

УДК 533.951

## О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ДВИЖУЩЕГОСЯ ТОНКОГО ПРОВОДНИКА С МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМОЙ

Б. Е. Немцов, А. В. Шилягин, В. Я. Эйдман

Рассмотрена неустойчивость, возникающая при движении тонкого цилиндрического проводника вдоль его оси. При этом постоянное магнитное поле  $H_0$  направлено перпендикулярно оси проводника. Оказалось, что в такой системе неустойчивость может иметь место даже в случае сильно замагниченной плазмы ( $H_0 \rightarrow \infty$ ).

В статье [1] было рассмотрено взаимодействие тонкого проводника с движущейся плазмой, причем в указанной статье предполагалось, что направление оси проводника, скорости плазмы  $\mathbf{v}$  и постоянного магнитного поля  $H_0$  совпадают. Оказалось, что в такой системе может возникнуть неустойчивость квазистатических колебаний потенциала проводника  $G$ . При этом магнитное поле  $H_0$  играет стабилизирующую роль, и, в частности, если  $H_0 \rightarrow \infty$ , то система становится устойчивой. В связи с этим возникает вопрос о характере устойчивости системы в случае, когда указанная выше симметрия отсутствует. В настоящей заметке рассмотрен случай, когда направление движения цилиндрического проводника, параллельное его оси, перпендикулярно магнитному полю  $H_0$ . Если ось проводника направить вдоль координатной оси  $y$ , а  $H_0$  — вдоль оси  $z$  (см. рис. 1), то уравнение для фурье-компоненты потенциала  $\varphi_{\omega k}$  имеет вид ( $J_0(k_\perp a)$  — функция Бесселя)

$$[\epsilon_\perp(\omega)(k_x^2 + k_y^2) + \epsilon_\parallel(\omega)k_z^2]\varphi_{\omega k} = 4\pi\rho_{\text{ст},\omega k}; \quad (1)$$

$$\rho_{\text{ст},\omega k} = (2\pi)^{-4} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(\omega t - k_y y)} J_0(k_\perp a) \sigma(y + vt, t) dy dt, \quad (2)$$

где  $\epsilon_\perp(\omega) = 1 - \omega_0^2/(\omega^2 - \omega_H^2)$ ,  $\epsilon_\parallel(\omega) = 1 - \omega_0^2/\omega^2$ ,  $\omega_0$ ,  $\omega_H$  — ленгмюровская и гирочастота электронов плазмы,  $\mathbf{k} = \{k_x, k_y, k_z\} = k\{\sin\theta\cos\Phi, \sin\theta\sin\Phi, \cos\Phi\}$  (см. рис. 1),  $\mathbf{k}_\perp = \{k_x, 0, k_z\}$ ,  $k_\perp^2 = k_x^2 + k_z^2$ ,  $\rho = \{x, 0, z\}$ ,  $\rho^2 = x^2 + z^2$ ,  $\rho_{\text{ст}} = [\delta(\rho - a)/2\pi\rho]\sigma(y + vt, t)$ ,  $\sigma(y + vt, t)$  — поверхностная плотность заряда на цилиндрической поверхности проводника (радиуса  $a$  и длины  $2L$ ), т. е.  $\sigma(y + vt, t) \neq 0$  при  $-L < y + vt < L$  ( $v$  — скорость проводника). Целью настоящей работы является вывод уравнения для  $\sigma(y + vt, t)$ . Здесь считается, что  $v_t \ll v \ll c$  ( $c$  — скорость света,  $v_t$  — средняя тепловая скорость электронов плазмы), и рассматриваются лишь квазистатические колебания поля ( $E = -\nabla\varphi$ ,  $E$  — напряженность электрического поля), так как длина проводника  $2L$  предполагается достаточно малой. При указанной выше ориентации проводника относительно направлений  $\mathbf{v}$  и  $H_0$  следует ожидать, что возбудится, грубо говоря, весь спектр частот плазменного резонанса.

Произведя в (2) замену переменных при интегрировании  $y' = y + vt$ ,  $t' = t$  и совершая обратное преобразование Фурье для  $\varphi_{\omega k}$ , определяемой (1), (2), находим

$$\varphi(x, y, z, t) =$$

$$= \frac{1}{4\pi^3} \int_{-L}^L dy' \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\{i(\omega + k_y v)t' - ik_y y' - i\omega t + ik_y y + ik_{\perp} p\}}{\epsilon_{\perp}(\omega)(k_x^2 + k_y^2) + \epsilon_{\parallel}(\omega)k_z^2} \times \quad (3)$$

$$\times \sigma(y', t') J_0(k_{\perp} a) dt' dk d\omega.$$

Формула (3) определяет электрическое поле в неподвижной (связанной с плазмой) системе координат. В квазистатическом пределе (когда  $c \rightarrow \infty$  или в пренебрежении величинами порядка  $v/c$  по сравнению с единицей) это поле совпадает с электрическим полем в движущейся с проводником системе координат (разумеется, при этом надо положить в (3)  $y_1 = y + vt$ ,  $y_1$  — координата в движущейся системе координат). Таким образом, вводя также новую переменную интегрирования  $\omega + k_y v = \zeta$ , получим

$$\varphi(x, y_1, z, t) =$$

$$= \frac{1}{4\pi^3} \int_{-L}^L dy' \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\{i\zeta(t' - t) + ik_y(y_1 - y') + ik_{\perp} p\}}{\epsilon_{\perp}(\zeta)(k_x^2 + k_y^2) + \epsilon_{\parallel}(\zeta)k_z^2} \times \quad (4)$$

$$\times \sigma(y', t') J_0(k_{\perp} a) dk d\omega dt',$$

где  $a \rightarrow 0$ ,  $\varphi \rightarrow 0$  при  $r = \sqrt{x^2 + y_1^2 + z^2} \rightarrow \infty$ , ниже индекс у  $y_1$  будем опускать. Тогда в результате вычислений, аналогичных [1], для потенциала на поверхности проводника  $\varphi(p = a + 0, y, t)$  будем иметь

$$\varphi(p = a + 0, y, t) =$$

$$= p \left\{ \sigma(y, t) - \frac{1}{2\pi v} \int_{-L}^y dy_1 \sigma \left( y_1, \frac{y_1 - y}{v} + t \right) \times \quad (5)$$

$$\times \int_l \frac{\exp(i(\zeta/v)(y_1 - y)) \zeta \sqrt{\zeta^2 - \omega_H^2} d\zeta}{\sqrt{\zeta^2 - \omega_0^2} \sqrt{\zeta^2 - \omega_p^2}} \right\}.$$

Здесь путь интегрирования  $l$  охватывает точки ветвления  $\pm\omega_H$ ;  $\pm\omega_0$ ;  $\pm\omega_p$  ( $\omega_p = \sqrt{\omega_0^2 + \omega_H^2}$ ) в соответствии с рис. 2, где считается, что  $\omega_H > \omega_0$ ,  $p = \ln(4d^2/a^2)$  — большой параметр, а  $d$  удовлетворяет условиям  $d \ll L$ ,  $d \ll v/\omega_H$ ,  $d \ll v/\omega_0$ ,  $d \ll v/\omega$ ,  $d \gg a$ . Легко видеть (см. (5)),

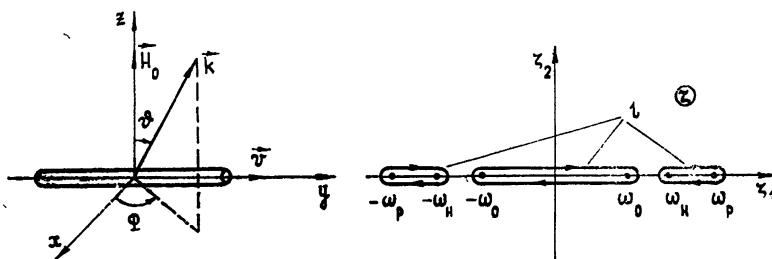


Рис. 1.

что вклад в потенциал вносят все частоты плазменного резонанса ( $0 < \omega < \omega_m$ ,  $\omega_n < \omega < \omega_p$ ,  $\omega_m$ ,  $\omega_n$  — соответственно меньшая и большая из величин  $\omega_0$ ,  $\omega_H$ ). Указанный факт связан с тем, что при движе-

ний точечного заряда попрек магнитного поля возбуждается весь спектр частот плазменных колебаний, так как, например, для черенковского излучения должно быть  $1 = v k_j(\omega, \theta) \cos \varphi$  ( $k_j(\omega, \theta) = \omega n_j(\omega, \theta)/c$ ,  $n_j$  — показатель преломления нормальной волны магнитоактивной плазмы,  $j = 1, 2$ ,  $\varphi$  — угол между  $\mathbf{k}_j$  и  $\mathbf{v}$ ,  $\cos \varphi = \sin \theta \sin \Phi$ ). Плазменной волне отвечает значение  $n_j \rightarrow \infty$ , поэтому должно быть  $\cos \varphi \rightarrow 0$ , т. е.  $\Phi \rightarrow 0$ , при этом частота излучения может пробегать весь спектр волн плазменного резонанса, так как  $n_j(\omega, \theta)$  не зависит от  $\Phi$  (см. рис. 1). Напомним, что в случае  $\mathbf{v} \downarrow \mathbf{H}_0$ , когда ось проводника совпадает с  $\mathbf{H}_0$ , наиболее существенный вклад в потенциал вносят лишь колебания плазмы на гибридной частоте [1]. Тот факт, что потенциал проводника зависит от всех частот плазменного резонанса, приводит к некоторому усложнению задачи, и, в частности, для получения границы устойчивости системы придется воспользоваться численными расчетами на ЭВМ.

Отметим, что в случае сильно замагниченной плазмы ( $\omega_H \rightarrow \infty$ ) (5) переходит в

$$\varphi(p = a + 0, t) =$$

$$= p \left\{ \sigma(y, t) + \frac{\omega_0}{v} \int_{-L}^y \sigma \left( y_1, \frac{y_1 - y}{v} + t \right) J_1 \left[ \frac{\omega_0}{v} (y_1 - y) \right] dy_1 \right\}. \quad (6)$$

Здесь  $J_1[\omega_0(y_1 - y)/v]$  — функция Бесселя. Для исследования устойчивости рассматриваемой системы найдем собственные частоты колебаний поверхностной плотности заряда, для чего положим  $\sigma(y, t) = \sigma(y) e^{-i\omega t}$ ,  $\varphi(a, t) = G e^{-i\omega t}$ , где  $G = \text{const}$ ,  $-L < y < L$ . В результате при помощи (5) будем иметь

$$G = p \left\{ \sigma(y) - \frac{1}{2\pi v} \int_{-L}^y dy_1 \sigma(y_1) \times \right. \\ \left. \times \exp \left( -\frac{i\omega(y_1 - y)}{v} \right) \int_y^L \frac{\exp[i(\zeta/v)(y_1 - y)] \sqrt{\zeta^2 - \omega_H^2} d\zeta}{\sqrt{\zeta^2 - \omega_0^2} \sqrt{\zeta^2 - \omega_p^2}} \right\}, \quad (7)$$

$$-L < y < L,$$

или в случае  $\omega_H \rightarrow \infty$

$$G = p \left\{ \sigma(y) - \frac{\omega_0}{v} \int_{-L}^y \sigma(y_1) \exp \left\{ -\frac{i\omega(y_1 - y)}{v} \right\} J_1 \left[ \frac{\omega_0}{v} (y_1 - y) \right] dy_1 \right\}, \quad (8)$$

$$-L < y < L.$$

Кроме того, должно соблюдаться условие незаряженности проводника, т. е.

$$\int_{-L}^L \sigma(y) dy = 0. \quad (9)$$

Решая совместно (7), (9) на ЭВМ, можно найти область устойчивости на плоскости  $q_0 = \omega_0 L/v$ ,  $q_H = \omega_H L/v$  (т. е. область, где мнимая часть частоты собственных колебаний системы отрицательна). На рис. 3 точками отмечены граничные значения области устойчивости, полученные в результате проведенных вычислений на ЭВМ. Область устойчивости заштрихована. Легко видеть, что кривая, отделяющая области устойчивости и неустойчивости, проходит через точку  $q_H = 0$ ,  $q_0 =$

$\equiv \pi/\sqrt{2}$ , определяющую границу устойчивости для изотропной плазмы [1]. В отличие от системы, рассмотренной в [1], здесь даже для сильно замагниченной плазмы может иметь место неустойчивость колебаний

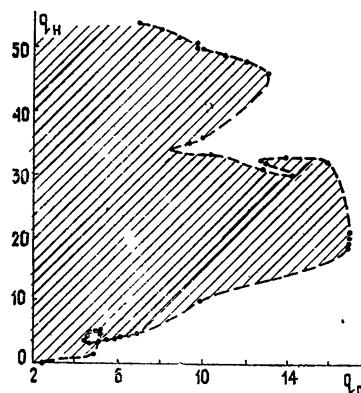


Рис. 3.

поверхностного заряда на проводнике. Границная точка области устойчивости в случае  $\omega_H \rightarrow \infty$  (см. (8), (9)), как показывает численный счет,  $q_0 \approx 5,7$ . Если  $q_0 > 5,7$ , то в системе имеет место неустойчивость.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Эйдман В. Я. — Изв. вузов — Радиофизика, 1979, 22, № 7, с. 781.

Научно-исследовательский  
радиофизический институт

Поступила в редакцию  
4 декабря 1980 г.

#### INTERACTION BETWEEN A MOVING THIN CONDUCTOR AND MAGNETOACTIVE PLASMA

B. E. Nemtsov, A. V. Shilyagin, V. Ya. Eidman

An instability is considered which occurs when a thin cylindrical conductor moves along its axis. Here the constant magnetic field  $H_0$  is directed perpendicular to the conductor axis. It turns out that in such a system the instability may take place even in the case of strongly magnetized plasma ( $H_0 \rightarrow \infty$ ).