

УДК 538. 574.6

## О ДИФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА КОНУСЕ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

*E. N. Васильев, A. I. Гореликов*

Методом интегральных уравнений исследуется поле, рассеянное идеально проводящим конусом конечной длины. Рассматривается влияние скругления кромок перехода от конической части к донной, а также влияние угла при вершине конуса на рассеянное поле. Проводится сравнение с результатами, полученными асимптотическими методами — методом геометрической теории дифракции и методом краевых волн

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Задаче дифракции на конусе конечной длины посвящено много работ (см., например, библиографию в [1–3]), тем не менее она изучена далеко не полностью. В данной статье на основе решения строгих интегральных уравнений изучаются следующие вопросы. В целях исследования перехода от дифракции на острой кромке к дифракции на скачке кривизны рассматривается поведение рассеянного поля в зависимости от радиуса скругления кромки основания конуса. При вырождении конуса в диск существенно меняется характер диаграмм рассеяния для больших радиусов основания конуса. В связи с этим в статье рассмотрено влияние угла при вершине конуса на диаграмму рассеяния. Наконец, проводится сравнение двух конкурирующих асимптотических подходов — геометрической теории дифракции (ГТД) и метода краевых волн (МКВ) — с точным решением на основе интегральных уравнений.

В настоящей статье существенно используются результаты численного решения задачи методом интегральных уравнений. Этот метод был разработан применительно к вопросам возбуждения тел вращения в работах [4–6] и применен к большому кругу задач (см. обзорную работу [7] и библиографию к ней). Интегральные уравнения для тела вращения с импедансной границей, полученные в работе [8], использовались также при решении задачи дифракции плоской волны на импедансном конусе [9].

Не останавливаясь подробно на описании метода интегральных уравнений (см. обзор [7]), отметим лишь наиболее существенные моменты.

Для получения надежных результатов расчеты проводились дважды по различным программам, использующим интегральные уравнения первого и второго рода для задач возбуждения тел вращения. Оба уравнения внешне похожи [4, 6], и оба записаны относительно азимутальных гармоник плотности электрического тока  $J_m$  ( $m$  — номер гармоники):

$$J_m(v) + \int P_m(v, v') J_m(v') dv' = 2J_m^{\text{перв}}(v), \text{ II род}; \quad (1)$$

$$\int P_m(v, v') J_m(v') dv' = J_m^{\text{перв}}(v), \text{ I род}. \quad (2)$$

Интегрирование в (1) и (2) ведется вдоль образующей тела вращения. Вектор  $J_m$  имеет две составляющие — продольную  $J_{mv}$  и азимутальную  $J_{m\varphi}$ . Ядро  $P_m$  представляет собой матрицу  $2 \times 2$ . Элементы этой

матрицы выражаются через функцию Грина кольцевого источника [5, 6], эффективные методы ее вычисления даны в [10, 11]. Формулы для элементов матрицы в (1) и (2) одинаковы; основное отличие уравнений (1) и (2) заключается в том, что уравнения I рода не имеют внеинтегрального члена. Кроме того, в уравнении (1) точки интегрирования и наблюдения лежат на поверхности тела  $\Sigma$ , а в (2) точка наблюдения находится на некоторой вспомогательной поверхности вращения  $\Sigma'$  (рис. 1).

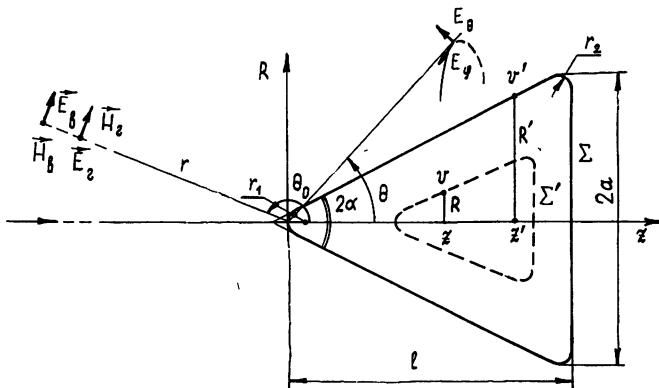


Рис. 1. К задаче дифракции на конусе конечной длины.

Правые части уравнений (1) и (2) являются азимутальными гармониками компонент  $H_\varphi$  и  $H_v$  поля плоской волны, падающей под углом  $\theta_0$  к оси тела (рис. 1). Для вертикальной поляризации падающего поля правые части имеют вид

$$\begin{aligned} J_{mv}^{\text{э. перв}}(v) &= -i^{m+1} e^{iz \cos \theta_0} I_m'(R \sin \theta_0), \\ J_{m\varphi}^{\text{э. перв}}(v) &= i^m m \cos \tilde{\theta} e^{iz \cos \theta_0} \frac{I_m(R \sin \theta_0)}{R \sin \theta_0}, \end{aligned} \quad (3)$$

а для горизонтальной поляризации выражения для правых частей записываются в такой форме:

$$J_{mv}^{\text{э. перв}}(v) = i^m m \cos \theta_0 e^{iz \cos \theta_0} \frac{I_m(R \sin \theta_0)}{R \sin \theta_0}, \quad (4)$$

$$J_{m\varphi}^{\text{э. перв}}(v) = i^m [i \cos \tilde{\theta} \cos \theta_0 I_m'(R \sin \theta_0) - \sin \tilde{\theta} \sin \theta_0 I_m(R \sin \theta_0)] e^{iz \cos \theta_0}.$$

В формулах (3) и (4)  $z, R$  — цилиндрические координаты точки  $v$  на поверхности  $\Sigma$  для уравнений II рода или на поверхности  $\Sigma'$  для уравнений I рода (рис. 1);  $\tilde{\theta}$  — угол между нормалью в точке наблюдения и осью  $z$ ;  $I_m(R \sin \theta_0)$  и  $I_m'(R \sin \theta_0)$  — функция Бесселя и ее производная по аргументу. Амплитуда падающей волны в (3) и (4) полагается равной единице. Все линейные размеры в (3) и (4) умножены на волновое число свободного пространства  $k = 2\pi/\lambda_0$ .

Для решения интегральных уравнений (1) и (2) используется численный метод [7], в соответствии с которым интервал интегрирования делится на элементарные интервалы и на каждом из них искомая функция полагается постоянной. Таким путем интегральное уравнение сводится к системе линейных алгебраических уравнений. Порядок этой системы определяется длиной образующей тела вращения и величиной элементарных интервалов. Из соображений точности длина элементар-

ногого интервала выбирается равной  $(0,1 \div 0,2) \lambda$ . С учетом того, что на современных ЭВМ сравнительно просто решаются системы примерно того порядка, приходим к выводу, что указанным методом можно рассчитывать тела с длиной образующей  $(5 \div 10) \lambda$ .

После определения плотности поверхностного тока, наведенного на теле вращения, нетрудно вычислить рассеянные поля  $E_{\theta}^{\text{рас}}(\theta, \varphi)$  и  $E_{\phi}^{\text{рас}}(\theta, \varphi)$  в дальней зоне и эффективную поверхность рассеяния (ЭПР):

$$\sigma_{\theta, \varphi} = \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi r^2 \frac{|E_{\theta, \varphi}^{\text{рас}}|^2}{|E_{\text{пад}}|^2}. \quad (5)$$

Результаты, полученные методом интегральных уравнений, сравнивались с эталонными, полученными другими методами (например, для шара). Относительная ошибка в определении ЭПР не превосходила  $(2 \div 5)\%$ .

В настоящей работе рассматривается падение плоской волны вдоль оси вращения, поэтому в спектре рассеянного поля присутствует только первая азимутальная гармоника с индексом  $m = 1$ .

В связи со сравнительной оценкой ГТД и МКВ следует отметить, что этот вопрос активно дискутируется в последние годы [12-16]. В частности, в работах [14, 15] показано, что ГТД вытекает из МКВ и представляет собой асимптотическую форму МКВ для описания дифракционных полей с лучевой структурой. Однако во всех указанных выше работах [12-16] сравнение этих двух подходов проводится с позиций высокочастотных асимптотических разложений, которые не дают количественной оценки погрешности при фиксированных значениях большого параметра  $ka$  ( $k$  — волновое число,  $a$  — характерный линейный размер). Такая количественная оценка погрешности ГТД и МКВ проводится ниже путем сравнения с результатами численного решения строгих интегральных уравнений в окрестности нижней границы применимости асимптотических решений ( $1 \leq ka \leq 6$ ).

## 2. РАССЕЯНИЕ НА КОНЕСЕ СО СКРУГЛЕННОЙ КРОМКОЙ ОСНОВАНИЯ

Основным источником отражения у конуса при осевом падении плоской волны является область перехода конической поверхности к плоскому основанию. С целью уменьшения поля, рассеянного кромкой, последнюю скругляют. При этом отражение становится качественно иным: вместо рассеяния на изломе поверхности имеет место рассеяние на скачке кривизны.

Частотная зависимость рассеянного поля для тела типа «конус-сфера» исследовалась ранее многими авторами [17-20]. Из этих работ, в частности, следует, что конус-сфера имеет значительно меньшие значения ЭПР, чем конус с плоским основанием для всех  $ka > 1,0$ . Однако представляет интерес проследить частотные зависимости ЭПР при плавном переходе от конус-сферы к конусу с плоским основанием. Такое исследование сделать в рамках высокочастотной асимптотики затруднительно, и здесь оно выполнено методом интегральных уравнений.

На рис. 2 приведена ЭПР в обратном направлении, отнесенная к площади максимального поперечного сечения тела при падении плоской волны со стороны вершины. Угол при вершине  $2\alpha = 23^\circ$ , радиус скругления вершины выбран достаточно малым ( $r_1/a = 0,0125$ ), таким, что дальнейшее уменьшение его не приводит к изменению рассеянного поля. Радиус скругления кромки дна принимает значения  $r_2/a = 0,0125$  (острая кромка); 0,25; 0,5; 1,0 (конус-сфера). Во всех случаях образующая тела вращения и касательная к ней непрерывны.

Колебательный характер частотной зависимости ЭПР сохраняется для всех отношений  $r_2/a$ . По мере увеличения радиуса скругления кромки амплитуда рассеянного поля падает. В области первого резонанса уменьшение ЭПР происходит равномерно. Это естественно, поскольку область первого резонанса близка к рэлеевской. В области последующих резонансов амплитуда рассеянного поля сначала резко уменьшается с ростом радиуса скругления, далее это уменьшение незначительно. Таким образом, для существенного уменьшения поля, рассеянного в обратном направлении конусом при падении плоской волны со стороны вершины, достаточно лишь частично скруглить кромку основания конуса.

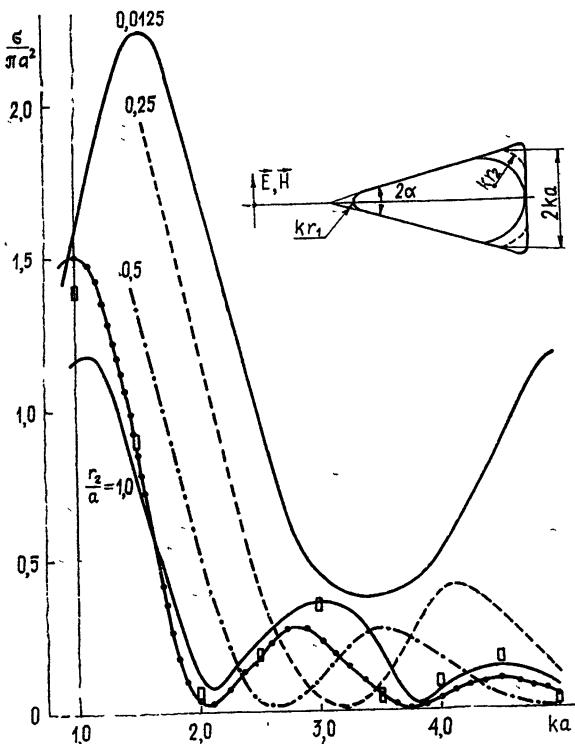


Рис. 2. Сечения обратного рассеяния для конус-сферы и конуса с разными радиусами скругления кромки основания. Падение плоской волны со стороны вершины.

Период осцилляций частотной зависимости ЭПР позволяет определить основные источники рассеяния. Элементарный расчет показывает, что рассеянное поле в обратном направлении определяется дифракцией на скачке кривизны в месте перехода от конической части к скруглению и келлеровским лучом, огибающим донную часть.

На этом же рисунке для конус-сферы с углом при вершине  $2\alpha = 30^\circ$  приведены данные, полученные по приближенной теории [18], а также экспериментальные точки из той же работы (кружки — расчет (Kennaugh and Moffatt), прямоугольники — эксперимент (Blore)). Некоторое отличие в углах при вершине конуса в наших расчетах и в работе [18] несущественно, поскольку для широкого диапазона углов  $2\alpha$  результаты очень мало отличаются, если облучение конус-сферы происходит точно со стороны вершины. Результаты, полученные по прибли-

женной теории, близки к результатам вычислений методом интегральных уравнений.

Приведенные выше рассуждения показывают, что изучить влияние какого-либо параметра на ЭПР можно, лишь опираясь на частотные зависимости рассеянного поля. Расчеты для двух-трех значений  $ka$  дают очень малую информацию, и по ним нельзя восстановить картину явления в целом. Это относится к любому параметру и, в частности, к поверхностному импедансу, влияние которого на ЭПР рассмотрено в [9].

### 3. СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ГТД И МКВ

Проведем сравнение ГТД и МКВ с точным решением методом интегральных уравнений на примере задачи о возбуждении конуса плоской волной

$$E_x = e^{ikz}, \quad (6)$$

распространяющейся вдоль оси симметрии конуса (рис. 1). Рассеянное поле представим в виде

$$E_x = -\frac{a}{2} \Sigma(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}. \quad (7)$$

При этом эффективная поверхность рассеяния определяется формулой

$$\sigma(\theta) = \pi a^2 |\Sigma(\theta)|^2. \quad (8)$$

В приближении ГТД поле, рассеянное в обратном направлении ( $\theta = \pi$ ), описывается формулой [21]

$$\begin{aligned} \Sigma_{\text{ГТД}}(\pi) = & \left[ \frac{\frac{2}{n} \sin \frac{\pi}{n}}{\cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{3\pi}{n}} + \frac{1}{\sqrt{\pi ka}} \times \right. \\ & \times \left( \frac{\frac{1}{n} \sin \frac{\pi}{n}}{\cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{3\pi}{2n}} \right)^2 e^{i(2ka - \pi/4)} \left. \right] e^{i2kl}, \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$n = \frac{3}{2} + \frac{\alpha}{\pi}, \quad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \quad l = a \operatorname{ctg} \alpha.$$

В соответствии с работой [22] мы внесли здесь коэффициент  $1/2$  в амплитуду вторичной краевой волны, упомянутый в формуле (30) работы [21].

Методом краевых волн в [23, 24] найдено рассеянное поле с учетом первичных краевых волн, расходящихся от ребра конуса. Используя этот же подход, можно определить вклад, вносимый в рассеянное поле вторичными краевыми волнами. В результате получим

$$\Sigma_{\text{МКВ}}(\pi) = \frac{1}{ka} \operatorname{tg}^2 \alpha \sin k l e^{ikl} + \Sigma_{\text{ГТД}}(\pi). \quad (10)$$

Заметим, что МКВ, в отличие от ГТД, позволяет описать переход от конуса к диску:

$$\lim_{\alpha \rightarrow \pi/2} \Sigma^{\text{МКВ}}(\pi) = -ika + \frac{1}{2\sqrt{\pi ka}} e^{i(2ka-\pi/4)},$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow \pi/2} \Sigma^{\text{ГТД}}(\pi) = \infty.$$
(11)

Этот факт связан с тем, что в МКВ оперируют с краевой волной, излучаемой «неравномерной» частью тока. Такая волна, в отличие от полной граевской волны, фигурирующей в ГТД, остается конечной всюду, включая границу отраженных геометрооптических лучей, которая при  $\alpha = \pi/2$  совпадает с направлением наблюдения  $\theta = \pi$ .

Указанная специфика МКВ позволяет также рассчитывать в рамках этого подхода поле за конусом, на линии  $\theta = 0$ , которая совпадает с границей геометрооптических падающих лучей и одновременно является фокальной линией для краевых волн. Согласно МКВ рассеянное поле складывается из нескольких парциальных полей. Поле, излучаемое «равномерной» частью тока ([24], (17.01)), определяется выражением

$$E_x(0) = \frac{ika^2}{2 \sin \alpha} \frac{e^{ikr}}{r}. \quad (12)$$

Поле от «неравномерной» части тока описывается формулой ([24], (16.18)) и в рассматриваемом случае равно

$$E_x(0) = -\frac{a}{2n} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{n} \frac{e^{ikr}}{r}, \quad n = \frac{3}{2} + \frac{\alpha}{\pi}. \quad (13)$$

Вторичные краевые волны дают вклад

$$E_x(0) = \frac{a}{2\sqrt{\pi ka}} \frac{[(1/n) \sin(\pi/n)]^2}{\left(\cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{3\pi}{n}\right)\left(\cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{\pi}{2n}\right)} \times$$

$$\times \frac{e^{ikr}}{r} e^{i(2ka-\pi/4)}. \quad (14)$$

Суммируя эти парциальные поля, получим

$$E_x^{\text{МКВ}} = \frac{a}{2} \Sigma(0) \frac{e^{ikr}}{r}, \quad (15)$$

где

$$\Sigma(0) = \frac{ika}{\sin \alpha} - \frac{1}{n} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{n} + \frac{\left(\frac{1}{n} \sin \frac{\pi}{n}\right)^2 e^{i(2ka-\pi/4)}}{\sqrt{\pi ka} \left(\cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{3\pi}{n}\right) \left(\cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{\pi}{2n}\right)}. \quad (16)$$

Эта формула позволяет рассчитать как эффективную поверхность рассеяния

$$\sigma(0) = \pi a^2 |\Sigma(0)|^2, \quad (17)$$

так и полный поперечник рассеяния

$$\sigma_t = 2\pi a^2 \frac{1}{ka} \operatorname{Im} \Sigma(0). \quad (18)$$

Сравним результаты ГТД и МКВ с точным решением сначала для острого конуса с углом при вершине  $2\alpha = 23^\circ$ . Заметим, что в расчетах методом интегральных уравнений вершина конуса и место перехода конической части в донную скруглены дугами очень малого радиуса ( $r_1/a = r_2/a = 0,0125$ ). При этом кромку можно считать острой, поскольку дальнейшее уменьшение радиусов не изменяет рассеянного поля.

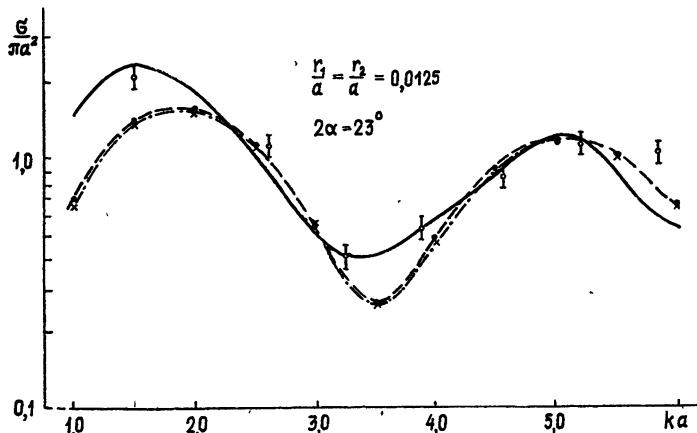


Рис. 3. Сечения обратного рассеяния для острого конуса. Сравнение метода интегральных уравнений с МКВ, методом ГТД и с экспериментом.

На рис. 3 приведены частотные зависимости ЭПР конуса, отнесенной к площади поперечного сечения основания конуса, при падении плоской волны вдоль оси вращения со стороны вершины (метод интегральных уравнений — сплошная кривая, ГТД — кружки, МКВ — крестики). На этом же рисунке представлены экспериментальные данные, полученные в МЭИ (вертикальные штрихи). Величина штриха определяется возможной ошибкой эксперимента. Следует отметить, что экспериментальные данные хорошо ложатся на кривую, полученную методом интегральных уравнений, за исключением измерений при  $ka = 5,85$ . Все численные результаты, использованные при построении рис. 3, приведены в таблице.

Т а б л и ц а

Р А С Ч Е Т

$ka$	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	
$\frac{\sigma}{\pi a^2}$	ГТД	0,698	1,400	1,547	1,125	0,536	0,270	0,487	0,931	1,190	1,050	0,664
	МКВ	0,665	1,368	1,535	1,127	0,550	0,269	0,468	0,930	1,205	1,049	0,663
	ИУ	1,508	2,406	1,863	1,075	0,519	0,412	0,575	0,871	1,293	0,924	0,555

Э К С П Е Р И М Е Н Т

$ka$	1,5	2,6	3,25	3,9	4,55	5,2	5,85
$\sigma/\pi a^2$	2,14	1,04	0,41	0,52	0,88	1,16	1,09

Частотные зависимости ЭПР, полученные для этого конуса методом ГТД и МКВ (формулы (9) и (10) соответственно), мало отличаются

друг от друга. Наибольшее отличие от точного метода наблюдается в области первого максимума ( $ka \approx 1,5$ ) и в области минимума при  $ka \approx 3,5$ , хотя положение максимумов и минимумов оба метода предсказывают достаточно хорошо. С дальнейшим ростом результаты всех трех методов удовлетворительно согласуются друг с другом не только с точки зрения общего характера частотной зависимости, но и по абсолютному значению ЭПР.

Рассмотрим теперь поведение частотных зависимостей ЭПР в обратном направлении для различных углов при вершине конуса. На рис. 4а приведены значения  $\sigma(180^\circ)/\pi a^2$ , вычисленные методом интегральных уравнений, в случае осевого падения плоской волны в зависимости от радиуса основания  $ka$  для пяти значений углов при вершине конуса:  $2\alpha = 78, 94, 116, 146$  и  $180^\circ$ . Как и в предыдущем случае,  $r_1/a = r_2/a = 0,0125$ .

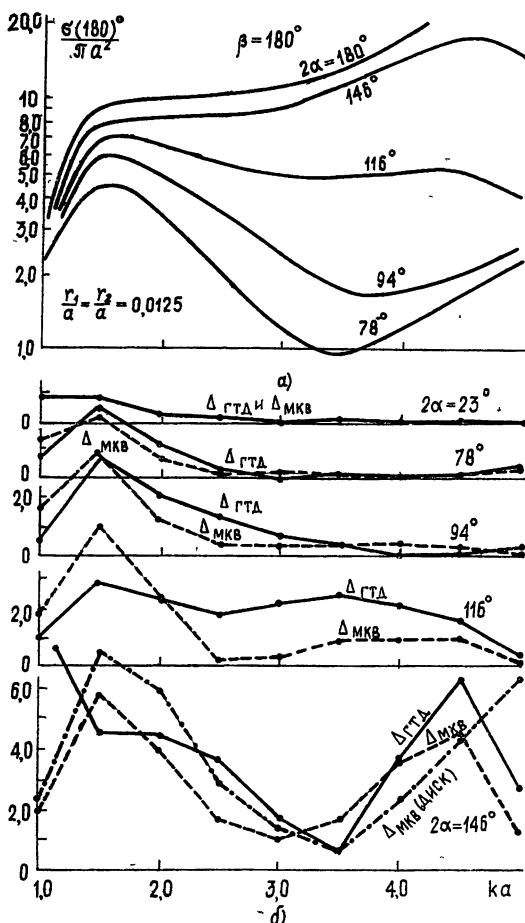


Рис. 4. Влияние угла при вершине конуса на рассеянное в обратном направлении поле. Сравнение различных методов; а) расчет методом интегральных уравнений; б) абсолютная ошибка при расчетах другими методами.

Верхняя кривая на рис. 4а ( $2\alpha = 180^\circ$ ) соответствует диску. Эти данные взяты нами из работы [25], а некоторые точки просчитаны также методом интегральных уравнений (например, для  $ka = 1,5$  и  $3,5$ ). Оба метода дают значения ЭПР, совпадающие с графической точностью друг с другом. Результаты, приведенные на рис. 4а, позволяют просле-

дить переход от рассеяния на диске, механизма которого хорошо изучен, к рассеянию на остром конусе. По мере увеличения угла при вершине конуса все большее значение приобретает поле, рассеянное в обратном направлении «почти плоской» боковой поверхностью конуса. Поэтому колебательный характер частотных кривых с ростом угла  $2\alpha$  сглаживается.

Расчеты для этих конусов проводились также с помощью МКВ и метода ГТД. Расхождение с методом интегральных уравнений здесь наблюдается несколько большее, чем для острого конуса. На рис. 4б изображены абсолютные ошибки  $\Delta_{\text{МКВ}}$  и  $\Delta_{\text{ГТД}}$ , вычисленные для ряда дискретных точек частотных кривых, приведенных на рис. 3 и 4а,

$$\Delta_{\text{МКВ}} = \frac{|\sigma_{\text{ИУ}} - \sigma_{\text{МКВ}}|}{\pi a^2}; \quad (19)$$

$$\Delta_{\text{ГТД}} = \frac{|\sigma_{\text{ИУ}} - \sigma_{\text{ГТД}}|}{\pi a^2}. \quad (20)$$

В качестве эталонных значений принимались результаты, полученные методом интегральных уравнений.

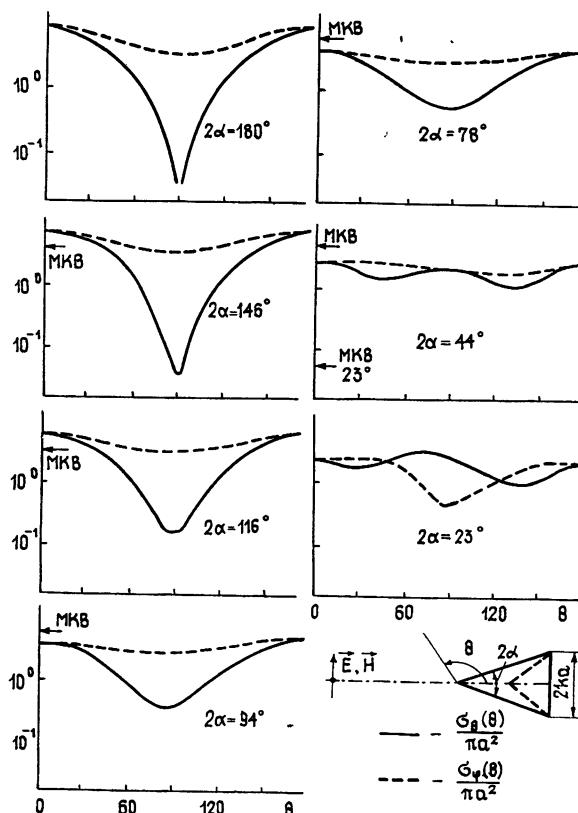


Рис. 5. Диаграммы рассеяния для конуса с плоским основанием и  $ka = 1,5$ .

Сравнительная оценка метода ГТД и МКВ с точным решением показывает, что результаты обоих асимптотических методов близки друг к другу и к методу интегральных уравнений лишь для острых конусов; по мере роста угла при вершине конуса расхождение увеличивается.

При этом МКВ дает результаты, более близкие к точным, чем метод ГТД, особенно при  $\alpha \rightarrow \pi/2$ . Более того, при  $\alpha = \pi/2$  метод ГТД неприменим, в то время как МКВ достаточно хорошо описывает поведение рассеянного поля.

Проведенное сравнение позволяет сделать вывод, что МКВ удовлетворительно описывает поле, рассеянное в обратном направлении конусом при  $ka > (2,0 \div 3,0)$ . Для метода ГТД эта граница лежит несколько дальше.

Помимо рассеяния назад полезно рассмотреть и диаграммы рассеяния, т. е. зависимость компонент рассеянного поля от угла наблюдения  $\theta$ . Расчеты в этом случае выполнялись для двух значений радиуса основания:  $ka = 1,5$  и  $ka = 3,5$ . Первый радиус соответствует на частотной кривой (см. рис. 3) максимуму. Диаграммы рассеяния для этого случая представлены на рис. 5. Радиус  $ka = 3,5$  соответствует первому минимуму ЭПР, и диаграммы рассеяния для этого радиуса приведены на рис. 6. На этих рисунках  $\sigma_\theta$  вычислено для меридиональной плоскости, в которой лежит вектор  $E$  падающей волны, а  $\sigma_\varphi$  — для меридиональной плоскости, в которой лежит вектор  $H$  падающей волны. Расчеты выполнены в основном для тех же значений углов при вершине конуса, что и при анализе поля, рассеянного в обратном направлении.

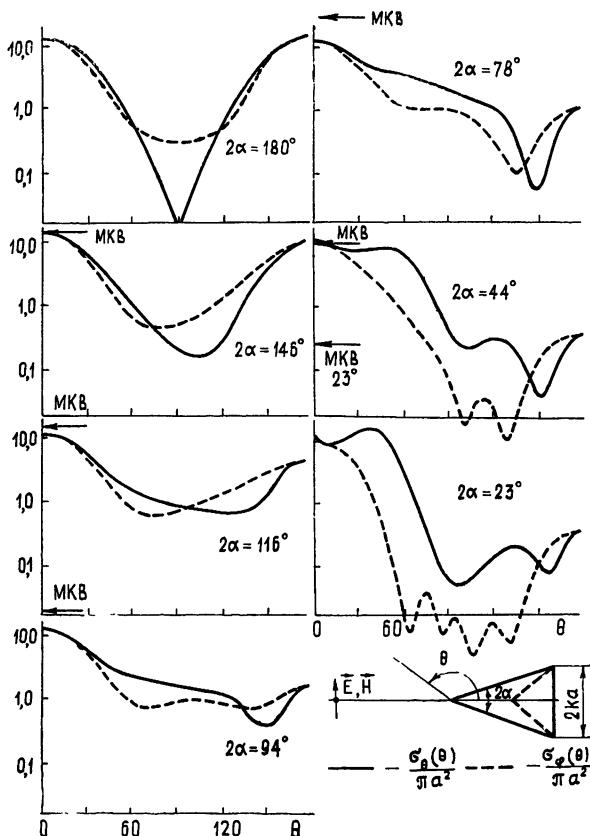


Рис. 6 Диаграммы рассеяния для конуса с плоским основанием и  $ka = 3,5$

Отметим характерные особенности в поведении полей рассеяния. Для конуса с  $ka = 1,5$  (рис. 5) компонента  $\sigma_\varphi$  слабо зависит от угла наблюдения  $\theta$  и практически не зависит от угла  $2\alpha$ . Компонента  $\sigma_\theta$

для диска и тупых конусов имеет характерный провал при  $\theta = 90^\circ$ , который исчезает для более острых конусов. Рассеяние в прямом ( $\theta = 0$ ) и обратном ( $\theta = 180^\circ$ ) направлениях практически одинаковы; это сохраняется для всех углов при вершине конуса. На этом же рисунке приведены значения ЭПР конуса в прямом направлении, т. е.  $\sigma(0)/\pi a^2$ , вычисленные по МКВ (они отмечены стрелками при  $\theta = 0$ ). Как следует из рис. 5, эти значения хорошо согласуются с точными для тупых конусов.

Характер рассеянного поля при  $ka = 3,5$  (рис. 6) существенным образом зависит от угла при вершине конуса  $2\alpha$  и от его высоты  $kl$ . Аналогия с диском исчезает сразу же, как только угол при вершине  $2\alpha$  становится не равным  $180^\circ$ . Излучение в прямом направлении существенно превосходит излучение назад. Интересно отметить, что для более высоких конусов ( $2\alpha = 44$  и  $23^\circ$ ) уровень компоненты  $\sigma_\phi$  при углах наблюдения, близких к нормальным, существенно меньше уровня  $\sigma_\theta$  и имеет слабые осцилляции. Период осцилляций позволяет определить источник отражений. Они вызваны интерференцией поля, порожденного кромкой, и поля, рассеянного вершиной. На остальных диаграммах рассеяния этот эффект не выражен так ясно либо из-за большой величины поля, рассеянного основанием (его кромкой), либо из-за малой высоты конуса  $kl$ .

Расчеты поля по МКВ, рассеянного в прямом направлении, для  $ka = 3,5$  приведены на рис. 6 в виде коротких горизонтальных стрелок. Как и для  $ka = 1,5$ , эти результаты близки к точным лишь для тупых конусов.

Метод интегральных уравнений применен к задаче дифракции плоской волны на круговом конусе конечных размеров. Впервые рассмотрены частотные зависимости рассеянного поля для конуса со скругленными кромками. Полученные результаты позволяют оценить величину уменьшения ЭПР конуса при осевом облучении при частичном скруглении кромки основания.

Проведенные сравнения трех методов (ГТД, МКВ, интегральных уравнений) показывают, что метод интегральных уравнений, хотя и является наиболее сложным в реализации, обеспечивает высокую точность расчетов ЭПР, не зависит практически от формы рассеивателей и эффективно работает в резонансной области частот. Сравнение показало, что МКВ и ГТД могут применяться для расчета ЭПР конуса уже при значениях  $ka \geq 1,0$ . При этом они дают, как правило, результаты, близкие к точным. Например, погрешность вычисления ЭПР в обратном направлении для конуса с углом при вершине  $2\alpha = 23^\circ$  и радиусом основания  $ka = 1,0$  и  $2,0$  составляет соответственно  $-2,2 \text{ dB}$  и  $-3,9 \text{ dB}$ . Следует отметить, что МКВ удовлетворительно описывает ЭПР конуса при несколько меньших значениях радиуса основания, чем метод ГТД. Установлено также, что МКВ пригоден для расчетов ЭПР конуса с произвольным углом раствора ( $0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$ ). Метод же ГТД становится неприменимым для расчетов обратных поперечников рассеяния при  $75^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ , когда луч, зеркально отраженный от конической поверхности, попадает в окрестность фокальной линии ( $\theta = 180^\circ$ ).

В заключение авторы благодарят П. Я. Уфимцева за помощь в выполнении данной работы и обсуждение результатов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Radar Reflectivity (Special Issue). — Proc. IEEE, 1965, 53, № 8, p. 769; Русский перевод. — ТИИЭР, 1965, 53, № 8, с. 1172.
2. Methods of Radar Cross Section Analysis. N. Y. and London: Academic Press, 1968. — p. 426.

3. Radar Cross Section Handbook, 1, 2. N.Y.: Plenum, 1970. — р. 937.
4. Васильев Е. Н.—НДВШ—Радиотехника и электроника, 1958, 1, № 4, с. 188.
5. Васильев Е. Н.—Изв. вузов—Радиофизика, 1959, 2, № 4, с. 588.
6. Васильев Е. Н., Малушков Г. Д., Фалунин А. А.—ЖТФ, 1967, 37, № 3, с. 421.
7. Васильев Е. Н.—В сб.: Прикладная электродинамика.—М.: Высшая школа, 1977, вып. 1, с. 94.
8. Васильев Е. Н., Малушков Г. Д., Фалунин А. А.—ЖТФ, 1967, 37, № 3, с. 431.
9. Малушков Г. Д.—Изв. вузов—Радиофизика, 1969, 12, № 12, с. 1862.
10. Васильев Е. Н.—ЖВММФ, 1965, 5, № 5, с. 841.
11. Антипов И. Н., Гореликов А. И.—Алгоритмы и алгоритмические языки, 1973, вып. 6, с. 15.
12. Нотт Ю. Ф., Сениор Т. Б. А.—ТИИЭР, 1974, 62, № 11, с. 63.
13. Уфимцев П. Я.—ТИИЭР, 1975, 63, № 12, с. 115.
14. Ярыгин А. П.—Радиотехника и электроника, 1972, 17, № 10, с. 2009.
15. Уфимцев П. Я. Тезисы докладов 7-го Всесоюзного симпозиума по дифракции и распространению волн.—Ростов-на-Дону: 1977, 1, с. 54.
16. Lee S. W.—IEEE Trans., 1977, AP-25, № 2, р. 162
17. Кенно Е. М., Мофат Д. Л.—Труды ин-та радиоинженеров./ Русский перевод, 1962, 5, № 2, с. 234.
18. Зигель К. М.—ТИИЭР, 1963, 51, № 1, с. 276; там же: Кенно Е. М., Мофат Д. Л., с. 276; там же: Зигель К. М. с. 276.
19. Blagoe W. E.—IEEE Trans. Ant. and Prop., 1964, р. 582.
20. Senior T. B. A.—IEEE Trans. Ant. and Prop., 1965, р. 271.
21. Keller J. B.—IRE Trans. Ant. and Prop., 1960, р. 175.
22. Burnside W. D., Peters L.—J. Radio Sci., 1972, 7, № 10, р. 943.
23. Уфимцев П. Я.—Радиотехника и электроника, 1961, 6, № 4, с. 559
24. Уфимцев П. Я. Метод краевых волн в физической теории дифракции.— М.: Сов. радио, 1962.
25. Кинг Р., Тай-Цзунь У. Рассеяние и дифракция электромагнитных волн.— М.: ИЛ, 1962.

Московский энергетический  
институт

Поступила в редакцию  
19 июля 1979 г.

## DIFFRACTION OF ELECTROMAGNETIC WAVES BY A FINITE LENGTH CONE

*E. N. Vasil'ev, A. I. Gorelikov*

A field scattered by an ideally conducting cone of a finite length is investigated by the method of integral equations. The effect of rounding of edges of transition from the cone part to the bottom one as well as the effect of the apex angle of the cone on the scattered field is considered. A comparison is made with the results obtained by the method of geometrical diffraction and by the method of fringing waves.