ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXIV, № 11 *РАДИОФИЗИКА* *1981*

УДК 533.951

ТРАНСФОРМАЦИЯ ЛЕНГМЮРОВСКИХ ВОЛН НА ТЯЖЕЛОЙ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЕ В ПЛАЗМЕ

Э. А. Акопян, Г. Г. Матевосян

Рассмотрена трансформация ленгмюровских волн на неподвижной и на движущейся тяжелой заряженной частице в плазме. Показано, что в определенных направлениях интенсивность трансформированного излучения существенно увеличивается

При изучении процессов рассеяния и трансформации электромагнитных волн в плазме обычно проводится усреднение по ансамблю частиц [1–3]. Однако это лишает возможности наблюдать указанные процессы на отдельной частице, в то время как последнее представляет и познавательный и практический интерес (например для диагностики плазмы с помощью рассеяния на малых заряженных макроскопических телах).

Как известно, в плазме имеют место процессы переходного рассеяния [4]. Вопрос рассеяния и трансформации внешних электромагнитных волн на тяжелой заряженной частице в плазме подробно освещен в работах [5, 6].

В настоящей работе более подробно рассматривается трансформация ленгмюровской волны в поперечную электромагнитную волну на тяжелой частице. Получено общее выражение для коэффициента трансформации, которое исследовано для различных диапазонов скоростей движения пробного заряда. Найдены диаграммы направленности выходящего из плазмы излучения, а также значения углов, под которыми излучение максимально. Показано, что при определенных условиях излучение происходит в узком угловом интервале, и вычислена ширина максимума выходящего из плазмы излучения. Заряженная частица считается достаточно тяжелой, так что ее осцилляциями в поле волны можно пренебречь. Все рассмотренные эффекты связаны с проявлением коллективных свойств окружающего частицу поляризационного облака.

1. Основные соотношения. Рассмотрим изотропную плазму, в которой возбуждается продольно поляризованная монохроматическая электромагнитная волна с частотой ω_0, близкой к ленгмюровской частоте, и движется с постоянной скоростью заряженная частица. Будем считать, что поле волны и поле, создаваемое частицей, независимы. Рассеянные волны возникают из-за нелинейной связи между полем волны и полем частицы. Пользуясь известным математическим аппаратом нелинейной электродинамики (см., например, [5]), в областях прозрачности плазмы для рассеянных волн, для сечения рассеяния получим выражение

$$\sigma = \sigma^{(l\to l)} + \sigma^{(l\to t)}, \tag{1}$$

где σ — полное сечение,

$$\sigma^{(l\to l)} = \frac{2q^2e^2}{3m^2v_T^2k_0}\,\frac{1}{\omega_0\left(\omega_0^2+\omega_L^2\right)}\int d\boldsymbol{k}\,(\omega_0+\boldsymbol{ku})\left|\frac{\delta\varepsilon_e^l(\boldsymbol{ku},\boldsymbol{k})}{\varepsilon^l(\boldsymbol{ku},\boldsymbol{k})}\right|^2\times$$

$$\times \frac{[(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{k}_0)\,\boldsymbol{n}]^2}{(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{k}_0)^2}\,\delta\left[1-\frac{\omega_L^2}{(\omega_0+\boldsymbol{ku})^2}\left(1+\frac{3\,(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{k}_0)^2\,v_{Te}^2}{(\omega_0+\boldsymbol{ku})^2}\right)\right] \tag{2}$$

— сечение рассеяния и

$$\sigma^{(l\to t)}=\frac{2q^2e^2}{3m^2v_T^2k_0}\,\frac{1}{\omega_0\left(\omega_0^2+\omega_L^2\right)}\int d\boldsymbol{k}\,(\omega_0+\boldsymbol{ku})\left|\frac{\delta\varepsilon_e^l(\boldsymbol{ku},\boldsymbol{k})}{\varepsilon^l(\boldsymbol{ku},\boldsymbol{k})}\right|^2\times$$
$$\times\frac{[(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{k}_0)\,\boldsymbol{n}]^2}{(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{k}_0)^2}\,\delta\left[1-\frac{\omega_L^2+c^2(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{k}_0)^2}{(\omega_0+\boldsymbol{ku})^2}\right] \tag{3}$$

— коэффициент трансформации. Во всех выражениях (1)—(3) использованы следующие обозначения: m, e, v_{Te} — масса, заряд и тепловая скорость электронов плазмы, q, u — заряд и скорость пробной частицы, E_0, k_0, ω_0 — амплитуда, волновой вектор, частота возбужденной волны, $\boldsymbol{n}=\boldsymbol{E}_0/E_0$ — единичный вектор поляризации, ω_L — ленгмюровская частота плазмы, $\delta\varepsilon_e^l$, $\delta\varepsilon_i^l$ — вклад электронов и ионов в продольную диэлектрическую проницаемость:

$$\varepsilon^l=1+\delta\varepsilon_e^l+\delta\varepsilon_i^l.$$

При получении формул (2), (3) предполагалось, что фазовые скорости падающей и рассеянной волн велики не только по сравнению со скоростью частиц плазмы, но и со скоростью пробного заряда [7].

Часто представляет интерес дифференциальное сечение, характеризующее интенсивность рассеяния в интервал волновых векторов $d\boldsymbol{k}'$, где $\boldsymbol{k}'$ — волновой вектор рассеянной волны. Он связан с волновым вектором $\boldsymbol{k}$, определяющим изменение импульса падающей волны при рассеянии, соотношением $\boldsymbol{k}'=\boldsymbol{k}+\boldsymbol{k}_0$. Переходя в формулах (2), (3) от переменной $\boldsymbol{k}$ к переменной $\boldsymbol{k}'$, для дифференциальных сечений получим

$$d\sigma^{(l\to l)}=d\boldsymbol{k}'\,\frac{2q^2e^2}{3m^2v_T^2k_0}\,\frac{1}{\omega_0\left(\omega_0^2+\omega_L^2\right)}\,(\omega_0+\boldsymbol{k}'\boldsymbol{u}-\boldsymbol{k}_0\boldsymbol{u})\times$$
$$\times\left|\frac{\delta\varepsilon_e^l(\boldsymbol{k}'\boldsymbol{u}-\boldsymbol{k}_0\boldsymbol{u},\boldsymbol{k}'-\boldsymbol{k}_0)}{\varepsilon^l(\boldsymbol{k}'\boldsymbol{u}-\boldsymbol{k}_0\boldsymbol{u},\boldsymbol{k}'-\boldsymbol{k}_0)}\right|^2\frac{(\boldsymbol{k}'\boldsymbol{n})^2}{\boldsymbol{k}'^2}\,\delta\left[1-\frac{\omega_L^2}{(\omega_0+\boldsymbol{k}'\boldsymbol{u}-\boldsymbol{k}_0\boldsymbol{u})^2}\times\right. \tag{4}$$
$$\left.\times\left(1+\frac{3\boldsymbol{k}'^2v_T^2}{(\omega_0+\boldsymbol{k}'\boldsymbol{u}-\boldsymbol{k}_0\boldsymbol{u})^2}\right)\right];$$

$$d\sigma^{(l\to t)}=d\boldsymbol{k}'\,\frac{2q^2e^2}{3m^2v_T^2k_0}\,\frac{1}{\omega_0\left(\omega_0^2+\omega_L^2\right)}\,(\omega_0+\boldsymbol{k}'\boldsymbol{u}-\boldsymbol{k}_0\boldsymbol{u})\times$$
$$\times\left|\frac{\delta\varepsilon_e^l(\boldsymbol{k}'\boldsymbol{u}-\boldsymbol{k}_0\boldsymbol{u},\boldsymbol{k}'-\boldsymbol{k}_0)}{\varepsilon^l(\boldsymbol{k}'\boldsymbol{u}-\boldsymbol{k}_0\boldsymbol{u},\boldsymbol{k}'-\boldsymbol{k}_0)}\right|^2\frac{[\boldsymbol{k}'\boldsymbol{n}]^2}{\boldsymbol{k}'^2}\,\delta\left[1-\frac{\omega_L^2+c^2\boldsymbol{k}'^2}{(\omega_0+\boldsymbol{k}'\boldsymbol{u}-\boldsymbol{k}_0\boldsymbol{u})^2}\right]. \tag{5}$$

В дальнейшем будем интересоваться только процессом трансформации, который описывается формулами (3), (5).

2. Трансформация на неподвижной частице. Рассмотрим случай неподвижной частицы, положив в выражении (5) $u=0$. Тогда парциальные диэлектрические проницаемости имеют вид [8] $\delta\varepsilon_{e,i}^l(0,\boldsymbol{k}'-\boldsymbol{k}_0)=(\boldsymbol{k}'-\boldsymbol{k}_0)^{-2}\,r_{De,i}^{-2}$ (где $r_{De,i}$ — дебаевский радиус электронов и ионов).

Равенство нулю аргумента дельта-функции в выражении (5) определяет закон дисперсии для трансформированной волны

$$k' = \sqrt{3}(k_0 v_T/c), \tag{6}$$

откуда видно, что если частота не изменяется, то длина волны увеличивается. Тогда дифференциальный коэффициент трансформации равен

$$\begin{gathered}\frac{d\sigma^{(l\to t)}}{d\Omega} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{qe}{mc^2}\right)^2 \frac{c}{v_T}\,\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2+\omega_L^2}\,\frac{r_D^4}{r_{De}^4}\times\\ \times\frac{\sin^2\theta}{[1+(k_0r_D)^2(1+3v_T^2c^{-2}-2\sqrt{3}\,v_Tc^{-1}\cos\theta)]^2},\end{gathered} \tag{7}$$

где θ — угол рассеяния, $\cos\theta = \boldsymbol{k}'\boldsymbol{k}_0/k'k_0$.

Интегрируя выражение (7) по углам, легко получить полный коэффициент трансформации

$$\begin{gathered}\sigma^{(l\to t)} = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}}\left(\frac{qe}{mc^2}\right)^2\left(\frac{c}{v_{Te}}\right)^3\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2+\omega_L^2}\,\frac{1}{(k_0r_D)^4}\,\frac{r_D^4}{r_{De}^4}\times\\ \times\left\{\frac{1+(k_0r_D)^2+3(k_0r_Dv_Tc^{-1})^2}{4\sqrt{3}\,(k_0r_D)^2v_Tc^{-1}}\ln\frac{1+(k_0r_D)^2(1+\sqrt{3}\,v_Tc^{-1})^2}{1+(k_0r_D)^2(1-\sqrt{3}\,v_Tc^{-1})^2}-1\right\}.\end{gathered} \tag{8}$$

Выражение (8) можно упростить, учитывая, что $(v_T/c) < 1$:

$$\sigma^{(l\to t)} = \frac{8\pi}{3\sqrt{3}}\left(\frac{qe}{mc^2}\right)^2\frac{c}{v_T}\,\frac{\omega_0^2}{\omega_0^2+\omega_L^2}\,\frac{r_D^4}{r_{De}^4}\,\frac{1}{1+(k_0r_D)^2}. \tag{9}$$

Отметим, что коэффициент трансформации в этом случае меньше, чем в случае трансформации поперечной волны в продольную [5]:

$$\sigma^{(l\to t)}/\sigma^{(t\to l)} \sim (v_T/c)^2.$$

3. Трансформация на медленной частице. Из-за движения частицы происходит деформация окружающего ее поляризационного облака. Если скорость движения частицы меньше тепловых скоростей частиц плазмы ($u < v_{Ti} < v_{Te}$), то дебаевская экранировка успевает устанавливаться и трансформация мало отличается от трансформации на покоящемся заряде. Если же скорость частицы превышает тепловые скорости частиц плазмы, то окружающая частицу дебаевская экранировка не успевает установиться, поле заряженной частицы в виде продольных волн распространяется на расстояния больше чем дебаевский радиус: увеличивается область взаимодействия заряда с волной, что приводит к возрастанию интенсивности трансформированного излучения и к изменению диаграммы направленности.

Рассмотрим случай, когда скорость частицы больше тепловой скорости ионов, но меньше тепловой скорости электронов ($v_{Ti} < u < v_{Te}$). Соответствующие этому случаю парциальные диэлектрические проницаемости имеют вид [8]

$$\begin{gathered}\delta\varepsilon_e^l(\boldsymbol{ku}, \boldsymbol{k}) = (kr_{De})^{-2}\,[1 + i\sqrt{\pi/2}\,(\boldsymbol{ku}/kv_{Te})],\\ \delta\varepsilon_i^l(\boldsymbol{ku}, \boldsymbol{k}) = -\,\omega_{Li}^2/(\boldsymbol{ku})^2.\end{gathered} \tag{10}$$

Подставим эти выражения в формулу (5). Закон дисперсии для трансформированных волн (равенство нулю аргумента дельта-функции в формуле (5)) определяет значения волнового вектора

$$k' = c^{-2}\left[\omega_0 u\cos\theta \pm \sqrt{(\omega_0 u\cos\theta)^2 + c^2\left(3k_0^2 v_{Te}^2 - 2\omega_0 k_0 u\right)}\right]. \tag{11}$$

Выражение (11) получено при пренебрежении малыми слагаемыми порядка $(u/v_{Te})^2$.

Условие действительности k' дает $\cos^2\theta \geqslant (c^2/\omega_0^2 u^2)(2\omega_0 k_0 u - 3k_0^2 v_{Te}^2)$, откуда следует, что $(c^2/\omega_0^2 u^2)(2\omega_0 k_0 u - 3k_0^2 v_{Te}^2) \leqslant 1$. Решение этого неравенства определяет две области для значений скорости частицы $u < 3k_0 v_{Te}^2/2\omega_0$ и $u > 2k_0 c^2/\omega_0$. Рассмотрим эти случаи в отдельности.

а) Пусть $u < v_{\text{гр}}/2$, где $v_{\text{гр}}$ — групповая скорость ленгмюровских волн ($v_{\text{гр}} = 3k_0 v_{Te}^2/\omega_0$). Тогда из формулы (11) следует $k' = \sqrt{3}\, k_0 v_T/c$, т. е. трансформированные волны имеют ту же длину, что и в случае покоящейся частицы.

Для дифференциального коэффициента трансформации из формулы (3) в пренебрежении малыми слагаемыми порядка $(v_{Te}/c)^2$ получим

$$\frac{d\sigma^{(l\to t)}}{d\Omega} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{qe}{mc^2}\right)^2 \frac{c}{v_{Te}} \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2+\omega_L^2} \times$$
$$\times \frac{\sin^2\theta}{\left[1 + (k_0 r_D)^2\left(1 - 2\sqrt{3}\, v_{Te} c^{-1}\cos\theta\right) - (s/u)^2\right]^2 + (\pi/2)\left(u^2/v_{Te}^2\right)}. \tag{12}$$

Зависимостью от угла в знаменателе (12) можно пренебречь: если $1 + (k_0 r_D)^2 - (s/u)^2$ становится порядка $(k_0 r_D)^2 (v_{Te}/c)$, то тогда величина $(\pi/2)(u/v_{Te})^2 > (k_0 r_D)^2 (v_{Te}/c)$ определяет значение знаменателя, в противном случае членом $(k_0 r_D)^2 (v_T/c)\cos\theta$ можно пренебречь из-за его малости. Таким образом, угловое распределение дифференциального коэффициента совпадает с распределением для неподвижной частицы.

Интегрируя по углам формулу (12), получим выражение для полного коэффициента трансформации:

$$\sigma^{(l\to t)} = \frac{8\pi}{3\sqrt{3}}\left(\frac{qe}{mc^2}\right)^2 \frac{c}{v_{Te}} \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2+\omega_L^2} \frac{1}{\left[1 + (k_0 r_D)^2 - (s/u)^2\right] + (\pi/2)\left(u^2/v_{Te}^2\right)}. \tag{13}$$

б) Пусть $u > 2k_0 c^2/\omega_0$. Волновой вектор трансформированной волны равен $k' = (2\omega_0 u/c^2)\cos\theta$. Интересно отметить, что трансформированные волны имеют меньшую длину, чем падающая волна. Для дифференциального сечения трансформации в этом случае получим

$$\frac{d\sigma^{(l\to t)}}{d\Omega} = \frac{4}{3}\left(\frac{qe}{mc^2}\right)^2 \frac{\omega_0^3}{\omega_0^2+\omega_L^2}\left(\frac{u}{v_{Te}}\right)^2 \frac{1}{k_0 u} \times$$
$$\times \frac{\cos^6\theta\,\sin^2\theta}{|\cos\theta|} \frac{1}{\left[\cos^2\theta - s^2/u^2\right]^2 + (\pi u^2/2v_{Te}^2)\cos^6\theta}. \tag{14}$$

Если частица движется со скоростью, большей скорости ионного звука $= \sqrt{T_e/m_i}$, выражение (14) имеет резкий максимум в области углов $\cos\theta_0 = \pm s/u$. При этом ширина максимума определяется выражением

$$\Delta\theta = 2(s/u)\sqrt{1-(s/u)^2}/[1 + 3(s/u)^2]. \tag{15}$$

То же самое выражение для углов, под которыми происходит максимальная трансформация, можно получить, потребовав одновременного выполнения условий излучения ионно-звуковых волн частицей с частотой $\omega_s = \boldsymbol{ku}$ ($\mathrm{Re}\,\varepsilon^l(\boldsymbol{ku}, \boldsymbol{k}) = 0$) и закона дисперсии для трансформированной волны $(\omega_0 + \boldsymbol{ku})^2 = \omega_L^2 + (\boldsymbol{k}_0 + \boldsymbol{k})^2 c^2$, откуда следует, что трансформация в основном происходит на ионно-звуковых волнах.

4. Трансформация на быстрой частице. Рассмотрим случай, когда скорость частицы превышает тепловые скорости частиц плазмы ($u > v_{Te} > v_{Ti}$). Парциальные диэлектрические проницаемости имеют вид [8]

$$\delta\varepsilon_e^l(\boldsymbol{ku}, \boldsymbol{k}) = -\frac{\omega_{Le}^2}{(\boldsymbol{ku})^2} + i\sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{\boldsymbol{ku}}{k^3 v_{Te} r_{De}^2}\exp\left[-\frac{(\boldsymbol{ku})^2}{2k^2 v_{Te}^2}\right] + \frac{i\omega_{Le}^2 \nu}{(\boldsymbol{ku})^3},$$
$$\delta\varepsilon_i^l(\boldsymbol{ku}, \boldsymbol{k}) = -\omega_{Li}^2/(\boldsymbol{ku})^2, \tag{16}$$

где ν — эффективная частота столкновений электронов. Пренебрегая слагаемыми порядка u/c, v_T/u, $k_0 u/\omega_0$, для волнового вектора и дифференциального коэффициента трансформации получим

$$k' = (2\omega_0 u/c^2)\cos\theta; \tag{17}$$

$$\frac{d\sigma^{(l\to t)}}{d\Omega} \approx \frac{2}{3}\left(\frac{qe}{mc^2}\right)^2 \frac{\omega_0 u}{k_0 v_{Te}^2}\,\frac{\cos^2\theta\sin^2\theta}{|\cos\theta|}\,. \tag{18}$$

Для того, чтобы трансформация имела место, необходимо выполнение условия $\cos^2\theta > 2k_0 c^2/\omega_0 u$, т. е. $u > 2k_0 c^2/\omega_0$.

Таким образом, в случае неподвижной и достаточно медленной частицы (скорость частицы меньше групповой скорости волны) трансформированная волна имеет длину, большую, чем падающая, и дифференциальный коэффициент трансформации слабо зависит от угла рассеяния. В случае же быстрой частицы может наблюдаться выход трансформированного излучения в узкий конус углов с длиной волны, меньшей длины падающего излучения.

В заключение выражаем благодарность Л. М. Горбунову за помощь в работе и ценные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бекефи Дж. Радиационные процессы в плазме. — М.: Мир, 1971.
2. Ахиезер А. И., Ахиезер И. А., Половин Р. В., Ситенко А. Г., Степанов К. Н. Электродинамика плазмы. — М: Наука, 1974.
3. Цытович В. Н. Нелинейные эффекты в плазме. — М.: Наука, 1967.
4. Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. — УФН, 1978, **126**, вып. 4, с. 533.
5. Горбунов Л. М., Матевосян Г. Г. — Изв. вузов — Радиофизика, 1977, **20**, № 5, с. 678.
6. Акопян Э. А., Матевосян Г. Г. — Всесоюзная конференция по взаимодействию волн в плазме. — Душанбе, 1979.
7. Пустовалов В. В., Силин В. П. — Труды ФИАН, 1972, **61**, с. 42.
8. Силин В. П., Рухадзе А. А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. — М.: Атомиздат, 1961.

Институт радиофизики и электроники
АН Арм. ССР

Поступила в редакцию
29 декабря 1980 г.

TRANSFORMATION OF LANGMUIR WAVES BY A HEAVY CHARGED PARTICLE IN A PLASMA

Eh. A. Akopyan, G. G Matevosyan

Transformation of Langmuir waves has been considered by stationary and moving heavy charged particles in a plasma. It is shown that in definite directions the intensity of the transformed radiation essentially increases.