

УДК 573.871.64 : 621.371.332.1

ПРИМЕНЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ К ОПРЕДЕЛЕНИЮ УГЛОВ ПРИХОДА ЛУЧА ПЕДЕРСЕНА И ДАЛЬНОСТИ МЕРТВОЙ ЗОНЫ В ГОРИЗОНТАЛЬНО НЕОДНОРОДНОЙ ИОНОСФЕРЕ

М. В. Тинин

С помощью метода малых возмущений определяются углы прихода луча Педерсена в вертикальной и горизонтальной плоскостях при наличии в ионосферном слое горизонтальных градиентов его параметров (критической частоты, высоты и полуширины). Определяется дальность мертвой зоны для горизонтально неоднородной, близкой к сферически-слоистой ионосферы.

Известна большая роль верхнего луча (луча Педерсена) при дальнем односкачковом распространении $[1-3]$ и при захвате радиоволн в ионосферные волноводы $[4, 5]$. Численная реализация расчетов траектории луча Педерсена требует большого объема машинного времени ввиду его неустойчивости, обусловленной близостью к критическому лучу. По этой же причине применение метода возмущений для расчета луча Педерсена в неоднородной ионосфере возможно только в двухточечной постановке траекторной задачи $[6]$. В работах $[7, 8]$ были получены формулы для критического угла (в который переходит вертикальный угол прихода луча Педерсена при большом удалении от мертвой зоны) в горизонтально неоднородной ионосфере. В настоящей работе мы получим формулы для углов прихода луча Педерсена на конечном расстоянии от границы мертвой зоны, которая также будет найдена.

1. Плоские ионосфера и Земля. Рассмотрим траекторию луча в параболическом ионосферном слое, зависимость диэлектрической проницаемости от высоты z (см. рис. 1) которого задана выражением

$$\varepsilon(z) = \begin{cases} 1 - \xi^{-2} \{1 - [(z - y_m)/y_m]^2\} & (0 \leq z \leq 2y_m) \\ 1 & (z \leq 0, z \geq 2y_m) \end{cases}, \quad (1)$$

где y_m — полутолщина слоя, $\xi = f/f_c$ — отношение рабочей частоты f к критической f_c .

Известно (см., например, $[9, 10]$), что, когда параметры слоя y_m , ξ и высота его основания над Землей h (см. рис. 1) не зависят от расстояния x , дальность скачка D для слоя (1) равна

$$D = 2hs/\sqrt{1 - s^2} + \tau, \quad (2)$$

где $s = \sin \psi_0$ — синус угла падения,

$$\tau = y_m s \xi \ln[(1 + \xi \sqrt{1 - s^2}) / (1 - \xi \sqrt{1 - s^2})] \quad (3)$$

— дальность участка траектории, расположенного внутри слоя.

Для определения угла прихода необходимо разрешить (2) относительно $s(D)$, что обычно делается численно. Мы получим приближен-

ные аналитические формулы, используя то обстоятельство, что луч Педерсена весьма близок к критическому лучу. Вдали от мертвой зоны это очевидно, но по мере приближения к мертвой зоне угол прихода луча Педерсена отклоняется от критического. Однако, как показано в работах [11, 12], при достаточно малом отношении $y_m/2h$ оказывается близким к критическому даже экстремальный угол прихода, под которым верхний и нижний лучи, вырождаясь в один, приходят на границу мертвой зоны. С учетом этого из (3) можно найти

$$s(\tau) \approx \sqrt{1 - \xi^{-2} \{1 + 2(\xi^2 - 1)^{-1} \exp[-\tau/(y_m \sqrt{\xi^2 - 1})]\}}, \quad (4)$$

а выражение (2) для дальности скачка переписать:

$$D(\tau) \approx \overline{2h \sqrt{\xi^2 - 1}} \{1 + 2\xi^2(\xi^2 - 1)^{-1} \exp[-\tau/(y_m \sqrt{\xi^2 - 1})]\} + \tau. \quad (5)$$

При

$$\tau \gg y_m \sqrt{\xi^2 - 1}, \quad (6)$$

пренебрегая экспоненциально малым слагаемым в (5), получим

$$\tau \approx D - 2h \sqrt{\xi^2 - 1}, \quad (7)$$

что после подстановки в (4) позволяет определить угол прихода β (см. рис. 1) по формуле

$$\beta = \arccos[s(\tau)]. \quad (8)$$

Вблизи мертвой зоны уже необходимо учитывать экспоненциальное слагаемое в (5) [11, 12]. Чтобы из (5) найти $\tau(D)$, учитывая

$$y_m/2h < 1, \quad (9)$$

заменяем (5) приближенным соотношением

$$D \approx D_m + y_m \sqrt{\xi^2 - 1} \ln \operatorname{ch}[(\tau - \tau_m)/y_m \sqrt{\xi^2 - 1}], \quad (10)$$

где τ_m определяется из равенства нулю производной от правой части (5):

$$\tau_m = y_m \sqrt{\xi^2 - 1} \ln[4h/y_m(1 - \xi^{-2})], \quad (11)$$

а дальность мертвой зоны D_m равна (см. также [11])

$$D_m \equiv D(\tau_m) = 2h \sqrt{\xi^2 - 1} \{1 + (y_m/2h) [1 + \ln(4h/y_m(1 - \xi^{-2}))]\}. \quad (12)$$

Из уравнения (10) уже нетрудно найти $\tau(D)$, и после подстановки в (4) для синуса угла падения верхнего луча имеем

$$s = \sqrt{1 - \xi^{-2}} \left\{ 1 + \frac{y_m \exp[-(D - D_m)/(y_m \sqrt{\xi^2 - 1})]}{2h \xi^2 [1 + \sqrt{1 - \exp[-2(D - D_m)/(y_m \sqrt{\xi^2 - 1})]}]} \right\}. \quad (13)$$

Подстановка (13) в (8) дает искомое значение угла прихода β . Учитывая следующее приближение, можно показать, что максимальная относительная погрешность формулы (13), достигаемая при $D = D_m$, равна

$$\Delta s/s \approx -(y_m/2h)^2 \xi^{-4} \ln[4h/y_m(1 - \xi^{-2})]. \quad (14)$$

Хотя погрешность (14) при выполнении условия (9) на высоких частотах обычно не превышает одного процента, она может привести к заметным ошибкам в определении углов прихода β , особенно при малых их значениях. Тем не менее, как показывает сравнение определяемой из (8), (13) приближенной зависимости $\beta(D)$ с определяемой из (8), (2)

строгой зависимостью $D(\beta)$, погрешность расчета углов прихода по формулам (8), (13) при отходе от мертвой зоны на расстояние порядка десяти километров обычно не превышает десятых долей градуса.

2. Учет продольных горизонтальных градиентов в ионосферном слое. Учетом медленную монотонную зависимость параметров слоя ξ , y_m , h от расстояния x . В этом случае выражение для дальности скачка (см. рис. 1) принимает вид

$$D = l_0(\tau) + \tau + l_1(\tau), \quad (15)$$

где

$$l_i = h_i \operatorname{tg} \psi_i \quad (i = 0, 1), \quad (16)$$

ψ_i , h_i — угол падения луча на слой и высота слоя в точках $x = l_0$ ($i = 0$) и $x = l_0 + \tau$ ($i = 1$). Необходимо определить углы ψ_i в горизонтально неоднородном ионосферном слое.

Ввиду того, что траекторная задача здесь ставится на интервале τ как двухточечная, можно, как показано в работе [6], применить метод возмущений и найти поправки к определенному в предыдущем пункте углу прихода (см. (13)) в горизонтально однородном слое. При вычислении этих поправок, вызванных горизонтальной неоднородностью слоя, по формулам работы [13] пренебрежем экспоненциальными членами, малость которых уже предполагалась при выводе (4), (5). Это приводит к тому, что поправки к углам луча Педерсена оказываются равными поправкам на горизонтальную неоднородность к критическому углу, найденным в работе [7] методом пограничных функций. Выразив критические углы при входе луча в слой и выходе из него через параметры слоя в середине участка τ , для углов ψ_0 и ψ_1 получаем:

$$\operatorname{tg} \psi_i \approx \sqrt{\bar{\xi}^2 - 1} \left\{ 1 + 2\bar{\xi}^2 (\bar{\xi}^2 - 1)^{-1} \exp\left(-\tau / (\bar{y}_m \sqrt{\bar{\xi}^2 - 1})\right) - \right. \\ \left. - [(-1)^i \bar{\xi}^2 / (2\sqrt{\bar{\xi}^2 - 1})] [(\bar{y}_m / X_{\text{эфф}}) + 2\alpha_x - \tau / (X_f \sqrt{\bar{\xi}^2 - 1})] \right\}; \quad (17)$$

$$X_f = [(1/f_c) (\partial f_c / \partial x)]^{-1}; \quad (18)$$

$$X_{\text{эфф}} = [(1/f_c) (\partial f_c / \partial x) + (1/y_m) (\partial y_m / \partial x)]^{-1}; \quad (19)$$

$$\alpha_x = \operatorname{arctg} (dh/dx) \ll 1. \quad (20)$$

Здесь черта над обозначением параметра слоя означает вычисление его в точке $x = x_l \equiv l_0 + \tau/2$. Подставляя (17) в (15), (16), получаем уравнение для дальности, совпадающее с уравнением (5), в котором все значения параметров слоя взяты в точке x_l . Отсюда следует, что для расчета дальности скачка (так же, как и для расчета дальности мертвой зоны [11]) горизонтально неоднородная трасса и усредненная трасса, т. е. однородная трасса с параметрами, взятыми в середине участка τ (см. рис. 1), эквивалентны с точностью порядка $(\tau/L)^2$, где L — наименьший характерный масштаб горизонтального изменения параметров слоя. Это дает возможность при определении $\tau(D)$ использовать уравнение (10), откуда получаем

$$\tau(D) \approx \bar{y}_m \sqrt{\bar{\xi}^2 - 1} \ln \left\{ [4\bar{h} \bar{\xi}^2 / (\bar{y}_m (\bar{\xi}^2 - 1))] \left| \exp \left\{ (D - \bar{D}_m) / (\bar{y}_m \sqrt{\bar{\xi}^2 - 1}) \right\} \right| + \right. \\ \left. + \sqrt{\exp \left[2(D - \bar{D}_m) / (\bar{y}_m \sqrt{\bar{\xi}^2 - 1}) \right] - 1} \right\}, \quad (21)$$

где \bar{D}_m определяется по формуле (12) для усредненной трассы.

Формулы (17)—(21) с учетом соотношения $\beta_{0,1} = \pi/2 - \psi_{0,1}$ определяют угол выхода из источника и угол прихода в точку наблюдения луча Педерсена в параболическом слое, полутолщина, критическая частота и высота которого медленно и монотонно меняются с расстоянием.

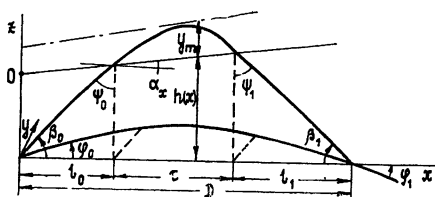


Рис. 1.

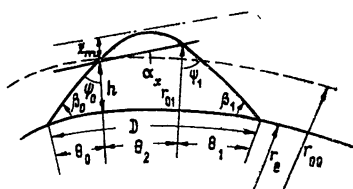


Рис. 2.

3. Учет сферичности Земли и близости к сферически-слоистой ионосфере. С увеличением дальности скачка плоская модель, рассмотренная в предыдущих пунктах, становится неудовлетворительным приближением, возникает необходимость учитывать в траекторных расчетах сферичность Земли и почти сферически-слоистый характер ионосферы.

В сферической системе координат (см. рис. 2) для дальности скачка с учетом горизонтальной неоднородности ионосферы имеем

$$D = r_e (\pi + \theta_2 - \psi_0 - \psi_1 - \beta_0 - \beta_1), \quad (22)$$

где $\theta_2 \equiv \tau/r_e$ — угловое расстояние участка траектории внутри слоя, r_e — радиус Земли. Углы прихода на уровне Земли β_i и углы падения на ионосферный слой ψ_i связаны соотношением

$$\beta_i = \arccos(\sin \psi_i r_{0i}/r_e), \quad (23)$$

где

$$r_{00} = r_e + h(\theta_0), \quad r_{01} = r_e + h(\theta_0 + \theta_2). \quad (24)$$

При определении углов $\psi_i(\tau)$ так же, как и в предыдущих пунктах, учтем близость этих углов к критическому $\psi_i(\infty)$ в горизонтально неоднородном слое, найденном в работе [8]. Для конечных τ определим $\psi_i(\tau)$, воспользовавшись представлением о модифицированной диэлектрической проницаемости $\epsilon_{\text{мод}}$, что соответствует замене задачи расчета траектории луча в параболическом слое (1) в сферической системе координат на аналогичную задачу в декартовой системе координат в некотором эффективном параболическом слое:

$$\epsilon_{\text{мод}} = \epsilon_m + [(z - z_m)/d_m]^2, \quad (25)$$

где

$$\epsilon_m = (1 - \xi^{-2}) \{1 + (y_m/r_0)[2 - (y_m/r_0)(\xi^2 - 2)]\} \approx \quad (26)$$

$$\approx (1 - \xi^{-2})(1 + 2y_m/r_0);$$

$$z_m \approx y_m[1 - (y_m/r_0)(\xi^2 - 1)]; \quad (27)$$

$$d_m \approx y_m \xi. \quad (28)$$

В результате выкладок, аналогичных приведенным в предыдущих пунктах, получаем

$$\beta_i \approx \arccos[(r_{0i}/r_e) \sqrt{\epsilon_{mi}}] - \sqrt{(1 - \bar{\epsilon}_m)/[(r_e/r_0)^2 - \bar{\epsilon}_m]} \times \quad (29)$$

$$\times \{2 \sqrt{(1 - \bar{\epsilon}_m)/\bar{\epsilon}_m} \exp[-\tau/(\bar{d}_m \sqrt{\bar{\epsilon}_m})] - (-1)^i a_{\psi\phi}\},$$

где ε_{m0} , ε_{m1} — значения $\varepsilon_m(x)$ в точках входа и выхода луча из слоя,

$$\alpha_{эфф} = \alpha_x + (\partial z_m / \partial x) - (z_m / 2\bar{d}_m) (\partial d_m / \partial x); \quad (30)$$

$$\tau = \bar{d}_m \sqrt{\varepsilon_m} \ln \left\{ \frac{4\bar{r}_0 \sqrt{1 - \varepsilon_m}}{\varepsilon_m \bar{d}_m} \left[\sqrt{\frac{1 - \varepsilon_m}{(r_e / \bar{r}_0)^2 - \varepsilon_m}} - 1 \right] \right\} \times \quad (31)$$

$$\times \left[\exp \left[\frac{D - D_m \bar{r}_0}{\sqrt{\varepsilon_m} \bar{d}_m r_e} \right] + \sqrt{\exp \left[2 \frac{D - D_m \bar{r}_0}{\sqrt{\varepsilon_m} \bar{d}_m r_e} \right] - 1} \right];$$

$$D_m = 2r_e \left\{ \arcsin \sqrt{1 - \varepsilon_m} - \arcsin \sqrt{1 - \varepsilon_m (\bar{r}_0 / r_e)^2} \right\} + \quad (32)$$

$$+ (r_e \bar{r}_0) \sqrt{\varepsilon_m} \bar{d}_m \left\{ 1 + \ln \left[\frac{4\bar{r}_0 \sqrt{1 - \varepsilon_m}}{\varepsilon_m \bar{d}_m} \left(\sqrt{\frac{1 - \varepsilon_m}{(r_e / \bar{r}_0)^2 - \varepsilon_m}} - 1 \right) \right] \right\}.$$

С целью оценки точности формулы (29) вычислялись значения разности $\Delta\beta_i$ углов β_i , вычисленных по формуле (29) и полученных в результате численного интегрирования траекторных уравнений. На рис. 3 приведены зависимости $\Delta\beta_i(D)$ для слоя с $y_m = 80$ км, $h = 170$ км, $f_c(0) = 7$ МГц, $f = 16,76$ МГц, $\alpha_x = 0$ с градиентом критической частоты, равным нулю (пунктирные кривые) и равным $\partial f_c / \partial x = 0,1$ МГц/100 км (сплошные кривые). Там же приведены зависимости $\beta_i(D)$. Из этих результатов и других аналогичных расчетов видно, что за исключением небольшой окрестности мертвой зоны точность формулы (29) не хуже десятых долей градуса.

Формула (32) может быть использована для вычисления дальности мертвой зоны. Следует отметить, однако, что эта формула непосредственно определяет дальность мертвой зоны D_m только для случая горизонтально однородной ионосферы, а в случае горизонтально неоднородной ионосферы является уравнением для ее определения, так как параметры слоя, входящие в правую часть (32), заданы на расстоянии $\sim D_m/2$. Если на этом расстоянии параметры слоя меняются мало, то дальность мертвой зоны можно выразить через их значения в начале трассы:

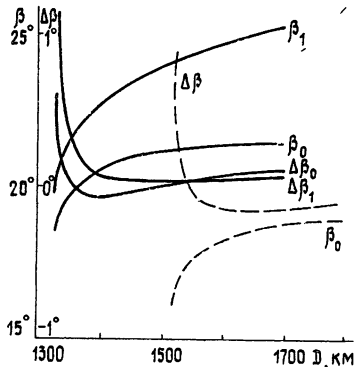


Рис. 3.

$$D_m \approx D_m^{(0)} \left\{ 1 + \frac{r_e}{2\sqrt{\varepsilon_m}} \frac{\partial \varepsilon_m}{\partial x} \left[\frac{1}{\sqrt{(r_e / r_0)^2 - \varepsilon_m}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \varepsilon_m}} \right] + \right. \quad (33)$$

$$\left. + \frac{\alpha_x \sqrt{\varepsilon_m}}{\sqrt{1 - \varepsilon_m (r_0 / r_e)^2}} \right\},$$

где $D_m^{(0)}$ определяется по формуле (32), в которую, как и в остальные члены формулы (33), подставлены значения параметров слоя в начале трассы.

4. Вариации азимута. Вариации азимута в отсутствие наклона основания слоя можно вычислить по соответствующей формуле работы [14], которая в случае постоянного поперечного градиента примет вид

$$\varphi_1 = -\varphi_0 = \frac{1}{2\sin^2\psi_0 \cos(D/2r_e)} \int_0^{\tau/2} \cos \frac{t}{r_e} \frac{\partial \varepsilon_{\text{мод}}}{\partial y}(z_0(t), y) \Big|_{y=0} dt, \quad (34)$$

где переменная t отсчитывается от середины трассы. Для параболического слоя (1) интеграл (34) легко вычисляется. Если принять во внимание, что обычно

$$\tau/2r_e < D/2r_e \ll 1, \quad (35)$$

учесть наклон основания слоя $\alpha_y = \text{arctg}(dh/dy) \ll 1$ и найденные нами (см. (31)) значения $\tau(D)$, то полученное выражение для азимута луча Педерсена приводится к следующему явному виду:

$$\begin{aligned} \varphi_1 = & \frac{y_m}{2\sqrt{\xi^2-1}} \left\{ \frac{1}{\xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} \left[\ln \left[\frac{4r_0 \sqrt{1-\varepsilon_m}}{\varepsilon_m d_m} \left[\sqrt{\frac{1-\varepsilon_m}{(r_e/r_0)^2 - \varepsilon_m}} - 1 \right] \right] \times \right. \right. \\ & \times \left[\exp \left(\frac{D - D_m r_0}{\sqrt{\varepsilon_m} d_m r_e} \right) + \sqrt{\exp \left(2 \frac{D - D_m r_0}{\sqrt{\varepsilon_m} d_m r_e} \right) - 1} \right] - 1 \right] + \\ & \left. + \frac{1}{y_m} \frac{\partial y_m}{\partial y} \right\} + \frac{\alpha_y}{\sqrt{\xi^2-1}}. \end{aligned} \quad (36)$$

Используя близость вертикальных углов прихода луча Педерсена к критическому, нам удалось найти соотношения для дальности мертвой зоны и углов прихода луча Педерсена в обеих плоскостях для горизонтально неоднородной ионосферы. В отличие от формул работ [13-18] здесь уже не требуется знание угла падения невозмущенного луча или другого параметра, определение которого связано с необходимостью пристрелки луча на заданную дальность, поскольку найдены непосредственные выражения для углов прихода через значения параметров слоя (высоты, критической частоты, полуширины), их градиентов, рабочей частоты и дальности. В случае необходимости для полученных формул возможно несложное обобщение, учитывающее нижележащие слои и анизотропию ионосферной плазмы.

Зная углы прихода, нетрудно определить остальные характеристики (время распространения, ослабление за счет поглощения и расходимости) ионосферной радиоволны, соответствующей лучу Педерсена. Полученные формулы позволяют делать оперативные оценки и анализировать зависимости характеристик радиоволны от геофизической обстановки на трассе, а также судить об этой обстановке по экспериментальным данным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hagg E., Rolfe W.—Canad. J. Phys., 1963, 41, № 2, p. 220.
2. Ходжа-Ахмедов Ч. Л., Выставной В. М., Кашурно М. С., Костерин И. Н., Кондрашев А. В., Смирнов В. Б.—В сб.: Наклонное зондирование ионосферы.—М: Гидрометеоздат, 1972, вып. 1, с. 147.
3. Muldrew D. B., Maliphant R. G.—J. Geophys. Res., 1962, 67, № 5, p. 1805.
4. Сажин В. И., Тинин М. В.—Изв. вузов—Радиофизика, 1975, 18, № 9, с. 1389.

5. Кравцов Ю. А., Тинин М. В., Черкашин Ю. Н. Геомagnetизм и аэрономия, 1979, 19, № 5, с. 769.
6. Тинин М. В. — Изв. вузов — Радиофизика, 1980, 23, № 4, с. 498.
7. Тинин М. В. — В сб.: Исследования по geomagnetизму, аэрономии и физике Солнца. — М.: Наука, 1978, вып. 44, с. 33
8. Агарышев А. И., Тинин М. В. — Геомagnetизм и аэрономия, 1979, 19, № 4, с. 748.
9. Budden K. G. Radio Waves in the Ionosphere, Cambridge, Cambridge Univ. Press, 1961.
10. Дэвис К. Радиоволны в ионосфере. — М.: Мир, 1973.
11. Тинин М. В. — Радиотехника, 1980, 35, № 10, с. 63.
12. Тинин М. В. — В сб.: Исследования по geomagnetизму, аэрономии и физике Солнца. — М.: Наука, 1980, вып. 51, с. 21.
13. Тинин М. В. — В сб.: Исследования по geomagnetизму, аэрономии и физике Солнца. — М.: Наука, 1977, вып. 41, с. 40.
14. Тинин М. В. Тексты докладов VII Всесоюзного симпозиума по дифракции и распространению волн. — М.: 1977, т. 1, с. 58.
15. Гусев В. Д., Махмудов И. А., Хури А. — Радиотехника и электроника, 1974, 19, № 9 с. 1809
16. Баранов В. А. Кравцов Ю. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1975, 18, № 1, с. 52.
17. Titheridge J. E. — J. Atmosph. Terr. Phys., 1958, 13, № 1, p. 17.
18. Gething P. J. D. — J. Atmosph. Terr. Phys., 1965, 27, № 1, p. 57.

Иркутский государственный
университет

Поступила в редакцию
17 июня 1980 г.

APPLICATION OF ASYMPTOTIC METHODS FOR THE DEFINITION OF
ARRIVAL ANGLES OF PEDERSEN RAY AND THE «SKIP-DISTANCE»
IN A HORIZONTALLY INHOMOGENEOUS IONOSPHERE

M. V. Tinin

By the method of small disturbances arrival angles of the Pedersen ray are defined in the vertical and horizontal planes in the presence of the horizontal gradients of parameters of the ionosphere layer (critical frequency, height and semi-width). The «skip-distance» is defined for the horizontally inhomogeneous, close to the spherical stratified ionosphere.
