l$  — фокусное расстояние линзы;  $n_x$  и  $n_y$  — единичные векторы вдоль отрицательных направлений осей  $Ox'$  и  $Oy'$  системы координат  $x'Oy'$  в выходной плоскости КОП (рис. 2).

Проводя по аналогии с [2, 4] теоретический расчет распределения интенсивности света в плюс первом дифракционном порядке, нетрудно показать, что в случае, когда излучение случайного источника является стационарным процессом, средний выходной эффект фотоприемной матрицы описывается формулой

$$\bar{V}_j(\rho') = C_j(\rho_j) C(\rho') J_j(\rho_j, \rho_j - \rho'), \quad (6)$$

где  $\rho_j = n_x \rho_{\theta j} + n_y \rho_{Rj}$ ;  $\rho_{\theta j}$  и  $\rho_{Rj}$  определены формулами (3);

$$J_j(\rho_j, \rho_j - \rho') = C_j^{-1}(\rho_j) \int_{-\infty}^{\infty} S_j(\Omega) \Phi \left( \Omega \frac{\rho_j}{\Omega_j} + \rho_j - \rho' \right) d\Omega; \quad (7)$$

$$C_j(\rho_j) = \int_{-\infty}^{\infty} S_j(\Omega) \Phi \left( \Omega \frac{\rho_j}{\Omega_j} \right) d\Omega, \quad (8)$$

$S_j(\Omega)$  — энергетический спектр комплексной огибающей излучения  $j$ -го случайного источника;

$$\Phi(\rho') = \left| \sum_{k=-m}^m \Psi(z_k) \exp \{ -i2\pi(\rho'_\theta z_k - 4\rho'_R z_k^2) \} \right|^2; \quad (9)$$

$$C(\rho') = \frac{k_n}{2\pi} \frac{|T_1|^2 (E_0 b d)^2}{(8\pi\lambda f_n R_j)^2} \operatorname{sinc}^2 \left( \frac{b}{l} \rho'_\theta \right) \times \quad (10)$$

$$\times \operatorname{sinc}^2 \left( \frac{d}{l} \rho'_R \right) \int_0^{t_p} h(t, \rho') dt,$$

$\operatorname{sinc} x \equiv \sin(\pi x)/\pi x$ ,  $k_n$  — коэффициент преобразования световой интенсивности в электрический сигнал,  $E_0$  — напряженность света на входе КОП.

Нетрудно убедиться, что если размеры  $b$  и  $d$  каждого модулятора света удовлетворяют условиям

$$b \leq \frac{l \Lambda_j}{4L \sin \theta_{\max}}, \quad d \leq \frac{2l \Lambda_j R_{\min}}{L^2}, \quad (11)$$

где  $\theta_{\max}$  и  $R_{\min}$  — границы заданной зоны обзора по углу и по дальности (рис. 1), то при  $h(t, \rho') = h_0(t)$  можно считать  $C(\rho') \approx \operatorname{const}$  во всей области выходной плоскости КОП, соответствующей зоне обзора ЛАР. В этом случае, как следует из (6), параметры КОП не влияют на характер сформированного в его выходной плоскости изображения. Таким образом, при выполнении условий (11) на выходе КОП можно наблюдать изображение (7)  $j$ -го случайного источника излучения, «размытое» его энергетическим спектром  $S_j(\Omega)$ . Максимум функции (7) находится в точке

$$\rho'_j = \rho_j. \quad (12)$$

Координаты вектора  $\rho' = \{\rho'_\theta, \rho'_R\}$  (см. (5)) по аналогии с (3) можно представить в виде

$$\rho'_\theta = \frac{L}{\Lambda_0} \sin \theta', \quad \rho'_R = \frac{L}{\Lambda_0} \frac{L \cos^2 \theta'}{8R'}, \quad (13)$$

где  $\theta'$ ,  $R'$  — текущие значения координат точек зоны Френеля,  $\Lambda_0 = = 2\pi c/\Omega_0$ ,  $\Omega_0$  — частота, на которой осуществлена градуировка (13) системы координат в выходной плоскости КОП. Подставив (13) и (3) в (12), получим

$$\sin \theta'_j = \frac{\Omega_j}{\Omega_0} \sin \theta_j,$$

$$R'_j = \left( \frac{\Omega_0}{\Omega_j} \cos^{-2} \theta_j - \frac{\Omega_j}{\Omega_0} \operatorname{tg}^2 \theta_j \right) R_j, \quad (14)$$

где  $\theta'_j$ ,  $R'_j$  — угловая координата и дальность  $j$ -го источника излучения, измеренные по направлению прихода и по кривизне его волнового фронта. Как видно из (14), при отображении в выходной плоскости КОП координат источника излучения имеет место дисперсия. Величины дисперсионных ошибок измерения координат при  $\Omega_j - \Omega_0 \ll \Omega_0$  равны

$$\Delta \theta_j = \theta'_j - \theta_j \doteq \frac{\Omega_j - \Omega_0}{\Omega_0} \operatorname{tg} \theta_j, \quad (15)$$

$$\Delta R_j = R'_j - R_j \doteq \frac{\Omega_0 - \Omega_j}{\Omega_0} (1 + 2 \operatorname{tg}^2 \theta_j) R_j.$$

Нетрудно показать, что в случае, когда в зоне Френеля ЛАР находятся  $n$  точечных некогерентных по пространству случайных источников поля с различными центральными частотами излучения  $\Omega_\mu$  ( $\mu = 1, n$ ), средний выходной эффект фотоприемной матрицы КОП можно представить в виде

$$\bar{V}(\rho') = C_j(\rho_j) C(\rho') \sum_{\mu=1}^n a_{\mu j} J_\mu(\rho_\mu, \rho_\mu - \rho'), \quad (16)$$

где  $a_{\mu j} = C_\mu(\rho_\mu) R_j^2 / C_j(\rho_j) R_\mu^2$ ;  $J_\mu(\cdot)$ ,  $C_j(\cdot)$  и  $C(\cdot)$  определены формулами (7), (8) и (10).

Пусть в зоне Френеля ЛАР присутствуют только  $p$ -й и  $j$ -й источники с центральными частотами излучения  $\Omega_p$  и  $\Omega_j$ ;  $S_p(\Omega) = \operatorname{const} S_j(\Omega)$ , где  $S_\mu(\Omega)$  — энергетический спектр комплексной огибающей излучения  $\mu$ -го ( $\mu = p, j$ ) случайного источника;  $a_{pj} \doteq 1$ . Если условия (11) выполняются, то  $C(\rho') \approx \operatorname{const}$  и, как следует из (16), разрешение изображений  $p$ -го и  $j$ -го источников в выходной плоскости КОП не зависит от параметров КОП и определяется только поведением функций  $J_p(\cdot)$  и  $J_j(\cdot)$  в окрестностях точек  $\rho' = \rho_p$  и  $\rho' = \rho_j$ . В этом случае изображения источников будут разрешаться по координатам (13) в выходной плоскости КОП, если

$$|\rho'_{\xi p} - \rho'_{\xi j}| \geq \Delta \rho_\xi = \delta \rho_\xi(0) \frac{1}{2} [k_\xi(\rho_p) + k_\xi(\rho_j)], \quad (17)$$

где  $\xi = \theta$ ,  $R$ ;  $\rho'_{\theta \mu}$ ,  $\rho'_{R \mu}$  — координаты точки максимума функции  $J_\mu(\rho_\mu, \rho_\mu - \rho')$ ,  $\mu = p, j$ ;  $k_\xi(\rho_\mu) = \delta \rho_\xi(\rho_\mu) / \delta \rho_\xi(0)$  — величина, характеризующая уширение изображения  $J_\mu(\cdot)$   $\mu$ -го источника по координате  $\rho'_\xi$  на выходе КОП в результате «размытия» этого изображения энергетическим спектром источника;  $\delta \rho_\xi(\rho_\mu)$  — ширина изображения  $\mu$ -го источника, находящегося в точке  $\rho_\mu$  зоны Френеля, по координате  $\rho'_\xi$  в выходной плоскости КОП на некотором уровне  $\varepsilon \sim 1/2$  ( $\xi = \theta, R$ ;  $\mu = p, j$ ).

Рассмотрим простой пример. Пусть апертурный множитель ЛАР равен  $\Psi(z_k) = \overline{\Psi}(z_k) = e^{-\alpha z_k^2}$ ,  $k = -m, m$ ,  $z_k = k/2m$ ,  $m \gg 1$ ,  $\alpha \geq 18$ ;  $S_p(\Omega) = \operatorname{const} S_j(\Omega) = \exp(-\Omega^2/2\Delta\Omega^2)$ ,  $\rho_{R\mu}/f_\mu = = L^2 \cos^2 \theta_\mu / 8R_{\mu c} \ll \tau_k$ , где  $f_\mu = \Omega_\mu/2\pi$ ,  $\tau_k = \sqrt{\pi/2}/\Delta\Omega$  — время корреляции случайного излучения,  $\mu = p, j$ .

Можно показать, что для перечисленных условий

$$k_\theta(\rho_\mu) = k_R(\rho_\mu) = K(\tau_\mu) = \sqrt{1 + \tau_\mu^2/2\tau_k^2}, \quad (18)$$

где

$$\tau_{\mu} = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha} \frac{\rho_{\theta_{\mu}}}{f_{\mu}}} = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha} \cdot \frac{L}{c}} \sin \theta_{\mu} \quad (\mu = p, j).$$

Как видно из (17), функция  $K(\tau_{\mu})$  позволяет дать количественную оценку снижению разрешающей способности КОП по координатам  $\rho'_{\theta}$ ,  $\rho'_R$  в результате «размытия» изображений источников излучения их энергетическими спектрами при ненулевых угловых положениях источников. График функции  $K(\tau_{\mu})$  представлен на рис. 3.

Подставив (13) и (14) в (17), получим условия пространственного разрешения изображений источников излучения по углу  $\theta'$  и по дальности  $R'$  в системе координат (13) на выходе КОП:

$$\left| \sin \theta_p - \frac{\Lambda_p}{\Lambda_j} \sin \theta_j \right| \geq \Delta \rho_{\theta} \frac{\Lambda_p}{L}; \quad (19)$$

$$\left| R_p - \frac{\Lambda_j \cos^2 \theta_p}{\Lambda_p \cos^2 \theta_j} R_j \right| \geq \Delta \rho_R \frac{8 \Lambda_j R_p R_j}{L^2 \cos^2 \theta_j}, \quad (20)$$

где  $\theta_{\mu}$ ,  $R_{\mu}$  — координаты  $\mu$ -го источника излучения в зоне Френеля,  $\Lambda_{\mu}$  — его длина волны излучения.

Как следует из (19) и (20), возможность разрешения изображений источников излучения в выходной плоскости КОП определяется не только величиной разнеса источников по направлению и по дальности в зоне Френеля, но и соотношением длин волн источников излучения. Эта особенность радиооптической системы обработки сигналов ЛАР обусловлена дисперсионными свойствами КОП. Так, например, при  $\theta_p \neq \theta_j$  изображения  $p$ -го и  $j$ -го источников будут находиться на одном угловом положении  $\theta'$  в выходной плоскости КОП, если  $\sin \theta_p = (\Lambda_p/\Lambda_j) \sin \theta_j$ . Как следует из (20), в последнем случае изображения источников могут быть разрешены по дальности  $R'$  в системе координат (13), если

$$\left| R_p - \left( \frac{\Lambda_j}{\Lambda_p} \cos^{-2} \theta_j - \frac{\Lambda_p}{\Lambda_j} \operatorname{tg}^2 \theta_j \right) R_j \right| \geq \Delta \rho_R \frac{8 \Lambda_j R_p R_j}{L^2 \cos^2 \theta_j}. \quad (21)$$

В заключение отметим, что в случае монохроматических источников излучения с одинаковыми длинами волн  $\Lambda_p = \Lambda_j = \Lambda_0$  и заполненной эквидистантной ЛАР с равномерным апертурным множителем из (19) и (21) следуют обычные условия пространственного разрешения монохроматических источников излучения по углу и по дальности [7]:

$$|\theta_p - \theta_j| \geq \frac{\Lambda_0}{L \cos \theta}, \quad |R_p - R_j| \geq \frac{8 \Lambda_0 R_p R_j}{L^2 \cos^2 \theta_0},$$

где  $\theta = (\theta_p + \theta_j)/2$ ,  $\theta_0 = \theta_p = \theta_j$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Зверев В. А. Радиооптика — М.: Сов радио, 1975
2. Гринев А. Ю., Воронин Е. Н. — Изв вузов — Радиоэлектроника, 1978, 21, № 2, с. 74
3. Гринев А. Ю., Воронин Е. Н., Темченко В. С. — Изв вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 7, с. 851
4. Потапов Н. А. — Изв вузов — Радиоэлектроника, 1980, 23, № 2, с. 25
5. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику Ч. 2. — М.: Наука, 1978

6 Кремер И Я., Понькин В А. — Радиотехника и электроника, 1976, 21, № 4, с. 715.

7. Ширман Я. Д. Разрешение и сжатие сигналов. — М. Сов. радио, 1974.

Воронежский государственный  
университет

Поступила в редакцию  
4 ноября 1980 г.,  
после переработки  
26 февраля 1981 г.

## TRANSFORMATION OF A RANDOM FIELD IN THE FRESNEL ZONE BY RADIOOPTICAL METHODS

*N. A. Potapov*

Basic characteristics of the radiooptical system of the signal processing in the Fresnel zone are defined. Values of dispersive errors of measurement of random radiation source coordinates are defined. These errors are due to an unaccurate value of the radiation frequency in joint definition of the distance and the angular coordinate of the source over the curvature and the direction of the wave front arrival. An effect of dispersive properties of coherent optical processor is defined on possibilities of the space resolution over the direction and distance of random sources with different central frequencies of the radiation.

---

### Аннотации депонированных статей

УДК 525 73

#### СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЯРКОСТНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ОБЛАЧНОЙ АТМОСФЕРЫ С СИЛЬНО ФЛУКТУИРУЮЩИМ ПОГЛОЩЕНИЕМ

*А. Н. Резник*

Рассматривается вопрос о статистике яркостной температуры среды со случайным коэффициентом поглощения. Полученные выражения для среднего, корреляционной функции и дисперсии яркостной температуры справедливы при сильных флуктуациях поглощения, что типично для облачной атмосферы. Корреляционная функция и вероятностное распределение температуры излучения исследуются в приближении марковского случайного процесса. Применимость полученных результатов ограничивается пологими углами наблюдения, а также условием малости поглощения одной неоднородностью. Для вероятностного распределения яркостной температуры показано, что в общем случае негауссово распределение для оптической тонкой в среднем среды переходит в гауссово.

*Статья депонирована в ВИНТИ,  
рег. № 4891-81. Деп. от 26 октября 1981 г.*

---