

УДК 621.371.24

КОГЕРЕНТНЫЕ СВОЙСТВА И ФОКУСИРОВКА ВОЛНОВЫХ ПУЧКОВ, ОТРАЖЕННЫХ В ТУРБУЛЕНТНОЙ СРЕДЕ

А. Б. Крупник, А. И. Саичев

Рассмотрен волновой пучок, отраженный в турбулентной среде от экрана, расположенного в области насыщенных флуктуаций интенсивности падающей волны. Показано, что в случае падения на экран плоской волны функция когерентности отраженной волны в плоскости излучения падающей состоит из узкого пика и малого, но широкого пьедестала, обусловленного корреляцией неоднородностей на трассе падающей и отраженной волн. Наличие этого пьедестала может привести к тому, что средняя интенсивность отраженной волны в центре фокальной плоскости линзы будет вдвое больше интенсивности, рассчитанной в пренебрежении корреляцией неоднородностей на трассе прямой и отраженной волн. Отмечена возможность измерения радиуса когерентности волны, падающей на отражатель, по ширине распределения интенсивности отраженной волны в фокальной плоскости линзы

1. В работе [1] описан эффект усиления средней интенсивности отраженной в турбулентной среде волны. В данной работе исследуется функция когерентности отраженной волны. Показано, что когда размытие пучка за счет среды больше его дифракционного уширения, у-функции когерентности появляется малый, но широкий пьедестал, приводящий к усилению средней интенсивности в центре фокальной плоскости линзы.

2. С учетом теоремы взаимности [3, 4] функция когерентности волны, падающей на турбулентный слой $x \subset (0, L)$ и отраженной в плоскости $x = L$ от отражателя с коэффициентом отражения $f(\rho)$, может быть записана в виде

$$\begin{aligned} \Gamma_L(\rho, R) = & \left\langle v_L \left(R + \frac{1}{2} \rho \right) v_L^* \left(R - \frac{1}{2} \rho \right) \right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} u \left(R_0 + \frac{1}{2} \rho_0 \right) \times \\ & \times u^* \left(R_0 - \frac{1}{2} \rho_0 \right) \left\langle f \left(R' + \frac{1}{2} \rho' \right) f^* \left(R' - \frac{1}{2} \rho' \right) \right\rangle \left\langle G \left(0, R_0 + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{2} \rho_0; L, R' + \frac{1}{2} \rho' \right) G^* \left(0, R_0 - \frac{1}{2} \rho_0; L, R' - \frac{1}{2} \rho' \right) \right\rangle \times \\ & \times G \left(0, R + \frac{1}{2} \rho; L, R' + \frac{1}{2} \rho' \right) G^* \left(0, R - \frac{1}{2} \rho; L, R' - \frac{1}{2} \rho' \right) \rangle \times \\ & \times dR_0 d\rho_0 dR' d\rho' . \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $u(\rho)$ — комплексная амплитуда падающей на турбулентный слой волны в плоскости $x = 0$, $v_L(\rho)$ — комплексная амплитуда в той же плоскости отраженной волны, $G(0, \rho_0; x, \rho)$ — комплексная амплитуда сферической волны в турбулентной среде, подчиняющаяся уравнению

$$2ik \frac{\partial G}{\partial x} + \Delta_{\perp} G = k^2 \tilde{\varepsilon}(x, \rho) G, \quad G(0, \rho_0; 0, \rho) = \delta(\rho_0 - \rho),$$

где $\tilde{\varepsilon}(x, \rho)$ — турбулентные неоднородности среды.

В дальнейшем будем считать, что отражатель расположен на таких расстояниях L , что флуктуации интенсивности сферической волны, прошедшей турбулентную трассу длины L , насыщены. При этом среднее в (1) можно разбить на два интеграла от произведений функций когерентности сферических волн по законам гауссовой статистики (см., например, [5]):

$$\begin{aligned} \Gamma_L(\rho, R) &= \Gamma_1(L, \rho, R) + \Gamma_2(L, \rho, R), \quad \Gamma_1(L, \rho, R) = \\ &= \left(\frac{k}{2\pi L}\right)^4 \int_{-\infty}^{\infty} dR_0 dR' d\rho_0 d\rho' u\left(R_0 + \frac{1}{2}\rho_0\right) u^*\left(R_0 - \frac{1}{2}\rho_0\right) \times \\ &\times \left\langle f\left(R' + \frac{1}{2}\rho'\right) f^*\left(R' - \frac{1}{2}\rho'\right) \right\rangle \exp\left\{i\frac{k}{L}[(\rho_0 - \rho')(R_0 - R') + \right. \\ &\quad \left. + (\rho' - \rho)(R' - R)] - D_s(\rho', \rho_0) - D_s(\rho', \rho)\right\}, \quad (2) \\ \Gamma_2(L, \rho, R) &= \left(\frac{k}{2\pi L}\right)^4 \int_{-\infty}^{\infty} u\left(R_0 + \frac{1}{2}\rho_0\right) u^*\left(R_0 - \frac{1}{2}\rho_0\right) \left\langle f\left(R' + \frac{1}{2}\rho'\right) \times \right. \\ &\times f^*\left(R' - \frac{1}{2}\rho'\right) \right\rangle \exp\left\{i\frac{k}{L}[(\rho_0 - \rho')(R_0 - R') + (\rho' - \rho)(R' - R)] - \right. \\ &\quad \left. - D_s\left(\rho', R_0 - R + \frac{1}{2}(\rho_0 + \rho)\right) - D_s\left(\rho', R - R_0 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{2}(\rho_0 + \rho)\right)\right\} dR_0 dR' d\rho_0 d\rho', \end{aligned}$$

где

$$D_s(\alpha, \beta) = \frac{k^2}{4} \int_0^L D\left(\alpha \frac{x}{L} + \beta \left(1 - \frac{x}{L}\right)\right) dx.$$

Здесь использовано диффузионное приближение и принято, как обычно, что

$$D(s) = A(0) - A(s), \quad A(s) = \int_{-\infty}^{\infty} \langle \tilde{\varepsilon}(x, \rho) \tilde{\varepsilon}(x + \tau, \rho + s) \rangle d\tau.$$

Упомянутое выше условие насыщенности флуктуаций интенсивности падающей волны имеет вид $L/k\rho_k^2(L) \gg 1$, где $\rho_k(L)$ — радиус когерентности падающей на отражатель волны, определенный равенством

$$D_s(\rho_k(L), 0) = 1.$$

Очевидно, $\Gamma_1(L, \rho, R)$ совпадает с функцией когерентности прямой волны, прошедшей в турбулентной среде трассу длиной $2L$, а в плоскости $x = L$ прошедшей экран с коэффициентом пропускания $f(\rho)$. Физический смысл функции Γ_2 мы обсудим ниже.

3. Найдем функцию когерентности волны, отраженной от безграничного случайно-неоднородного экрана:

$$\left\langle f\left(\mathbf{R}' + \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}'\right) f^*\left(\mathbf{R}' - \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}'\right) \right\rangle = \varphi(\boldsymbol{\rho}').$$

Здесь $\varphi(0) \equiv 1$, $\varphi(\boldsymbol{\rho}' > s_0) = 0$, где s_0 — характерный масштаб вносимых экраном фазовых искажений отраженной волны. Кроме того, будем для определенности считать, что падающий на случайно-неоднородный слой пучок $u(\boldsymbol{\rho})$ — коллимированный с радиусом a . Эффективный радиус такого пучка в плоскости x можно качественно записать так:

$$a_{\text{эфф}} = a + x/ka + R(x).$$

Здесь второе слагаемое — дифракционное уширение пучка, а $R(x)$ — вклад в уширение турбулентных неоднородностей, примерно равный $x/k\rho_k(x)$.

При $a < \rho_k(L)$ (дифракционное уширение больше уширения за счет случайных неоднородностей среды) имеет место эффект усиления средней интенсивности отраженной волны [1, 2] и из (2) следует, что

$$\begin{aligned} \Gamma_1(L, \boldsymbol{\rho}, \mathbf{R}) &= \Gamma_0(L, \boldsymbol{\rho}, \mathbf{R}) \exp[-2D_s(\boldsymbol{\rho}, 0)], \quad \Gamma_2(L, \boldsymbol{\rho}, \mathbf{R}) = \\ &= \Gamma_0(L, \boldsymbol{\rho}, \mathbf{R}) \exp\left[-D_s\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}, \mathbf{R} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}\right) - D_s\left(\frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}, -\mathbf{R} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}\right)\right], \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} \Gamma_0(L, \boldsymbol{\rho}, \mathbf{R}) &= \left(\frac{k}{2\pi L}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} u\left(\mathbf{R}_0 + \boldsymbol{\rho}' - \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}\right) u^*\left(\mathbf{R}_0 - \boldsymbol{\rho}' + \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}\right) \varphi(\boldsymbol{\rho}') \times \\ &\times \exp\left[i\frac{k}{L}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}')(\mathbf{R} - \mathbf{R}_0)\right] d\mathbf{R}_0 d\boldsymbol{\rho}' - \end{aligned}$$

функция когерентности отраженной от случайно-неоднородного экрана в однородной среде ($\varepsilon = 0$) волны. Из (3) следуют известные [1, 2] выводы о том, что эффект усиления средней интенсивности обратного рассеяния имеет место при $R < \rho_k(L)$, а радиусы когерентности $\Gamma_1(L, \boldsymbol{\rho}, 0)$ и $\Gamma_2(L, \boldsymbol{\rho}, 0)$ — одного порядка $\rho_k(L)$. В другом предельном случае $a > \rho_k(L)$,

$$\begin{aligned} \Gamma_1(L, \boldsymbol{\rho}, \mathbf{R}) &= \left(\frac{k}{2\pi L}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\boldsymbol{\rho}') |u(\mathbf{R}_0)|^2 \exp\left[i\frac{k}{L}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}')(\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}) - \right. \\ &\left. - D_s(\boldsymbol{\rho}', \boldsymbol{\rho}) - D_s(\boldsymbol{\rho}', 2\boldsymbol{\rho}' - \boldsymbol{\rho})\right] d\mathbf{R}_0 d\boldsymbol{\rho}', \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_2(L, \boldsymbol{\rho}, \mathbf{R}) &= u^*\left(\mathbf{R} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}\right) u\left(\mathbf{R} - \frac{1}{2}\boldsymbol{\rho}\right) \left(\frac{k}{2\pi L}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\boldsymbol{\rho}') \exp\left[i\frac{k}{L}\boldsymbol{\rho} \boldsymbol{\rho}' - \right. \\ &\left. - D_s(\boldsymbol{\rho}', \boldsymbol{\rho}' + \boldsymbol{\rho}) - D_s(\boldsymbol{\rho}', -\boldsymbol{\rho}' + \boldsymbol{\rho})\right] d\boldsymbol{\rho}' d\boldsymbol{\rho}'. \end{aligned}$$

Отсюда видно, что при $a > \rho_k(L)$ $\langle I_2(L, \mathbf{R}) \rangle \ll \langle I_1(L, \mathbf{R}) \rangle$, где $\langle I_{1,2}(L, \mathbf{R}) \rangle = \Gamma_{1,2}(L, 0, \mathbf{R})$ и абсолютный эффект усиления средней интенсивности отраженной волны отсутствует, а относительный

эффект усиления мал [1]. Однако если радиус когерентности $\Gamma_1(L, \rho, 0) = \rho_1 \sim \rho_k(L)$, то радиус когерентности $\Gamma_2(L, \rho, 0) = \rho_2 \sim \min\{a, R(L)\} \gg \rho_k(L)$. Это может привести к тому, что Γ_1 и Γ_2 дадут одинаковый вклад в среднюю интенсивность отраженной волны в центре фокальной плоскости линзы, помещенной в плоскости $x = 0$. Отметим еще, что при $a > \rho_k(L) \langle I_2(L, R) \rangle$ повторяет форму интенсивности падающей волны в плоскости $x = 0 - |u(\mathbf{R})|^2$ *

Обсудим физический смысл $\Gamma_2(L, \rho, R)$ при $a > \rho_k(L)$, когда она описывает дальние корреляции поля отраженной волны. Масштаб дальних корреляций равен $\min\{a, R(L)\}$. Появление дальних корреляций связано с тем, что волна, идущая до и после отражения по разным неоднородностям среды, коррелирована с волной, распространяющейся по тем же неоднородностям в обратном направлении (см. рис. 1). Первоначальный размер пучка ограничивает масштаб дальних корреляций, так как изображенный на рис. 1 канал когерентности не может возникнуть между точками, разнесенными в плоскости $x = 0$, больше чем на $2a$. Заметим, что если волна от точечного источника падает на точечный отражатель, расположенный в зоне насыщенных мерцаний падающей волны, то возникновение подобных каналов когерентности (см. рис. 2) приводит к когерентному сложению волн в точке излучателя, т. е. и к эффекту усиления средней интенсивности, описанному в работе [1]. Впервые возможность появления таких каналов отмечена в работе [6] (см. также [7]).

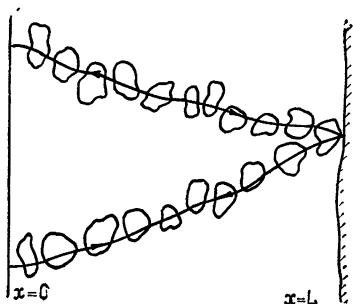


Рис. 1.

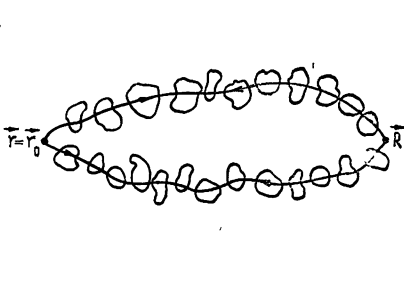


Рис. 2.

Проанализируем среднюю интенсивность отраженной волны в фокальной плоскости линзы с фокусным расстоянием F , помещенной в плоскости $x = 0$:

$$I(z) = \left(\frac{k}{2\pi F}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} B(\mathbf{R}) b(\rho) \exp\left(i\frac{k}{F}z\rho\right) \Gamma_L(\rho, \mathbf{R}) dR d\rho.$$

Ограниченность размеров линзы описывается здесь множителями $B(\mathbf{R})$ и $b(\rho)$, плавно спадающими от единицы до нуля при изменении R, ρ от нуля до d — эффективного размера линзы. Кроме того, рассмотрим для простоты случай плоской падающей волны $u(\rho) \equiv 1$, отраженной от безграничного экрана. При этом, в соответствии с (4), можно записать

$$I(z) = I_1(z) + I_2(z),$$

$$I_1(z) = \left(\frac{kd}{2\pi F}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} b(\rho) \varphi(\rho) \exp\left(i\frac{k}{F}z\rho - \frac{k^2}{4}D(\rho)L\right) d\rho,$$

* Ю. А. Кравцов указал нам, что $\Gamma_2(L, \rho, R)$ соответствует части волны, отраженной с обращением волнового фронта. Внимание Ю. А. Кравцова на этот факт обратил Б. Я. Зельдович.

$$I_2(\mathbf{z}) = \left(\frac{kd}{2\pi F}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{b}\left(\mathbf{y} + \frac{L}{F}\mathbf{z}\right) \varphi(\rho') \exp\{-D_s(\rho', \mathbf{y} + \rho') - \tilde{D}_s(\rho', -\mathbf{y} + \rho')\} \times$$

$$\times d\rho' d\mathbf{y},$$

$$d^2 = \int_{-\infty}^{\infty} B(\mathbf{R}) d\mathbf{R},$$

$$\tilde{b}(\mathbf{y}) = \left(\frac{k}{2\pi L}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} b(\rho) \exp\left(i\frac{k}{L}\rho\mathbf{y}\right) d\rho.$$

В дальнейшем будем считать размеры линзы достаточно большими, так что выполняются неравенства $L/kd < \rho_h(L) < d$, и рассмотрим две предельные ситуации — идеально плоского экрана, $\varphi(\rho') \equiv 1$, и экрана, радиус корреляции неоднородностей которого $s_0 < \rho_h(L)$. В первом случае

$$I_1(0) \approx I_2(0) \sim (kd \rho_h(L)/2\pi F)^2.$$

Таким образом, дальние корреляции поля отраженной волны приводят к увеличению в 2 раза средней интенсивности в центре фокальной плоскости линзы по сравнению со случаем, когда волна перед фокусировкой проходит трассу длины $2L$ без отражений. Заметим, что усиление средней интенсивности в фокальной плоскости линзы происходит при таких условиях ($a > \rho_h(L)$), когда эффект усиления средней интенсивности отраженной волны в общепринятом смысле [1, 2] отсутствует.

Отметим еще, что при $\varphi \equiv 1$ $I_1(\mathbf{z})$ образует пьедестал средней интенсивности в фокальной плоскости радиуса $z_1 \sim F/k \rho_h(L)$, а $I_2(\mathbf{z})$ — пик радиуса $z_2 \sim \rho_h(L)F/L$.

В другом предельном случае, $s_0 < \rho_h(L)$,

$$I_1(\mathbf{z}) = \left(\frac{kd}{2\pi F}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\rho) \exp\left(i\frac{k}{F}\mathbf{z}\rho\right) d\rho,$$

$$I_2(\mathbf{z}) = \left(\frac{kds_0}{2\pi F}\right)^2 \exp\left(-2D_s\left[0, \frac{L}{F}\mathbf{z}\right]\right),$$

$$s_0^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(s) ds.$$

Здесь также

$$I_1(0) = I_2(0) = (kds_0/2\pi F)^2 —$$

значения I_1 и I_2 в центре фокальной плоскости линзы совпадают. Однако, если радиус $I_2(\mathbf{z})$ остается неизменным, $z_2 = \rho_h F/L$, то радиус $I_1(\mathbf{z})$ становится еще больше, $z_1 \sim F/ks_0$, и не зависит уже от радиуса когерентности падающей на экран волны.

Из приведенного рассмотрения вытекает возможность измерения радиуса когерентности падающей на экран волны по ширине распределения средней интенсивности отраженной волны в фокальной плоскости линзы. Такие измерения можно, в принципе, осуществить и при $s_0 < \rho_h(L)$, определяя ширину пика $I_2(\mathbf{z})$, пропорциональную $\rho_h(L)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Виноградов А. Г., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. — Изв вузов — Радиофизика, 1973, 16, № 7, с. 1064.
2. Банах В. А., Миронов В. Л. Тезисы докладов II Совещания по атмосферной оптике Ч. II. — Томск: 1980, с. 48

3. Гельфгат В. И. — Акуст. журн., 1976, 22, № 1, с. 123.
4. Саичев А. И. — Изв. вузов — Радиофизика, 1978, 21, № 9, с. 1290.
5. Dashen Roger — J. Math. Phys., 1979, 20, № 5, p. 794.
6. Watson K. M. — J. Math. Phys., 1969, 10, № 4, p. 688.
7. Виноградов А. Г., Кравцов Ю. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1973, 16, № 7, с. 1056.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

Поступила в редакцию
12 декабря 1980 г.

COHERENT PROPERTIES AND FOCUSING OF WAVE BEAMS REFLECTED IN A TURBULENT MEDIUM

A. B. Krupnik, A. I. Saichev

The authors consider a wave beam reflected in a turbulent medium from a screen located in the region of saturated intensity fluctuations of an incident wave. It is shown that when a plane wave falls on the screen, the coherence function of the reflected wave in the plane of radiation of an incident one consists of a narrow peak and a small but wide pedestal, due to correlation of inhomogeneities on the trace of incident and reflected waves. The presence of this pedestal may lead to the fact that the mean intensity of the reflected wave in the center of the focal lens plane will be twice as much as the intensity calculated when inhomogeneity correlation on the trace of direct and reflected wave is neglected. A possibility is found for measurement of the coherence radius of a wave falling on the reflector over the width of intensity distribution of the reflected wave in the focal plane of the lens.

ГЕОМАГНЕТИЗМ И АЭРОНОМИЯ

т. XX, № 6, 1980 г.

Н. П. Бенькова, Г. В. Букин, Л. С. Гоцакова, Л. Е. Колоколов, В. Н. Шубин.
Влияние ионосферных условий на магнитосферное распространение КВ-сигналов.

Рассмотрены некоторые вопросы, связанные с влиянием ионосферных условий на распространение КВ-сигналов между наземными магнитосопреженными точками для спокойной и возмущенной магнитосферы.

В. И. Семенова, В. Ю. Трахтенгерц. О некоторых особенностях волноводного распространения низкочастотных волн в магнитосфере.

Рассмотрена возможность образования волноводных каналов ОНЧ-волн в магнитосфере вблизи плазмопаузы на ее внутренней и внешней границах. Исследуется влияние медленных изменений кривизны магнитного поля и других параметров среды вдоль трассы канала на распространение свистовых мод в магнитосферных каналах. Полученные результаты обсуждаются в связи с проблемами генерации КНЧ- и ОНЧ-волн вблизи плазмопаузы.
