

УДК 621.372.8 : 551.510.52

## ВОЗБУЖДЕНИЕ ПРИПОДНЯТОГО ТРОПОСФЕРНОГО ВОЛНОВОДА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ НАЗЕМНОГО ИСТОЧНИКА, РАССЕЯННЫМ НА ЗВУКОВОЙ ВОЛНЕ

А. В. Кукушкин

Рассматривается возбуждение приподнятого тропосферного волновода за счет рассеяния на неоднородности показателя преломления, созданной звуковой волной. Показано, что если звуковое давление под инверсионным слоем достигает долей миллибар, то уровень функции ослабления поля достигает примерно  $-20$  дБ.

Одним из возможных механизмов дальнего распространения УКВ радиоволн является канализация поля в приподнятом тропосферном волноводе, образованном инверсией показателя преломления [1]. Характерные значения толщины инверсионного слоя и глубины инверсии в нем обычно достаточны, чтобы излучение сантиметрового диапазона оказалось «захваченным» в волновод [2]. Однако эффективность возбуждения слабозатухающих модов определяется расположением источника относительно границы волноводного канала. Если высота передающей антенны  $h_0 \ll h_{\min}$  ( $h_{\min}$  — нижняя граница волноводного канала), то возбудить волновод, локализованный в интервале высот  $h_{\min} = 10^{-6} aM(h_k) < h < h_k$  (рис. 1) в приближении геометрической оптики невозможно [1]. Здесь  $M(h) = 10^6 [(\epsilon - 1)/2 + h/a]$  — модифицированный показатель преломления,  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость воздуха,  $a$  — радиус Земли,  $h$  — высота над поверхностью,  $h_k$  — верхняя граница волноводного канала. Захват излучаемой энергии в волноводный канал в этом случае обусловлен дифракционными механизмами или рассеянием на нерегулярных образованиях в тропосфере. Эффективность возбуждения волновода может резко возрасти, если рассеяние падающего поля  $E_0$  происходит на искусственно созданных неоднородностях  $\epsilon$ . В работе оцениваются возможности рассеяния на звуковой волне.

1. В результате периодического изменения  $\epsilon$  под действием звуковой волны частоты  $\Omega$  в среде возникает структура, аналогичная дифракционной решетке, которая обладает периодичностью звуковой волны  $\Lambda$  и движется со скоростью звука  $v$ .

Допустим, что диэлектрическую проницаемость среды можно представить в виде

$$\epsilon(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0(\mathbf{r}) + \epsilon_1(\mathbf{r}, t)$$

и  $\epsilon_1/\epsilon_0 \ll 1$ , где  $\epsilon_1(\mathbf{r}, t)$  — пульсации диэлектрической проницаемости  $\epsilon$ , вызванные звуковой волной. Величина  $\epsilon_1$  определяется выражением [3]

$$\epsilon_1(\mathbf{r}, t) = (158/T) \cdot 10^{-6} P(\mathbf{r}, t),$$

где  $P(\mathbf{r}, t)$  — давление звуковых волн в мбар,  $T$  — температура атмосферы в градусах Кельвина.

Будем рассматривать рассеяние электромагнитного поля в борновском приближении [3, 4]. Пренебрегая членами второго порядка малости по  $\epsilon_1$ , получим уравнение для рассеянного поля [3]

$$\Delta \mathbf{E}_s + \text{grad}(\mathbf{E}_s \text{grad} \epsilon_0) - \frac{\epsilon_0}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}_s}{\partial t^2} = -\text{grad}(\mathbf{E}_0 \text{grad} \epsilon) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (\epsilon_1 \mathbf{E}_0)}{\partial t^2}. \quad (1)$$

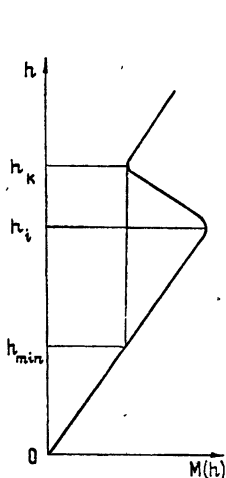


Рис 1.

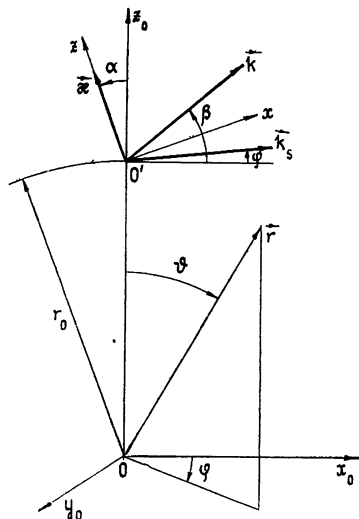


Рис 2.

В нашу задачу не входит определение частотного спектра рассеянного поля. Этот вопрос подробно рассматривался в работах [5, 6]. Примем зависимость от времени падающего поля  $\mathbf{E}_0$  в виде  $e^{-i\omega t}$ , и пусть  $\Omega/\omega \ll 1$ , тогда можно воспользоваться условием «квазистационарности» [4, 7]. Допустим, что весь рассеивающий объем находится под слоем, в этом случае внутри рассеивающего объема  $\text{grad} \epsilon_0(\mathbf{r}) \equiv 0$ . Мы также ограничимся рассмотрением случая, когда падающая волна  $\mathbf{E}_0$  распространяется под малыми углами скольжения относительно слоя. Тогда практический интерес представляет рассеяние на малые углы  $\psi$ , что позволяет пренебречь эффектами деполяризации, так как поляризация рассеянного поля  $\mathbf{e}_s \approx [n_s, [e_0, n_s]]$  отличается от поляризации падающего поля  $\mathbf{e}_0$  членами порядка  $\psi^2/8$  [4] ( $n_s$  — единичный вектор, направленный из точки рассеяния в точку наблюдения).

Рассмотрим радиальную компоненту рассеянного поля и перейдем к потенциалу Дебая  $U$ , учитывая связь [1, 8]

$$E_r = -\frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left( \sin \vartheta \frac{\partial U}{\partial \vartheta} \right) \approx k^2 a U. \quad (2)$$

Допустим, что в пределах рассеивающего объема для потенциала  $U_0$ , описывающего падающее поле  $\mathbf{E}_0$ , и для звукового давления  $P(\mathbf{r}, t)$  справедливы выражения

$$U_0(\mathbf{r}) = \exp(ikz \sin \beta + ikx \cos \beta), \quad (3)$$

$$P(\mathbf{r}, t) = A(\mathbf{r}) \cos(\kappa z \cos \alpha - \kappa x \sin \alpha - \Omega t),$$

где  $\kappa, k$  — волновые числа излучаемых электромагнитной и звуковой волн,  $\alpha$  — угол между волновым вектором звуковой волны  $\boldsymbol{\kappa}$  и осью  $z$

(рис. 2),  $\beta$  — угол между касательной к окружности радиуса  $r_0 = a + h_0$  и вектором  $\mathbf{k}$ ,  $h_0$  — высота центра рассеивающего объема.

Тогда для потенциала  $U_s(\mathbf{r}, t)$  получим

$$U_s(\mathbf{r}, t) = -k^2 \exp[-i(\omega \pm \Omega)t] \int_V d\mathbf{r}' M(\mathbf{r}') A(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \exp[i(kz \sin \beta + kx' \cos \beta \pm (xz \cos \alpha - xx \sin \alpha))] \quad (4)$$

где  $M(\mathbf{r}')$  — функция, определяющая границы рассеивающего объема, образованного пересечением диаграмм направленности электромагнитного и звукового излучателей.

Введем сферическую систему координат с полярной осью, проходящей через центр рассеивающего объема (рис. 2). Функцию Грина  $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  удобно представить контурным интегралом [8]:

$$G(\mathbf{r}, \vartheta, \varphi; \mathbf{r}', \vartheta', \varphi') = \frac{e^{ikD}}{D} \sqrt{\frac{\zeta}{\pi}} e^{-i\pi/4} \int_c d\tau e^{i\zeta\tau} F(y, y', \tau), \quad (5)$$

где  $D = a \arccos(\cos \vartheta \cos \vartheta' + \sin \vartheta \sin \vartheta' \cos(\varphi - \varphi'))$ ,  $\zeta = mD/a$ ,  $m = (ka/2)^{1/3}$ ,  $y = kh/m$ . Функция  $F(y, y', \tau)$  удовлетворяет уравнению

$$d^2 F/dy^2 + [p(y) - \tau] F = \delta(y - y'),$$

граничному условию  $dF/dy + qF|_{y=0} = 0$  и условию  $d/dy|_{y > kh_g/m} \arg F > 0$ . Величина  $q = im \sqrt{\epsilon_d + 1}$  — приведенный импеданс земной поверхности [8],  $\epsilon_d$  — диэлектрическая проницаемость Земли,  $p(y) = 2m^2 \cdot 10^{-6} M(h)$ .

Можно показать, что так как интересующие нас дистанции находятся далеко в области геометрической тени относительно точек рассеяния, то главный вклад в интеграл по контуру будет давать участок контура  $p(y_k) \leq \tau \leq p(y_i)$ , определяющий рассеянное поле суперпозицией слабозатухающих модов. Полагая, что  $h_{\min} < h < h_i$ , функцию  $F(y, y', \tau)$  можно представить в виде [9]

$$F(y, y', \tau) = 4 \frac{v(\tau - y)v(\tau - y')}{1 - R_i(\tau)R_g(\tau)}, \quad (6)$$

где  $R_g(\tau)$ ,  $R_i(\tau)$  — соответственно коэффициенты отражения от поверхности Земли и слоя.

Подставим (5) и (6) в (4) и, полагая, что приемник расположен в точке  $(\mathbf{r}, \vartheta, \varphi = 0)$ , проинтегрируем по  $\varphi'$  методом стационарной фазы. Воспользуемся интегральным представлением функции Эйри

$$v(t - y') = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \exp\left[-i\frac{\xi^3}{3} - i\xi(t - y')\right] \quad (7)$$

и перейдем к системе координат  $(0, x, z)$ , где ось  $z$  направлена по вектору  $\mathbf{x}$  (рис. 2).

Зададим функцию  $M(\mathbf{r}')$  в виде

$$M(\mathbf{r}') \sim \exp(-x^2/2L_s^2 - z^2/2L_e^2),$$

где  $L_s$  и  $L_e$  — соответственно полуширина звукового и электромагнитного пучка.

Положим, что звуковая волна излучается в направлении, близком к нормали к слою и

$$(L_e/L_s) \operatorname{tg} \alpha \ll 1, \quad L_s/r_0 \ll 1, \quad L_e/r_0 \ll 1.$$

Тогда для рассеянного поля можно получить выражение [10]

$$U_s(r, \vartheta) = \frac{e^{ika\vartheta}}{a\vartheta} \sqrt{\frac{\zeta}{\pi}} \int_c d\tau e^{i\tau\vartheta} \frac{v(\tau - y) Q(\tau)}{1 - R_t R_g},$$

где

$$Q(\tau) = k^{3/2} 4\pi \sqrt{2} e^{-i\pi/4} \frac{L_s^{3/2} L_e (\cos \alpha)^{1/2}}{D^{1/2}} \times \\ \times \exp \left[ -k^2 \frac{L_s^2 \cos^2 \alpha + L_e^2 \sin^2 \alpha}{4D} N^2(\nu, \alpha, \beta) - k^2 \frac{L_s^2 \cos^2 \alpha + L_e^2 \sin^2 \alpha}{8D} \times \right. \\ \times \left. \left( \frac{\sin \beta}{\cos \alpha} \pm \frac{x}{k} \right) \right] \int_{-\infty}^{\infty} d\xi D_{1/2} \left( kL_s \cos \alpha N(\nu, \alpha, \beta) - \frac{kL_s \sin \alpha}{m} \xi \right) \times \quad (8) \\ \times \exp \left[ -i \frac{\xi^3}{3} - i \xi (\tau - y_0) - \xi^2 \left( \frac{k}{m} \operatorname{tg} \alpha \right)^2 \frac{L_s^2 \cos^2 \alpha + L_e^2 \sin^2 \alpha}{D} + \right. \\ \left. + \xi \frac{k^2}{m} \operatorname{tg} \alpha N(\nu, \alpha, \beta) \frac{L_s^2 \cos^2 \alpha + L_e^2 \sin^2 \alpha}{2D} \right].$$

Здесь  $N(\nu, \alpha, \beta) = \nu / kr_0 - \cos(\beta - \alpha) / \cos \alpha$ ,  $\nu = ka + m\tau$ ,  $D = 1 + (1/2) \operatorname{tg}^2 \alpha (L_e^2 / L_s^2)$ ,  $D_{1/2}(x)$  — функция параболического цилиндра.

2. Функция  $Q(\tau)$  описывает угловое распределение рассеянного поля, т. е. параметр  $\tau$  определяет угол  $\varphi$ , который составляет волновой вектор рассеянной волны с касательной к окружности радиуса  $r_0 = a + h_0$ , соотношением

$$\cos \varphi = (ka + m\tau) / kr_0.$$

Как видно из (8), условия, при которых наблюдается заметная интенсивность рассеянного поля, определяются малостью показателей экспоненты перед интегралом по  $\xi$ , т. е.

$$N(\alpha, \beta, \nu) = 0, \quad (9) \\ \sin \beta / \cos \alpha \pm x/k = 0.$$

Первое равенство (9) сводится к условию зеркальности отражения, из которого следует, что угол, при котором наблюдается максимум рассеянного поля,  $\varphi = 2\alpha - \beta$ . Второе равенство (9) дает при  $\varphi = 2\alpha - \beta$  известное условие Брэгга

$$2\sin \psi \pm x/k = 0, \quad (10)$$

где  $\psi = \beta - \alpha$  — угол рассеяния. Если  $\beta > \alpha$ , то член со знаком + в (10) дает в (8) величину порядка малости  $1/x L_e \ll 1$ .

Положим  $kL_s \sin \alpha / m \ll 1$  и разложим в ряд функцию

$$D_{1/2} \left( -k \frac{L_s}{m} \sin \alpha \xi + kL_s \cos \alpha N(\nu, \alpha, \beta) \right) \exp \left[ -\xi^2 \left( \frac{k}{m} \operatorname{tg} \alpha \right)^2 \times \right. \\ \times \left. \frac{L_s^2 \cos^2 \alpha + L_e^2 \sin^2 \alpha}{D} \right] \approx D_{1/2} (kL_s \cos \alpha N(\nu, \alpha, \beta)) + \frac{kL_s \sin \alpha}{m} \times \quad (11) \\ \times D'_{1/2} (kL_s \cos \alpha N(\nu, \alpha, \beta)) + O \left( \frac{k^2 L_s^2 \sin^2 \alpha}{m^2} \right),$$

Учитывая первый член разложения (11), получим для коэффициента возбуждения

$$Q(\tau) = \frac{4\pi^{3/2} 2^{1/4} L_s^{3/2} L_e (\cos \alpha)^{1/2} k^{3/2}}{\Gamma(1/4)} v(\tau - y_0) A(r_0) \times \exp \left[ -k^2 \frac{L_s^2 \cos^2 \alpha + L_z^2 \sin^2 \alpha}{D} \left( \frac{v}{kr_0} - \frac{\cos(\beta - \alpha)}{\cos \alpha} \right)^2 \right]. \quad (12)$$

Выражение (12) описывает характеристику излучателя, расположенного на высоте  $h_0$ , с максимумом поля в направлении  $\varphi = 2\alpha - \beta$  и шириной диаграммы направленности

$$\Delta\varphi \sim \sqrt{D} [k^2 (L_s^2 \cos^2 \alpha + L_z^2 \sin^2 \alpha)]^{-1/2} \sim 1/kL_s.$$

В направлении максимума  $\varphi = 2\alpha - \beta$   $Q(\tau)$  имеет величину

$$Q(\tau) = \frac{4\pi^{3/2} 2^{1/4} L_s^{3/2} L_e (\cos \alpha)^{1/2} v(\tau - y_0)}{\Gamma(1/4)} A(r_0).$$

3. Допустим, что угловая зависимость рассеянного поля такова, что возбуждаются только слабозатухающие («захваченные») моды. Необходимым условием этого для малых углов рассеяния является выполнение неравенства

$$1 - (r_0/2h_0)(2\alpha - \beta + 1/kL_s) \gg h_{\min}/h_0.$$

Спектр модов приподнятого волновода определяется решением уравнения

$$1 - R_i(\tau_n) R_g(\tau_n) = 0,$$

которое для слабозатухающих модов приближенно сводится к

$$\frac{v'(\tau_n - y_i)}{v(\tau_n - y_i)} + \mu^{1/3} \frac{v'((\tau_n - y_i)/\mu^{2/3})}{v((\tau_n - y_i)/\mu^{2/3})} = 0, \quad (13)$$

где  $\mu = dP/dy$ , при  $y_h > y > y_i$ .

Интегрирование выражения (8) по  $\tau$  сводится к сумме вычетов в полюсах подынтегральной функции, определяемых уравнением (13). Тогда функцию ослабления поля [8]

$$V(r, \vartheta) = 20 \lg(E_r/E_r^0)$$

( $E_r^0$  — радиальная компонента поля  $E$  в свободном пространстве) можно представить суммой волноводных модов:

$$V(r, \vartheta) = 20 \lg \left| 2 \sqrt{\pi \zeta} e^{i\pi/4} \sum_{n=1}^N e^{i\zeta \tau_n} \frac{v(\tau_n - y) Q(\tau_n)}{W(\tau_n)} \right|, \quad (14)$$

где

$$W(\tau_n) = (\tau_n - y_i) \frac{\mu^{1/3} + 1}{\mu^{1/3}} v(z_1) + \mu^{1/3} \frac{v'(z_2)}{v(z_2)} \times \\ \times \{v'(z_1) - \mu^{-2/3} v(z_1) [v'(z_2)/v(z_2)]\},$$

$z_1 = \tau_n - y_i$ ,  $z_2 = (\tau_n - y_i)/\mu^{2/3}$ , штрих означает дифференцирование по  $\tau_n$ ,  $N$  — максимальный номер захваченного мода,

Из (8) видно, что эффективно возбуждаются лишь те моды, которые удовлетворяют неравенству

$$y_0 - 1/kL_s \leq \operatorname{Re} \tau_n \leq \min\{y_i, y_0 + 1/kL_s\}.$$

4. Заметный выигрыш при рассеянии на звуковой волне по сравнению с рассеянием на турбулентных пульсациях показателя преломления будет при условии, если спектральная плотность пульсаций  $\Phi_\varepsilon^s(\mathbf{x})$ , вызванных звуковой волной, превышает спектральную плотность турбулентных пульсаций  $\Phi_\varepsilon(\mathbf{x})$  в области волновых чисел, обуславливающих рассеяние на данный угол  $\varphi$ .

Положим  $\lambda = 3$  см,  $\beta = 5^\circ$ ,  $\alpha = 2^\circ,5$ ,  $h_i = 300$  м,  $\mu = 2$ ,  $h_{\min} = 100$  м,  $h_0 = 200$  м,  $L_e = 100$  м,  $L_s = 10$  м; необходимая ширина диаграммы направленности звукового излучателя  $\sim 0,05$  рад. Из условия (10) определим частоту звукового излучения  $f_s \sim 1$  кГц. Учитывая выражение для  $\Phi_\varepsilon(\mathbf{x})$ , справедливое для инерционного интервала спектра турбулентности [3],

$$\Phi_\varepsilon(\mathbf{x}) = 0,033C_\varepsilon^2 x^{-11/3},$$

и значение  $C_\varepsilon \sim 10^{-8}$  [3], получим (для  $\mathbf{x} = 2\pi/\Lambda$  при  $\Lambda = 0,34$  м)  $\Phi_\varepsilon(\mathbf{x}) = 1,612 \cdot 10^{-17}$  см<sup>3</sup>.

Допустим, что давление звуковой волны на высоте  $h_0$   $P(h_0) = 0,5$  мбар, тогда спектральная плотность  $\Phi_\varepsilon^s = 7,42 \cdot 10^{-14}$  см<sup>3</sup> и необходимая величина излучаемой мощности  $W \sim 2$  кВт.

Из выбора углов  $\alpha$  и  $\beta$  следует, что угол, на котором наблюдается максимум рассеянного поля,  $\varphi = 0$  и, следовательно, наиболее эффективно возбуждается мод, постоянная распространения которого  $\operatorname{Re} \tau_n \sim y_0$ . В принятой выше регулярной модели инверсионного слоя при  $(k/m)(h_0 - h_{\min}) \gg 1$  можно пренебречь затуханием поля этого мода с увеличением расстояния от точки рассеяния. Тогда для функции  $V(r, \vartheta)$  определяемой выражением (14), можно получить оценку  $V(r, \vartheta) \sim -20$  дБ.

5. Заметим, что в данной работе не учитывались потери звукового излучения за счет турбулентной вязкости атмосферы, которые, как показано в работе [11], незначительны для  $\Lambda \sim 1$  м, и нелинейное поглощение, связанное с конечностью амплитуды звуковой волны [12].

В заключение автор выражает благодарность П. В. Блюху за постановку задачи и вместе с ним И. М. Фуксу и В. Д. Фрейлихеру за полезные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Фейнберг Е Л. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. — М.: АН СССР, 1961
2. Тургенев И С, Кивва Ф В. Тезисы докладов XII Всесоюзной конференции по распространению радиоволн. Ч. II. — М.: Наука, 1978, с. 5.
3. Татарский В И. Распространение волн в турбулентной атмосфере — М. Наука, 1967.
4. Рытов С М, Кравцов Ю А, Татарский В И. Введение в статистическую радиофизику Ч. II. — М.: Наука, 1978
5. Кон А. И., Татарский В. И. — Изв. АН СССР. Сер. Физика атмосферы и океана, 1980, 16, № 3, с 219
6. Налбалдян О. Г. — Изв. АН СССР Сер. Физика атмосферы и океана, 1976, 12, № 7, с. 772.
7. Рытов С. М. — Изв. АН СССР. Сер. Физ., 1937, вып. 2, с. 233
8. Фок В. А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн — М.: Сов. радио, 1970
9. Кукушкин А. В., Синицын В. Г. — Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 7, с. 802.

- 10 Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. — М.: Физматгиз, 1963.
11. Налбалдян О. Г. — Изв. АН СССР. Сер. Физика атмосферы и океана, 1976, 12, № 8, с. 877.
12. Макарова Т. И. — Изв. АН СССР. Сер. Физика атмосферы и океана, 1980, 16, № 2, с. 195.

Институт радиофизики и электроники  
АН УССР

Поступила в редакцию  
13 октября 1980 г.

## EXCITATION OF AN ELEVATED DUCT BY THE ELECTROMAGNETIC FIELD RADIATED FROM A GROUND BASED SOURCE AND SCATTERED ON SOUND WAVE

*A. V. Kukushkin*

Excitation of an elevated tropospheric duct is considered when the exciting field is scattered on refractive index inhomogeneities generated by a sound wave. The propagation factor in the duct can be as high as — 20 dB provided the sound pressure below the M-inversion is about 1 millibar.

---

### ИНФОРМАЦИЯ О НОВЫХ КНИГАХ

**Афраймович Э. Л.** Интерференционные методы радиозондирования ионосферы. — М.: Наука, 1982 г. — 18 авт. л., 120 ил., библиогр. 390 назв.

В монографии излагаются современные интерференционные методы радиозондирования ионосферы, отличающиеся высокой разрешающей способностью, помехозащищенностью и низким уровнем загрязнений радиоэфира

Особое внимание уделяется описанию впервые разработанных автором методов анализа спектра несущей (комплексная доплеровская фильтрация) и спектра огибающей (кепстральный анализ) модулированного радиосигнала. Эти методы позволяют использовать излучение широкой сети радиовещательных и телевизионных станций для измерения группового запаздывания, амплитуды, доплеровского смещения частоты и углов прихода многомодового радиосигнала, т е для решения тех задач, которые ранее считались доступными только специальным радиолокаторам (иозондам)

Большой раздел монографии посвящен использованию интерференционных методов в диагностике акустико-гравитационных волн АГВ в ионосфере.

Книга представляет интерес для радиофизиков, радионженеров, студентов и аспирантов, занимающихся исследованиями ионосферы и распространения коротких радиоволн, а также специалистов других областей, использующих волновые методы зондирования среды (гидроакустика, сейсмология, радиоастрономия).

---