

УДК 621.385.632

О ХАРАКТЕРЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ЛБВ В БЛИЗИ ГРАНИЦЫ ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ

А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов

Сформулированы уравнения, описывающие поведение ЛБВ вблизи границы полосы пропускания замедляющей системы в линейном приближении без учета пространственного заряда и распределенных потерь. Исследована асимптотика (при $t \rightarrow \infty$) решения начальной задачи и задачи о возбуждении системы сторонним током. Указаны условия, при которых реализуются абсолютная и конвективная неустойчивости, т. е. условия генерации и усиления колебаний в системе достаточно большой длины.

Вопрос о поведении ЛБВ вблизи границы полосы пропускания замедляющей системы привлекает значительное внимание. Среди теоретических работ, исследующих проблему, можно выделить две группы*.

Первая группа использует так называемый дискретный подход, основанный на представлении периодической замедляющей системы эквивалентной схемой и раздельном рассмотрении взаимодействия поля каждой ячейки с электронным пучком [1–3]. Данный подход позволяет рассчитывать характеристики приборов в хорошем соответствии с экспериментом [2, 3]. Степень общности полученных результатов, однако, неясна, поскольку при расчетах всегда исходят из какой-либо конкретной эквивалентной схемы. Используемые формулы весьма сложны и громоздки, содержат большое число параметров, что сильно затрудняет качественный анализ и интерпретацию результатов.

Другой подход [4–7] основан на традиционных представлениях волновой теории ЛБВ, причем учитывается взаимодействие электронного пучка с двумя синхронными пространственными гармониками замедляющей системы — прямой гармоникой попутной волны и обратной гармоникой встречной волны. Сильными сторонами этого подхода являются простота, общность, адекватность физической сущности длительного взаимодействия. Трудность, связанная с наличием особенности в уравнениях возбуждения на границе полосы, как оказалось, не носит принципиального характера и устраняется путем перехода к модифицированным собственным функциям волновода [6]. Вторая трудность — проблема корректной постановки граничных условий на концах лампы — пока не преодолена; в большинстве работ авторы ограничиваются решением дисперсионного уравнения линеаризованной задачи [4, 7]**. Этого, однако, недостаточно для обоснованного суждения даже о свойствах бесконечно длинной системы, так как из-за наличия встречной волны возможна не только конвективная, но и абсолютная неустойчивость [13–15].

По нашему мнению, дальнейшее развитие и реализация возможностей волнового подхода имеет важное значение для понимания общих закономерностей поведения ЛБВ вблизи границы полосы пропускания. Естественным шагом в этом направлении является выяснение характера неустойчивости в системе бесконечной длины, чему и посвящена настоящая работа. Рассматривается лишь наиболее интерес-

* Обзор и обширная библиография приведены в книге [1].

** Исключение составляет работа [5], в которой вводятся феноменологически коэффициенты отражения волн от концов лампы.

кая область — непосредственная окрестность частоты отсечки. Анализ проводится в рамках одномерной модели ЛБВ в линейном приближении без учета пространственного заряда и диссипации.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Аппроксимируем дисперсионную характеристику замедляющей системы в окрестности границы полосы пропускания первыми членами ряда Тейлора:

$$\omega = \omega_0 + \frac{1}{2} \omega''(\beta_0) (\beta - \beta_0)^2, \quad (1)$$

где ω_0 — критическая частота, β_0 — соответствующая ей постоянная распространения. Групповая скорость $\omega'(\beta_0)$ на границе полосы равна нулю, поэтому волновые пакеты в рассматриваемой системе не перемещаются как целое. Их эволюция обусловлена дисперсионным «расплыванием» за счет различия групповых скоростей спектральных составляющих пакета и характеризуется следующим членом разложения, пропорциональным $\omega''(\beta_0)$.

Представим высокочастотный ток и синхронную составляющую продольного электрического поля в ЛБВ следующим образом:

$$\begin{aligned} \tilde{I} &= \operatorname{Re}[J(x, t) \exp(i(\omega_0 t - \beta_0 x))], \\ \tilde{E} &= \operatorname{Re}[\mathcal{E}(x, t) \exp(i(\omega_0 t - \beta_0 x))], \end{aligned} \quad (2)$$

где $J(x, t)$ и $\mathcal{E}(x, t)$ — медленно меняющиеся функции (условия этого будут выяснены ниже). Тогда, как показано в Приложении, нестационарное уравнение возбуждения замедляющей системы, которому отвечает закон дисперсии (1), имеет вид

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} + i \frac{\omega''(\beta_0)}{2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial x^2} = - \frac{\omega_0 \beta_0}{2} \left[R(\beta_0) J + i R'(\beta_0) \frac{\partial J}{\partial x} \right], \quad (3)$$

где $R(\beta)$ — модифицированное сопротивление связи (см. формулу (П.4) Приложения).

Для амплитуды сгруппированного тока J имеем [9]

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + v_0 \frac{\partial}{\partial x} + i(\omega_0 - \beta_0 v_0) \right]^2 J = i \frac{\omega_0 v_0 I_0}{2U} \mathcal{E}, \quad (4)$$

где v_0 — скорость электронного пучка, I_0 — постоянная составляющая тока пучка, U — ускоряющее напряжение.

Перейдем далее к безразмерным переменным

$$\begin{aligned} \xi &= \varepsilon \beta_0 x, & \tau &= \frac{\varepsilon^2 \beta_0^2 + |\omega''(\beta_0)| t}{2}, & I &= \frac{J}{I_0}, \\ F &= \frac{\mathcal{E}}{2\beta_0 U \varepsilon^2}, & \varepsilon &= \left[\frac{I_0 R}{2U} \frac{\omega_0}{\beta_0^2 + |\omega''(\beta_0)|} \right]^{1/4}. \end{aligned} \quad (5)$$

Предполагая, что $\varepsilon \ll 1$, сохраним в (3), (4) члены первого неисчезающего порядка по ε :

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} + i \mu \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} = - I; \quad (6)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial \xi} - iB \right)^2 I = iF, \quad (7)$$

где $\mu = \text{sign } \omega''(\beta_0)$, $B = \frac{-\omega_0 + \beta_0 v_0}{\epsilon \beta_0 v_0}$ — параметр, характеризующий рассинхронизм пучка с волной критической частоты. Чтобы пояснить смысл μ и B , на рис. 1 показано взаимное расположение дисперсионных характеристик пучка ($\omega = \beta v_0$) и периодической замедляющей системы при различных B вблизи высокочастотной ($\mu = -1$) и низкочастотной ($\mu = 1$) границ полосы пропускания.

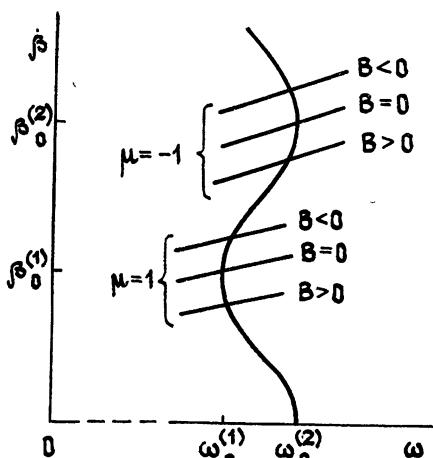


Рис. 1.

При переходе от (4) к (7) в левой части уравнения была исключена производная по времени. Физически это связано с тем, что в рассматриваемом интервале волновых чисел групповая скорость намного меньше скорости пучка ($|\omega'(\beta)| \ll v_0$), т. е. можно считать перенос возмущений пучком мгновенным. При этом в (7) потеряна информация о направлении движения пучка. Поэтому для системы бесконечно большой длины уравнения (6), (7) следует дополнить условием

$$I(\xi, \tau) \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad \xi \rightarrow -\infty. \quad (8)$$

2. АНАЛИЗ НА АБСОЛЮТНУЮ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ

Формальное решение задачи (6), (7) об эволюции начального распределения поля $F^0(\xi)$ дается интегралами Фурье:

$$F(\xi, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F^0(k) \exp \{i[\Omega(k)\tau - k\xi]\} dk; \quad (9)$$

$$J(\xi, \tau) = - \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F^0(k) \exp \{i[\Omega(k)\tau - k\xi]\} dk}{(k + B)^2}, \quad (10)$$

где

$$\Omega(k) = \mu k^2 + \frac{1}{(k + B)^2}; \quad (11)$$

$$F^0(k) = \int_{-\infty}^{\infty} F^0(\xi) e^{ik\xi} d\xi. \quad (12)$$

Чтобы выполнялось условие (8), контур интегрирования в (9) и (10) должен обходить особую точку $k = -B$ сверху в комплексной плоскости k .

В соответствии с (6) и (7) $\Delta \xi \sim 1$ и $\Delta \tau \sim 1$ — это характерные масштабы изменения величин $I(\xi, \tau)$ и $F(\xi, \tau)$. Поскольку $\xi \sim \epsilon x$, $\tau \sim \epsilon^2 t$, отсюда следует, что малость параметра ϵ есть условие медленности изменения амплитуд $J(x, t)$, $F(x, t)$.

При переходе от (4) к (7) в левой части уравнения была исключена производная по времени. Физически это связано с тем, что в рассматриваемом интервале волновых чисел групповая скорость намного меньше скорости пучка ($|\omega'(\beta)| \ll v_0$), т. е. можно считать перенос возмущений пучком мгновенным. При этом в (7) потеряна информация о направлении движения пучка. Поэтому для системы бесконечно большой длины уравнения (6), (7) следует дополнить условием

Исследуем асимптотическое поведение интеграла (9) при $\tau \rightarrow \infty$, $\xi = \text{const}$ методом перевала $[10-12]^*$. Точки перевала k_m определяются как корни уравнения $\Omega'(k) = 0$:

$$\mu k - \frac{1}{(k + B)^3} = 0. \quad (13)$$

На рис. 2 показано их расположение в плоскости комплексного k . На пунктирной линии лежат точки перевала, для которых $\operatorname{Im} \Omega(k_m) > 0$, на сплошной — $\operatorname{Im} \Omega(k_m) < 0$. Значения параметра B приведены рядом с соответствующими точками перевала.

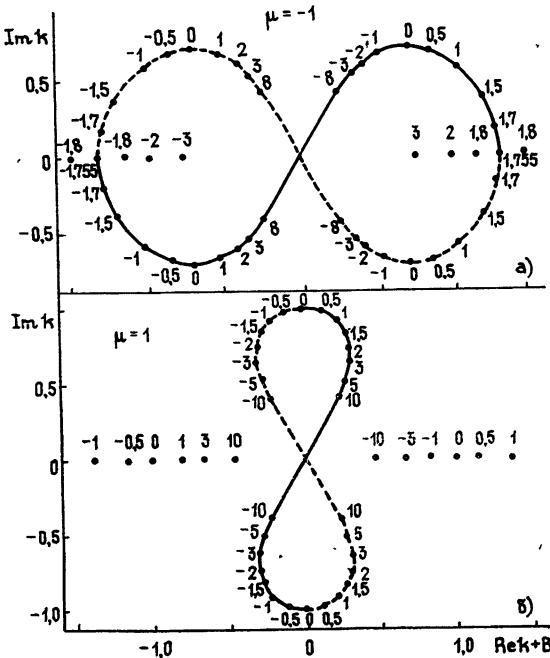


Рис. 2.

При $\mu = -1$, $B < \frac{4}{\sqrt[4]{27}} \approx 1,755$ и при $\mu = 1$, $B > 0$ имеется

точка перевала k_1 , такая, что $\operatorname{Im} k_1 > 0$ и $\operatorname{Im} \Omega(k_1) < 0$. Деформируем контур интегрирования так, чтобы он проходил через точку k_1 по линии наискорейшего спуска γ (рис. 3). При $\tau \rightarrow \infty$ интеграл вдоль линии γ имеет вид

$$F(\xi, \tau) = \frac{F^0(k_1)}{\sqrt{2\pi |\Omega''(k_1)| \tau}} \exp \left\{ i \left[\Omega(k_1)\tau - k_1 \xi - \frac{1}{2} \arg i \Omega''(k_1) \right] \right\} \quad (14)$$

и нарастает; интеграл по остальной части контура ограничен. Таким образом, в рассмотренном случае имеется абсолютная неустойчивость. Заметим, что распределение поля и тока по длине системы, возникающее в результате развития неустойчивости, содержит множитель $e^{-ik\xi}$.

* Ряд необычных свойств данной задачи (имеется условие (8); зависимость $\Omega(k)$ содержит особую точку; конечный предел $\Omega(k)/k$ при $k \rightarrow \infty$ отсутствует) делает невозможным непосредственное применение известных критериев неустойчивости [13-15]. В частности, действительным k всегда соответствуют действительные Ω (см. (11)), однако, как будет показано, неустойчивость возможна,

и, поскольку $\operatorname{Im} k_1 > 0$, удовлетворяет, как это и должно быть, условию (8).

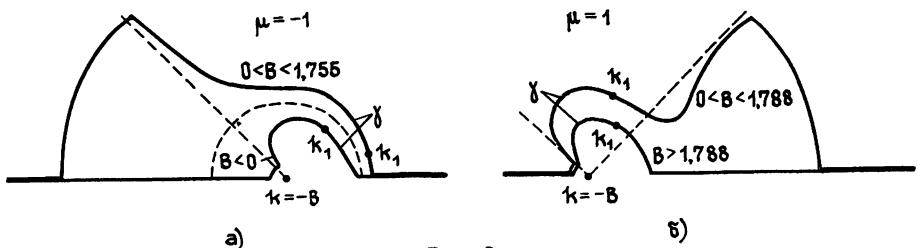


Рис. 3.

Размерная комплексная частота нарастающих колебаний определяется формулой

$$\omega = \omega_0 + \frac{\varepsilon^2}{2} |\omega''(\beta_0)| \beta_0^2 \Omega(k_1). \quad (15)$$

Зависимость действительной и мнимой частей величины $\Omega(k_1)$ от параметра B показана на рис. 4.

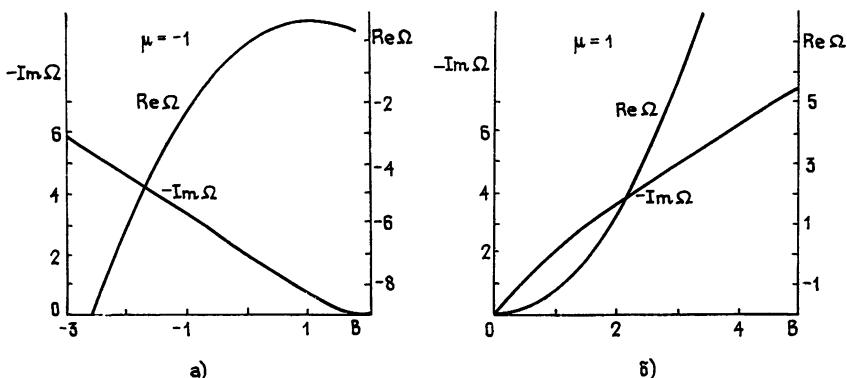


Рис. 4.

При $\mu = -1$, $B > 1,755$ и при $\mu = 1$, $B < 0$ точка перевала k_2 , для которой $\operatorname{Im} \Omega(k_2) < 0$, лежит в нижней полуплоскости. Установленное правило обхода особенности не позволяет в этом случае провести контур интегрирования через точку k_2 (линия наискорейшего спуска проходит ниже особой точки), и абсолютная неустойчивость отсутствует.

Наличие или отсутствие абсолютной неустойчивости для $|B| \gg 1$ нетрудно пояснить. При этом пучок находится в синхронизме только с одной пространственной гармоникой (рис. 1). Если $\mu = -1$, $B > 0$ или $\mu = 1$, $B < 0$, то реализуется синхронизм с прямой, а если $\mu = -1$, $B < 0$ или $\mu = 1$, $B > 0$, — то с обратной пространственной гармоникой. В первом случае (ЛБВ) абсолютной неустойчивости нет, во втором (ЛОВ) она есть. Таким образом, при изменении параметра B можно проследить за переходом от ЛБВ к ЛОВ. Интересно, что вблизи высокочастотной границы полосы ($\mu = -1$) абсолютная неустойчивость появляется, когда точка пересечения дисперсионных характеристик пучка и волны еще лежит на ветви, отвечающей прямой пространственной гармонике.

3. АНАЛИЗ НА КОНВЕКТИВНУЮ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ

Пусть система возбуждается сторонним током $\tilde{I}(\tau) \delta(\xi)$:

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} + i \mu \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} = -i I - \tilde{I}(\tau) \delta(\xi). \quad (16)$$

Решая (16) совместно с (7) формальным применением двойного преобразования Фурье (правила обхода особых точек установлены ниже), получим

$$F(\xi, \tau) = \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{I}_\Omega G(\Omega, \xi) e^{i\Omega\tau} d\Omega; \quad (17)$$

$$G(\Omega, \xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-ik\xi} dk}{\Omega - \Omega(k)}, \quad (18)$$

где $\tilde{I}_\Omega = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{I}(\tau) \exp(-i\Omega\tau) d\tau$, зависимость $\Omega(k)$ определяется соотношением (11).

Пусть $\tilde{I}(\tau)$, $F(\tau) \equiv 0$ при $\tau < 0$. Тогда интеграл (17) можно рассматривать как обратное преобразование Лапласа с параметром $p = i\Omega$. Поэтому контур интегрирования в (17) должен проходить ниже всех особых точек подынтегрального выражения. Сместим этот контур достаточно низко, так, чтобы во всех его точках выполнялось условие $|\Omega| \gg 1$. Тогда легко найти корни знаменателя в (18): $k_1 \approx \sqrt{\mu\Omega}$, $k_2 \approx -\sqrt{\mu\Omega}$, $k_{3,4} \approx -B$ (считаем для определенности $\text{Im } \sqrt{\mu\Omega} \geq 0$). Корни k_1 , k_2 соответствуют волнам, распространяющимся в линии передачи в отсутствие электронного пучка: k_1 — налево, k_2 — направо. Корни k_3 , k_4 отвечают свободному электронному пучку, также распространяющемуся направо. Это значит, что особые точки (полюсы) k_2 , k_3 , k_4 должны вносить вклад в интеграл (18) при $\xi > 0$, а k_1 — при $\xi < 0$. Поэтому контур интегрирования должен обходить точки k_2 , k_3 , k_4 сверху, а точку k_1 — снизу.

Пусть $\tilde{I}(\tau) \sim Ae^{i\Omega_0\tau}$ при $\tau \rightarrow \infty$ (спектр \tilde{I} сосредоточен вблизи Ω_0). Чтобы исследовать асимптотическое поведение интеграла (17), сместим контур интегрирования в плоскости Ω так, чтобы он проходил выше действительной оси, огибая точку Ω_0 снизу. При этом $G(\Omega, \xi)$ должна оставаться аналитической функцией Ω , т. е. в интеграле (18) следует деформировать контур интегрирования, сохраняя установленные правила обхода полюсов в плоскости k^* . Вклад в интеграл (17) от точки Ω_0 при $\xi > 0$ определяется выражением

$$F(\xi, \tau) = -A \sum_{m=2}^4 \left[\frac{dk_m(\Omega)}{d\Omega} \right]_{\Omega=\Omega_0} \exp\{i[\Omega_0\tau - k_m(\Omega_0)\xi]\}, \quad (19)$$

а интеграл по остальной части контура экспоненциально затухает при $\tau \rightarrow \infty$. Из (19) видно, что конвективная неустойчивость (усиление) на частоте Ω_0 имеется в том случае, если хотя бы у одного из корней k_2 , k_3 , k_4 уравнения $\Omega_0 = \Omega(k)$ мнимая часть положительна.

Исследование показывает, что при $\mu = -1$, $B > 1,755$ и $\mu = 1$,

* Это невозможно только при слиянии особых точек, расположенных по разные стороны от пути интегрирования при некотором $\Omega = \Omega_1$, $\text{Im } \Omega_1 < 0$. Можно показать, однако, что, как и в [13–15], этот случай соответствует абсолютной неустойчивости. В системе достаточно большой длины такие режимы (см. разд. 3) непригодны для усиления: система самовозбуждается.

$B < 0$ в ограниченной сверху полосе частот имеется усиление, обусловленное корнем k_3 . Зависимости действительной и мнимой частей этого корня от параметров Ω_0 и B представлены на рис. 5. Отметим, что при $\mu = 1$ (т. е. вблизи низкочастотной границы полосы) имеется обширная область внеполосного ($\Omega_0 < 0$) усиления. При $\mu = -1$ (высокочастотная граница полосы) внеполосное усиление реализуется лишь при $1,755 < B < 2$ на частотах, слегка превышающих частоту отсечки.

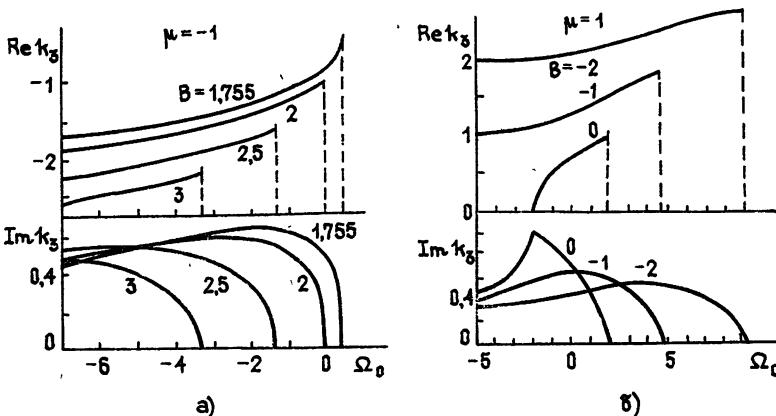


Рис. 5.

Формула для коэффициента усиления на единицу длины системы при учете в (19) только нарастающей волны имеет вид

$$G = 8,68 \epsilon \beta_0 \operatorname{Im} k_3(\Omega_0) (\text{dB/cm}). \quad (20)$$

В заключение раздела покажем, как осуществляется предельный переход к теории ЛБВ Пирса. Пусть $|B| \gg 1$, $\mu B < 0$, $\tilde{\Omega} = \Omega_0 - \mu B^2$. Тогда из уравнения $\Omega_0 = \tilde{\Omega}(k)$ видно, что $k_1 \approx B$, а остальные корни $k_{2,3,4} = -B + \tilde{k}_{2,3,4}$ определяются кубическим уравнением $\tilde{\Omega} = -2\mu B \tilde{k} + \tilde{k}^2$, которое заменой $\tilde{k} = i\delta/|2B|^{1/3}$, $\tilde{\Omega} = |2B|^{2/3}b$ сводится к форме $\delta^2(\delta + ib) = -i$. Далее, зависимость $\Omega(k)$ представим в виде

$$\Omega(k) = \tilde{k}^{-2}(k - k_1)(k - k_2)(k - k_3)(k - k_4).$$

С учетом того, что $k_1 \approx B$, используя введенные обозначения, получим

$$\Omega'(k_l) = \frac{B}{\delta_l^2} (\delta_l - \delta_m)(\delta_l - \delta_n),$$

где тройка l, m, n получается из 2, 3, 4 циклическими перестановками. Формула (19) принимает тогда вид

$$F = -\frac{A}{B} \sum_{l=2}^4 \frac{\delta_l^2 e^{i\delta_l \zeta}}{(\delta_l - \delta_m)(\delta_l - \delta_n)} e^{i\Omega_0 x}, \quad \zeta = |2B|^{-1/3} \xi,$$

совпадающий (при иной нумерации корней) с известным соотношением теории Пирса [8, 9].

Проведенный анализ носит общий характер, поскольку исходит лишь из соображений о виде дисперсионной характеристики и энергетических соотношений вблизи частоты отсечки. Применительно к системе конечной длины (реальная ЛБВ) полученные результаты позволяют сделать следующие выводы.

1) При значениях параметра рассинхронизма пучка с волной критической частоты $B < 1,755$ вблизи высокочастотной и $B > 0$ — вблизи низкочастотной границ полосы в системе достаточно большой длины ($\epsilon \beta x \gg 1$) самовозбуждение неизбежно при любых условиях на концах лампы. Вблизи высокочастотной границы полосы система более склонна к самовозбуждению, чем вблизи низкочастотной.

2) При $B > 1,755$ вблизи высокочастотной и $B < 0$ вблизи низкочастотной границ полосы самовозбуждение может быть исключено подбором граничных условий на концах лампы, и возможно усиление на частотах, лежащих как в пределах, так и за пределами полосы пропускания замедляющей системы. Коэффициент усиления ЛБВ может быть оценен по формуле (20) с точностью до величины, аналогичной «параметру начальных потерь» в теории Пирса.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Представим медленно меняющиеся амплитуды поля и тока в виде интегралов Фурье:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(x, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}(x, \omega) \exp[i(\omega - \omega_0)t] d\omega = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [\mathcal{E}_+(x, \omega) + \mathcal{E}_-(x, \omega)] \exp[i(\omega - \omega_0)t] d\omega, \\ J(x, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} J(x, \omega) \exp[i(\omega - \omega_0)t] d\omega. \end{aligned} \quad (\text{П.1})$$

Тогда для компонент Фурье поля прямой и обратной пространственных гармоник $\mathcal{E}_+(x, \omega)$ и $\mathcal{E}_-(x, \omega)$ будем иметь известные уравнения возбуждения [8, 9]:

$$\frac{d\mathcal{E}_{\pm}}{dx} + i[\beta_{\pm}(\omega) - \beta_0] \mathcal{E}_{\pm} = -\frac{\beta_{\pm}^2(\omega) K[\beta_{\pm}(\omega)]}{2} J, \quad (\text{П.2})$$

где $\beta_{\pm}(\omega)$ — постоянные распространения на частоте ω , $K(\beta_{\pm})$ — соответствующие сопротивления связи.

Определим явный вид зависимости коэффициентов уравнения (П.2) от ω . Постоянные распространения β_{\pm} получим из уравнения (1):

$$\beta_{\pm} = \beta_0 \pm \sqrt{2[\omega''(\beta_0)]^{-1}(\omega - \omega_0)}. \quad (\text{П.3})$$

Зависимость $K(\beta(\omega))$ найдем из следующих соображений. Поток мощности в системе $P_{\pm} = |\mathcal{E}|^2/2\beta_{\pm}^2 K(\beta_{\pm})$ и плотность энергии W связаны выражением $W = P_{\pm}/v_{\text{гр}}$, где

$$v_{\text{гр}}(\beta_{\pm}) = \omega'(\beta_{\pm}) = \omega''(\beta_0)(\beta_{\pm} - \beta_0) = \pm \sqrt{2\omega''(\beta_0)(\omega - \omega_0)}.$$

При $\omega \rightarrow \omega_0$ отношение $W/|\mathcal{E}|^2$, очевидно, остается конечным. Сопоставляя приведенные выражения, видим, что конечным остается и произведение $K v_{\text{гр}}$, т. е. можно положить

$$K(\beta) = \frac{\omega_0 R(\beta)}{\beta_0 \omega''(\beta_0) (\beta - \beta_0)}, \quad (\text{П.4})$$

где $R(\beta)$ имеет размерность сопротивления и является аналитической функцией β . Считая, что $R(\beta) \approx R(\beta_0) + R'(\beta_0)(\beta - \beta_0)$, и учитывая (П.3) и (П.4), из уравнений (П.2) получаем

$$\frac{d\mathcal{E}_\pm}{dx} \pm i \sqrt{\frac{2(\omega - \omega_0)}{\omega''(\beta_0)}} \mathcal{E}_\pm = - \frac{\omega_0 \beta_0}{2\omega''(\beta_0)} \left[\pm \sqrt{\frac{\omega''(\beta_0)}{2(\omega - \omega_0)}} R(\beta_0) + R'(\beta_0) \right] J. \quad (\text{П.5})$$

Складывая и вычитая уравнения (П.5) и исключая величину $\mathcal{E}_+ - \mathcal{E}_-$, получим одно уравнение второго порядка, не содержащее особенности:

$$\begin{aligned} & \frac{\omega''(\beta_0)}{2} \frac{d^2\mathcal{E}(x, \omega)}{dx^2} + (\omega - \omega_0) \mathcal{E}(x, \omega) = \\ & = \frac{\omega_0 \beta_0}{2} \left[iR(\beta_0) J(x, \omega) - R'(\beta_0) \frac{dJ(x, \omega)}{dx} \right]. \end{aligned} \quad (\text{П.6})$$

Выполняя в (П.6) обратное преобразование Фурье, приходим к уравнению (3).

ЛИТЕРАТУРА

- Булгакова Л. В., Трубецков Д. И., Фишер В. Л., Шевчик В. Н. Лекции по электронике СВЧ приборов типа О.—Саратов: СГУ, 1974.
- Стапранс А., Макьюэн Э., Рютц Дж.—В сб.: Мощные электровакуумные приборы СВЧ.—М: Мир, 1974, с. 33.
- Григоренко Л. П., Канавец В. И., Копылов В. В., Корешков Е. Н., Мозговой Ю. Д.—Электронная техника, Сер. Электроника СВЧ, 1974, вып. 5, с. 26.
- Рапопорт Г. Н., Чайка В. Е.—Изв. вузов — Радиотехника, 1964, 7, № 1, с. 58.
- Чайка В. Е.—Изв. вузов — Радиоэлектроника, 1968, 9, с. 904.
- Аркадакский С. С., Цикин Б. Г. Статья депонирована в ЦНИИ Электроники, рег. № 4222/76.
- Солнцев В. А., Кравченко Н. П.—Радиотехника и электроника, 1978, 23, с. 1103.
- Вайнштейн Л. А., Солнцев В. А. Лекции по сверхвысокочастотной электронике.—М.: Сов. радио, 1973.
- Шевчик В. Н., Трубецков Д. И. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ.—М: Сов. радио, 1970.
- Копсон Э. Асимптотические разложения.—М.: Мир, 1966.
- Лаврентьев М. А., Шабат Б. В., Методы теории функций комплексного переменного.—М: Наука, 1973.
- Мидаль А. Б. Качественные методы в квантовой теории.—М: Наука, 1975.
- Электродинамика плазмы./Под ред. А. И. Ахиезера.—Наука, 1974.
- Скотт Э. Волны в активных и нелинейных средах в приложении к электронике.—М.: Сов. радио, 1977.
- Коцаренко Н. Я., Федорченко А. М.—ЖТФ, 1970, 40, № 1, с. 41.

Саратовский государственный университет

Поступила в редакцию
9 июля 1979 г.

THE CHARACTER OF TWO'S INSTABILITY CLOSE TO THE BOUNDARY OF TRANSMISSION BAND

A. P. Kuznetsov, S. P. Kuznetsov

Equations have been formulated which describe TWO's behaviour close to the boundary of the transmission band of slowing down systems in the linear approximation without allowance for the space charge and distributed losses. The asymptotic (form $t \rightarrow \infty$) of the initial problem solution as well as the problem on the system excitation by an extrinsic current is investigated. Conditions are specified when the absolute and convective instabilities are realized, i. e. conditions of generation and amplification of oscillations in the system of a sufficiently large length.