

УДК 538.574.4

ДИФРАКЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ОБРАТНОМ РАССЕЯНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН РАДИАЛЬНО НЕОДНОРОДНЫМ ПЛАЗМЕННЫМ ШАРОМ

В. А. Пермяков

Проанализированы особенности обратного рассеяния электромагнитных волн радиально неоднородным шаром. Путем сравнения со строгими численными расчетами оценена применимость приближения геометрической оптики и выяснены условия, при которых с изменением параметров шара погрешность приближения геометрической оптики растет (из-за относительного роста дифракционных эффектов). Величина дифракционного поля оценена методом интегральных представлений.

Особенности обратного рассеяния электромагнитных волн радиально неоднородными плазменными телами изучались в ряде работ [1–8]. Однако оценка применимости приближения геометрической оптики путем сравнения его с численным решением была проведена только в [5, 6] в ограниченной области параметров плазменного шара, в которой по существу не выполнялся основной критерий применимости геометрической оптики — малость градиента ϵ .

С целью детального выяснения особенностей обратного рассеяния в границ применимости геометрической оптики в настоящей работе предпринято исследование сечения обратного рассеяния (СОР) радиально неоднородного шара с линейным профилем $\epsilon(r)$ в широком диапазоне его параметров, охватывающем область малых градиентов диэлектрической проницаемости и больших радиусов шара. Оценено влияние потерь на СОР шара с линейным профилем $\epsilon(r)$, а также проведено сравнение СОР неоднородностей с различными законами $\epsilon(r)$. Для вычислений была применена программа расчета на ЭВМ, реализующая все возможности универсального алгоритма, описанного в [4]*. В результате сравнения строгих расчетов с приближением геометрической оптики показано, что погрешность последнего растет с уменьшением градиента ϵ при фиксированном радиусе области $\epsilon(r) = 0$. Причиной этого является относительный рост дифракционного поля. Величина дифракционного поля в случае малых градиентов ϵ определена методом интегральных представлений.

1. СРАВНЕНИЕ ЧИСЛЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ С РЕШЕНИЕМ В ПРИБЛИЖЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

СОР радиально неоднородного шара было рассчитано по алгоритму [4] для следующих профилей $\epsilon(r)$ **:

- а) линейного — $\epsilon(r) = 1 + a(r - \alpha)$
 - б) параболического I — $\epsilon(r) = 1 - a(1 - (r/\alpha)^2)$,
 - в) параболического II — $\epsilon(r) = 1 - a(1 - r/\alpha)^2$,
- (1)

* В [4] с помощью этого алгоритма уже было исследовано СОР неоднородного шара, однако основное внимание было уделено области больших градиентов ϵ .

** Здесь и ниже все линейные размеры нормированы умножением на волновое число свободного пространства.

г) экспоненциального — $\varepsilon(r) = 1 - a \exp((r - \rho)/R)$.

Параметр «а» во всех случаях комплексный, что соответствует заданию постоянной частоты соударений в плазме $\bar{\nu} = \nu/\omega$. В приближении геометрической оптики СОР неоднородного шара с малыми потерями рассчитывалось по известной формуле [8]

$$\sigma_{г.о} = \frac{\pi \eta^2}{I^2}, \quad I = \frac{1}{\alpha} + \int_{\rho_0}^{\alpha} \frac{dr}{r^2 n(r)}, \quad \eta = \exp\left(-2 \int_{\rho_0}^{\alpha} \kappa(r) dr\right), \quad (2)$$

где $n - i\kappa = \sqrt{\varepsilon}$, ε — относительная диэлектрическая проницаемость плазмы, ρ_0 определяется условием $\varepsilon(\rho_0)|_{\nu=0} = 0$. Для перечисленных выше законов ε , кроме экспоненциального, в отсутствие потерь СОР выражается в элементарных функциях.

Из (2) следует, что для всех ограниченных и заданных на конечном интервале $[0, \alpha]$ функций $\varepsilon(r)$, описываемых, по крайней мере локально, двумя независимыми параметрами ρ_0 и $\frac{d\varepsilon(\rho_0)}{d\rho_0} = \varepsilon'(\rho_0)$ в приближении геометрической оптики,

$$\sigma_{г.о} \rightarrow 0 \text{ при } \rho_0 \rightarrow 0, \quad \varepsilon'(\rho_0) = \text{const} \text{ и при } \varepsilon'(\rho_0) \rightarrow 0, \quad \rho_0 = \text{const}. \quad (3)$$

Изучение предельных случаев (3) представляет, таким образом, особый интерес, поскольку при этом геометрооптическое сечение рассеяния стремится к нулю, т. е. следует ожидать увеличения относительной роли дифракционных эффектов и погрешности геометрооптического приближения.

Перейдем к анализу результатов расчетов.

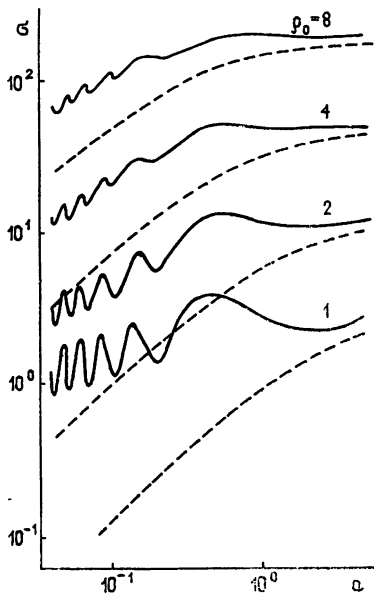


Рис. 1.

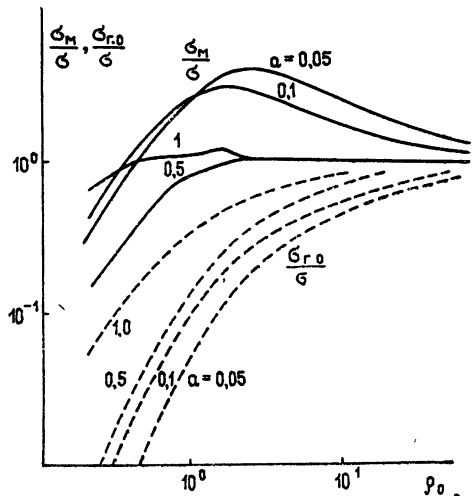


Рис. 2.

На рис. 1 приведены зависимости строгого (сплошная линия) и геометрооптического (штриховая линия) расчетов СОР при $\rho_0 = \text{const}$ и изменении градиента линейного закона ε . В области градиентов $10 \gg a \gg 0,5$, как уже ранее отмечалось в [4], для радиусов $\rho_0 \gg 4$ стро-

гое значение σ совпадает с высокой точностью с приближением геометрической оптики для идеально проводящего шара радиуса ρ_0 (будем называть соответствующее значение $\sigma_m = \pi \rho_0^2$ приближением «металлизации»). При уменьшении градиента ϵ точное СОР в среднем начинает убывать, одновременно осциллируя с увеличивающейся частотой. Геометрооптическое СОР монотонно убывает, а погрешность приближения геометрической оптики относительно среднего значения точной величины σ растет с уменьшением градиента ϵ при $\rho_0 = \text{const}$. Отмеченное в [5] некоторое уменьшение погрешности $\sigma_{г.о}$ в области $a \sim \sim 0,3 \div 0,5$, как следует из наших расчетов, обусловлено осциллирующим характером $\sigma(a)$ и отнюдь не связано с уменьшением в целом погрешности геометрооптической оптики при $a \rightarrow 0$, как предполагалось в [5].

На рис. 2 приведены зависимости отношений σ_m/σ (сплошная линия) и $\sigma_{г.о}/\sigma$ (штриховая) для линейного закона ϵ от радиуса ρ_0 при фиксированном градиенте ϵ . Видно, что зависимость $\sigma(\rho_0)$ при $a = \text{const}$ в отличие от $\sigma(a)$ при $\rho_0 = \text{const}$ является неосциллирующей. Погрешность приближения геометрической оптики резко растет с уменьшением ρ_0 , причем тем больше, чем меньше градиент ϵ . Приближение «металлизации» дает меньшую погрешность, чем приближение геометрической оптики, всюду, за исключением случая, когда одновременно велик радиус ρ_0 и мал градиент ϵ .

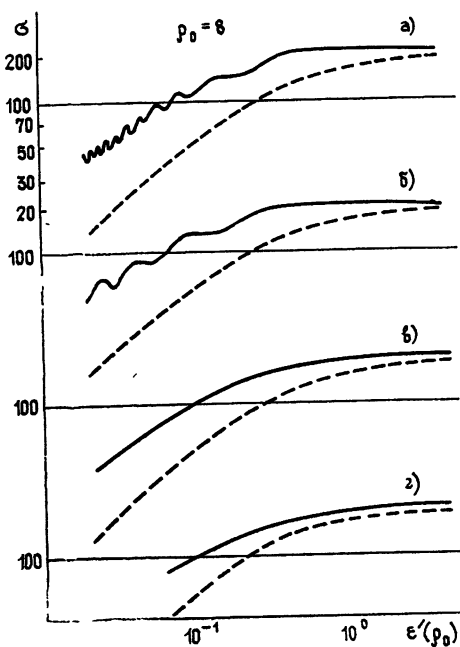


Рис. 3.

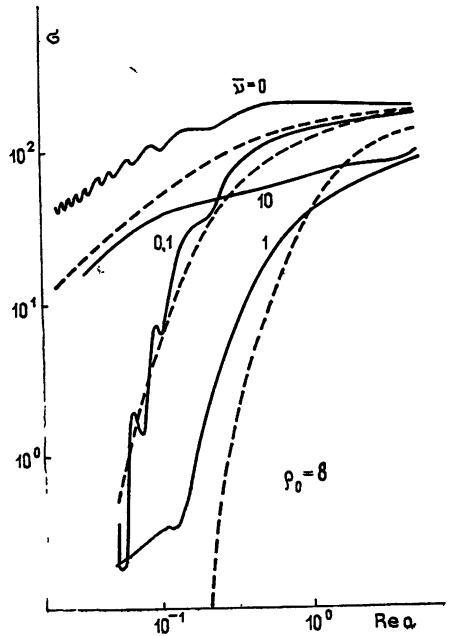


Рис. 4.

Проанализируем теперь влияние характера изменения ϵ на поведение σ . На рис. 3 приведены зависимости σ от градиента диэлектрической проницаемости при $\rho_0 = 8$, рассчитанные строго (сплошная линия) и в приближении геометрической оптики (штриховая) для всех указанных в (1) законов изменения ϵ . При этом для экспоненциального закона ϵ полагалось $a = 1$, $\rho = \rho_0$ и точный расчет проводился до радиуса шара a , начиная с которого выполнялось условие $I - \epsilon(r) \leq$

$< 0,01$. Основным результатом расчетов — отсутствие осцилляций σ для законов ϵ , не имеющих скачка ϵ и ее производной на границе (параболический II) или имеющих очень малый скачок (экспоненциальный закон). На этом основании можно заключить, что причиной осцилляции σ является интерференция полей, отраженных внешней границей шара и поверхностью $\epsilon = 0$. Этот вывод будет уточнен ниже аналитическим исследованием.

Другой существенный результат рис. 3 — отмеченный выше для линейного закона ϵ рост погрешности приближения геометрической оптики относительно среднего значения точной величины σ при $\epsilon'(r_0) \rightarrow 0$ — имеет место для всех рассматриваемых законов ϵ , причем относительная величина погрешности слабо зависит от конкретного вида закона ϵ .

Рассмотрим теперь на примере линейного закона изменения ϵ влияние потерь в плазме на величину σ (рис. 4). При фиксированном градиенте ϵ с увеличением частоты соударений сечение убывает, принимая минимальные значения при $\bar{\nu} \sim 1$, а затем вновь начинает расти. При $\bar{\nu} \gg 1$ осцилляции выражены очень слабо. Погрешность приближения геометрической оптики относительно точного значения минимальна при небольших потерях ($\bar{\nu} \sim 0,1$). Аналогичные закономерности были выявлены для других зависимостей ϵ от параметров.

2. ОЦЕНКА ДИФРАКЦИОННОГО ПОЛЯ ПРИ ОБРАТНОМ РАССЕЯНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН РАДИАЛЬНО НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМОЙ

Строгое выражение для сечения обратного рассеяния радиально неоднородного шара имеет вид

$$\sigma = \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi |rE|^2, \quad (4)$$

где E — амплитуда рассеянного поля в дальней зоне (при единичной амплитуде падающего поля), определенная выражениями

$$J = rE = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \bar{\nu} e^{i\nu(\pi/2)} (q_{\nu} \zeta_{\nu-1/2}^{(2)'}(r) + p_{\nu} \zeta_{\nu-1/2}^{(2)}(r)) \quad (5)$$

$$(\nu = n + 1/2);$$

$$\left\{ \begin{matrix} p_{\nu} \\ q_{\nu} \end{matrix} \right\} = - \frac{\psi'_{\nu-1/2}(\alpha) - i \left\{ \frac{Y(\alpha)}{Z(\alpha)} \right\} \psi_{\nu-1/2}(\alpha)}{\zeta_{\nu-1/2}^{(2)'}(\alpha) - i \left\{ \frac{Y(\alpha)}{Z(\alpha)} \right\} \zeta_{\nu-1/2}^{(2)}(\alpha)}; \quad (6)$$

$$Y(r) = -i \frac{V'(r)}{V(r)}, \quad Z(r) = -i \frac{U'(r)}{\epsilon(r) U(r)}, \quad (7)$$

$V(r)$ и $U(r)$ — ограниченные при $r = 0$ решения уравнений

$$V'' + \left(\epsilon(r) - \frac{\nu^2 - 1/4}{r^2} \right) V = 0, \quad (8)$$

$$U'' - \frac{\epsilon'}{\epsilon} u' + \left(\epsilon(r) - \frac{\nu^2 - 1/4}{r^2} \right) U = 0,$$

$$\psi_{\nu-1/2}(r) = \sqrt{\frac{\pi r}{2}} J_{\nu}(r), \quad \zeta_{\nu-1/2}^{(2)}(r) = \sqrt{\frac{\pi r}{2}} H_{\nu}^{(2)}(r)$$

— сферические функции Бесселя и Ханкеля 2-го рода, штрих всюду означает производную по аргументу.

Предполагая, что $\alpha \gg 1$, $1 \gg \epsilon' \gg \epsilon''$, $\bar{v} = 0$, заменим ряд (5) интегралом по индексу ν , сферические функции $\psi_{\nu-1/2}$ и $\zeta_{\nu-1/2}^{(2)}$ и функцию $V(r)$ — их ВКБ-асимптотиками [9, 13], а приближенное значение функции $U(r)$ определим условием $U(r) = V'(r)$ (последнее точно выполняется при $\nu = 0$). Пренебрегая далее производными предэкспоненциальных множителей и ограничиваясь интегрированием в области $\nu \leq c \leq \alpha$, приведем интеграл к виду

$$J = \int_0^c \Phi(\nu) \exp \left[-i \left(2\eta(\alpha, \rho_\nu) + \frac{i\pi}{2} \right) - i\xi(r, \alpha) \right] d\nu, \quad (9)$$

где

$$\Phi(\nu) = \nu \exp \left(i\nu \frac{\pi}{2} + i\xi(\alpha, \nu) - i\frac{\pi}{4} \right), \quad \xi(r, \alpha) = \int_x^r \sqrt{1 - \frac{\nu^2}{r^2}} dr,$$

$$\eta(r, \alpha) = \int_x^r \sqrt{\epsilon(r) - \frac{\nu^2}{r^2}} dr,$$

ρ_ν — вещественный корень функции $\epsilon(r) - \nu^2/r^2$. Условия, наложенные при выводе (9), соответствуют пренебрежению поляризационными различиями E - и H -волн, т. е. (9) можно рассматривать как скалярную форму метода интегральных представлений для поля, рассеянного неоднородным шаром*.

Интеграл (9) можно интерпретировать на языке виртуальных лучей [11] в пространстве (r, ν) при угловых координатах $\vartheta = 0$, $\varphi = 0$ для обратного рассеяния; $\Phi(\nu)$ — это амплитудно-фазовое распределение поля виртуальных лучей на входе в плазменную неоднородность в сечении $r = \alpha$, $2\eta(\alpha, \rho_\nu)$ — эйконал виртуальных лучей в плазме, $\xi(r, \alpha)$ — эйконал виртуальных лучей, вышедших из плазмы, в области $r > \alpha$, ν — прицельный параметр. Интеграл (9) описывает, таким образом, интерференцию пучка параллельных виртуальных лучей, идущих из сечения $(r = \alpha, \nu)$ в точку наблюдения.

По аналогии с обычной интерпретацией интегральных представлений полей в приближении Гюйгенса — Френеля (см., например, [12], гл. 2) введем понятие зоны Френеля для виртуальных лучей, определив радиус 1-й зоны Френеля ν_F в сечении $r = \alpha$ условием

$$[\arg \Phi(\nu) - 2\eta(\alpha, \rho_\nu) - \xi(r, \alpha)] \Big|_{\nu=0}^{\nu=\nu_F} = \frac{\pi}{2}. \quad (10)$$

Сведем при $r \gg \alpha$ (9) к

$$J = e^{-ir - i(3\pi/4)} \int_0^c \nu e^{i\psi(\nu)} d\nu, \quad (11)$$

$$\psi(\nu) = 2\sqrt{\alpha^2 - \nu^2} + 2\nu \arcsin \frac{\nu}{\alpha} - 2\eta(\alpha, \rho_\nu).$$

Разлагая $\psi(\nu)$ в ряд Тейлора по ν в окрестности $\nu = 0$ до членов ν^2 включительно и вычисляя получающийся при этом интеграл в предположении, что вкладом верхнего предела можно пренебречь, приходим

* Интеграл (9) может быть получен также как интегральное разложение по ВКБ-модам поля в сферически-слоистой среде с позиций общего метода, развитого в [10].

к приближению геометрической оптики (2). Радиус 1-й зоны Френеля в этом приближении равен

$$\nu_F = \sqrt{\frac{\pi}{2I}}, \quad (12)$$

где I определено в (2), причем при $\rho_0 \rightarrow \alpha$ ($a \rightarrow 0$) $\nu_F \rightarrow \sqrt{\frac{\pi\alpha}{2}}$,

при $\rho_0 \rightarrow 0$ ($a \rightarrow 0$) $\nu_F \rightarrow 0$. По аналогии с обычной физической оптикой мы можем утверждать, что условие применимости геометрической оптики должно быть ограничено требованием $\nu_F \gg 1$. В частности, для линейного закона $\varepsilon(r)$ при $\rho_0 \rightarrow 0$ ($a \rightarrow 0$) $\nu_F \approx (a\rho_0^3)^{1/4}$ и условие применимости геометрической оптики можно записать в виде $\rho_0 \gg \delta \sim \sim a^{-1/3} \gg 1$, где δ — характерный масштаб изменения фазы поля в плоскостной среде с линейным законом $\varepsilon(r)$.

Для анализа области неприменимости геометрической оптики рассмотрим степенную аппроксимацию ε при малых ρ_0 :

$$\varepsilon(r) = a(r - \rho_0)^k \approx ar^k - ka\rho_0 r^{k-1}. \quad (13)$$

Используя (10) и (13), оценим размеры 1-й зоны Френеля и вычислим СОР при $\rho_0 = 0$ в скалярном приближении физической оптики:

$$\nu_F = \frac{k+2}{2}, \quad \sigma_c(0) = \frac{a(k+2)^4}{4\pi^3}. \quad (14)$$

Таким образом, при $\rho_0 = 0$ размер 1-й зоны Френеля порядка радиана, а СОР зависит только от характера роста ε . В случае линейного изменения $\varepsilon(r)$ удастся найти и зависимость сечения обратного рассеяния в скалярном приближении физической оптики при малых ρ_0 :

$$\sigma_c(\rho_0) \approx \sigma_c(0) \left[1 - \sqrt{3} \left(\frac{3}{2\pi} \right)^{5/6} \Gamma \left(\frac{5}{6} \right) da^{1/3} \rho_0 \right], \quad (15)$$

где $d = (3^{-1/4} + 3^{1/4})F(\sin 15^\circ) - 2 \cdot 3^{1/4}E(\sin 15^\circ)$, F и E — полные эллиптические интегралы. Зависимость $\sigma_c(\rho_0)$, рассчитанная по (15), нанесена на рис. 5 штриховой линией с кружками. Звездочкой на оси ординат отмечено значение $\sigma_c(0)$, сплошной линией — точное значение σ , штриховой линией — приближение геометрической оптики, штрихпунктиром — приближение металлизации.

Таким образом, из анализа скалярного приближения метода интегральных представлений следует, что при $\rho_0 \ll a^{-1/3}$ оно качественно согласуется с точным расчетом, но дает завышенные значения СОР (рис. 5), а при $\rho_0 \gg a^{-1/3}$ приводит к обычной геометрической оптике, т. е. не объясняет повышенное (по сравнению с геометрической оптикой) СОР, полученное в строгих расчетах (рис. 1—3).

Рассмотрим теперь векторное приближение метода интегральных представлений, используя асимптотику функций $U(r)$, корректно учитывающую наличие полюса в точке $\varepsilon = 0$ в уравнении (8). Такую асимптотику удастся выписать в двух предельных случаях: $\rho_0 \gg 1$ и $\rho_0 = 0$. При $\rho_0 \gg 1$ асимптотика $U(r)$ находится по аналогии с асимптотикой плоской E -волны в плоскостной среде, полученной Якушкиным [14]*:

$$U(r) = \sqrt{\varepsilon} g^{-1/4} \exp[i\eta_E(r, r_1)] + \sqrt{\varepsilon} g^{-1/4} \exp[-i\eta_E(r, r_1)], \quad (16)$$

* Применимость указанной асимптотики в плоскостной среде подтверждена сопоставлением с численным расчетом [14]

где

$$\Gamma_E(\nu) = i [1 + \exp(-2i \eta_E(r_1, r_2))], \quad \eta_E(r, x) = \int_x^r \sqrt{g} dr,$$

$$g = \varepsilon + \frac{\varepsilon''}{\varepsilon} - \left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right)^2 - \frac{\nu^2}{r^2},$$

r_1 и r_2 — ближайшие к точке $r = \rho_0$ нули функции $g(r)$, выделенные условиями $r_1 > \rho_0$, $\text{Im } r_2 > 0$.

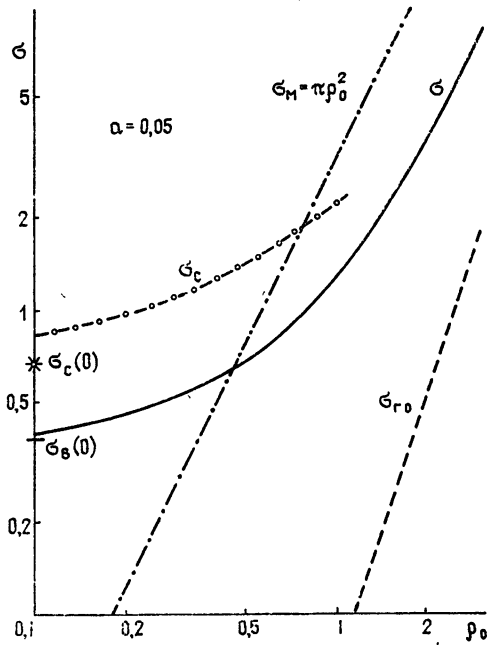


Рис. 5.

При вычислении интеграла, соответствующего ряду (5), с помощью асимптотики (16) в отличие от интеграла (9) мы удержим и производные предэкспоненциальных множителей, что позволит учесть эффекты отражения поля от внешней границы шара. Окончательное выражение для СОР шара при этом имеет вид

$$\sigma = \pi \left| \frac{\Gamma_H}{2I_H} e^{-2i\psi_H} + \frac{\Gamma_E(0)}{2I_E} e^{-2i\psi_E} + \frac{i\varepsilon'(\alpha)\alpha}{8} \right|^2, \quad (17)$$

где

$$\psi_H = \int_{\rho_0}^{\alpha} \sqrt{\varepsilon} dr, \quad I_H = I \text{ (см. (2)), } \Gamma_H = -i,$$

$$\psi_E = \int_{r_{10}}^{\alpha} \sqrt{\varepsilon_{\text{эфф}}} dr, \quad I_E = \frac{1}{\alpha} + \int_{r_{10}}^{\alpha} \frac{dr}{r^2 \sqrt{\varepsilon_{\text{эфф}}}}, \quad \Gamma_E(0) = -ie^{-2i(\pi/3)},$$

$$\varepsilon_{\text{эфф}} = \varepsilon + \frac{\varepsilon''}{\varepsilon} - \left(\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right)^2, \quad r_{10} = r_1|_{\nu=0}.$$

Выражение (17) имеет ясный физический смысл. Первое слагаемое в скобках описывает рассеяние H -волны в приближении геометрической оптики, при этом коэффициент Γ_H определяет уменьшение амплитуды рассеянного поля вследствие рефракционной расходимости лучей, $2\psi_H$ — изменение фазы отраженного поля на пути от границы шара $r = a$ до точки поворота $r = \rho_0$ и обратно, Γ_H — коэффициент отражения в точке поворота. Аналогичным образом второе слагаемое для E -волны можно интерпретировать как результат рефракции лучей в среде с эффективной проницаемостью $\epsilon_{\text{эфф}}$ и отражения от точки поворота r_{10} с коэффициентом отражения $\Gamma_E(0)$. Последнее слагаемое в (17) учитывает отражение от границы шара, обусловленное скачком производной ϵ . Расчет СОР в приближении (17), показанный на рис. 6 штрихпунктиром, хорошо согласуется со строгим расчетом (сплошная линия) и существенно уточняет приближение геометрической оптики (штриховая). Повышенное СОР неоднородного шара по сравнению с приближением геометрической оптики в скалярном случае в соответствии с приведенной выше интерпретацией (17) объясняется тем, что при рассеянии E -волн радиус отражающего ядра r_{10} и градиент эффективной проницаемости $\epsilon_{\text{эфф}}$ оказываются больше, чем для H -волн, при этом размеры зон Френеля виртуальных лучей и сечений рассеяния, введенные отдельно для E - и H -волн, удовлетворяют неравенствам

$$\nu_{FE} = \sqrt{\frac{\pi}{2I_F}} > \nu_{FH} = \sqrt{\frac{\pi}{2I_H}}, \quad \sigma_E = \frac{\pi}{4I_E^2} > \sigma_H = \frac{\pi}{4I_H^2}.$$

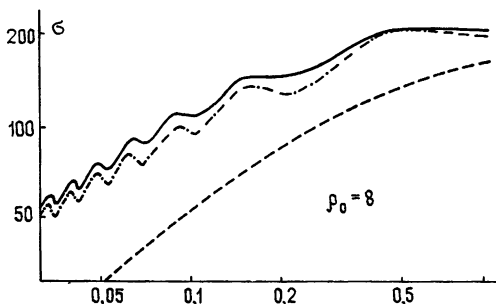


Рис. 6.

Из (17) следует также, что осцилляции $\sigma(a)$ обусловлены интерференцией поля, отраженного от скачка производной ϵ на границе шара, с полями E - и H -волн, отраженных от внутренней области, а не интерференцией последних друг с другом. Действительно, разность фаз E - и H -волн стремится к нулю при $a = \epsilon'(r) \rightarrow 0$, как $2(\psi_E - \psi_H) - \arg(\Gamma_E(0) - \Gamma_H) \approx \frac{2a}{3}$; уровень и период осцилляций $\sigma(a)$ соответ-

ствуют вкладу отражения от границы. Этим же объясняется отсутствие осцилляций $\sigma(\rho_0)$ при $a = \text{const}$; изменение фаз поля E - и H -волн во внутренней области шара практически не зависит от радиуса.

Остановимся теперь на следующем существенном вопросе. При вычислении СОР по (17) мы полагали $\Gamma_E(\nu) \approx \Gamma_E(0)$, при этом пренебрегалось эффектом бесстолкновительного поглощения поля в области плазменного резонанса $\epsilon = 0$, который описывается асимптотикой (16) при $\nu \neq 0$ (см. [14]). Допустимо ли это? Поглощением поля в плоско-слоистой среде можно пренебречь при $a^{-2/3} \sin^2 \vartheta \ll 1$, где ϑ — угол падения плоской E -волны [14]. Аналогичное условие для сферической неоднородности имеет вид $a^{-2/3} (\nu/a)^2 \ll 1$, где в качестве ν для оценок

по порядку величины возьмем размер 1-й зоны Френеля (12). Тогда требование пренебрежения резонансным поглощением E -волны сводится к условиям $\alpha \gg 1$ при $a \sim 1$ и $\alpha^2 \gg a^{-1/6} \rho_0^{3/2}$ при $\rho_0 \gg a^{-1/3} \gg 1$, что заведомо выполняется.

Рассмотрим теперь рассеяние плоской волны в векторном приближении метода интегральных представлений при $\rho_0 = 0$. При степенном профиле $\varepsilon(r)$ (см. (13)) и $\rho_0 = 0$ уравнения (8) точно сводятся к уравнениям Бесселя. Используя асимптотику функций Бесселя при $r \gg \nu$ [9], вычислим исходный интеграл. Окончательный результат с учетом отражения от границы шара $r = \alpha$ имеет вид

$$\sigma_B(0) = \pi \left| \left(\frac{k+2}{2\pi} \right)^2 \exp\left(-\frac{i4\alpha}{k+2}\right) + (i\pi\mu - 1) \left(\frac{k+2}{2\pi} \right)^2 \times \right. \\ \left. \times \exp\left(-i\frac{4\alpha}{k+2} + i\pi\mu\right) + \frac{i\varepsilon'(\alpha)\alpha}{8} \right|^2, \quad (18)$$

где

$$\mu = \frac{2}{k+2} \sqrt{\frac{k^2}{4} + \frac{k}{2}}.$$

Расчет СОР по (18) (отмечен стрелкой на оси ординат, рис. 5) дает значение, близкое к строгому расчету при $\rho_0 = 0,1$. Отметим, что учет отражения от границы шара в (18) несущественно влияет на величину СОР (на 20% при $a = 0,05$) и уменьшение $\sigma_B(0)$ по сравнению со скалярным приближением (14) связано в основном с уточнением асимптотики E -волны при $\rho_0 = 0$. Интерпретировать понижение СОР в векторном случае можно, оценив размер 1-й зоны Френеля. В случае E -волны с учетом слияния полюса в $\varepsilon = 0$ с центром шара в (8) размер 1-й зоны Френеля равен

$$\nu_{FE} = \left[\left(\frac{k+2}{2} \right)^2 - (k+2) \sqrt{\frac{k^2}{4} + \frac{k}{2}} \right]^{1/2},$$

т. е. оказывается меньше, чем в случае H -волны (см. (14)), что и объясняет уменьшение уровня рассеянного назад поля.

Таким образом, в рамках метода интегральных представлений удалось объяснить причины появления погрешности приближения геометрической оптики и получить неплохое согласие с численным решением.

Итак, нами оценена погрешность приближения геометрической оптики и исследованы дифракционные эффекты, возникающие при обратном рассеянии плоской волны радиально неоднородным плазменным шаром большого радиуса. Показано, что дифракционные эффекты существенно связаны с поляризационной структурой поля в плазме. Указанные эффекты имеют место и при рассеянии плоских волн радиально неоднородным цилиндром, причем в случае цилиндра особенно наглядно проявляется роль поляризации поля; при умеренных градиентах ε увеличение СОР по сравнению с геометрической оптикой возникает, только если вектор \mathbf{E} падающей волны перпендикулярен оси цилиндра, и не наблюдается при ориентации \mathbf{E} , параллельной оси [15]. Аналогичные явления должны наблюдаться при обратном рассеянии плоских волн неоднородной плазмой с более сложной зависимостью $\varepsilon(\mathbf{r})$, а также полей источников, расположенных вблизи плазменных неоднородностей.

Благодарю Ю. И. Орлова и И. Г. Якушкина за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Arnush D. — IEEE Trans., 1964, AP-12, № 1, p. 86.
2. Bishbing P. E. — IEEE Trans., 1966, AP-14, № 2, p. 219.
3. Buley E. R. — IEEE Trans., 1967, AP-15, № 5, p. 667.
4. Пермяков В. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1968, 11, № 4, с. 531.
5. Гутман А. Л., Чесноков В. А. — Радиотехника и электроника, 1969, 14, № 2, с. 335.
6. Семенов Б. И. — Радиотехника и электроника, 1972, 17, № 8, с. 1725.
7. Крепак В. Н., Назаренко Л. А., Якименко И. П. — Радиотехника и электроника, 1973, 18, № 11, с. 2225.
8. Марьин Н. П. — Радиотехника и электроника, 1965, 10, № 1, с. 25
9. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. — М.: Физматгиз, 1966, 2.
10. Орлов Ю. И. — Труды МЭИ, 1972, вып. 119, с. 82
11. Вайнштейн Л. А., Тищенко Э. А. — ЖТФ, 1976, 46, № 11, с. 2271.
12. Фейнберг Е. Л. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. — М.: АН СССР, 1961.
13. Эрдейи А. Асимптотические разложения. — М.: Физматгиз, 1962.
14. Якушкин И. Г., Пермяков В. А. — Труды МЭИ, 1972, вып. 100, с. 17.
15. Куваев В. М., Пермяков В. А. — Изв. вузов. — Радиофизика, 1980, 23, № 5, с. 626.

Московский энергетический институт

Поступила в редакцию
19 июня 1979 г.

DIFFRACTION EFFECTS IN BACK SCATTERING OF ELECTROMAGNETIC WAVES BY A RADially INHOMOGENEOUS PLASMA BALL

V. A. Permyakov

Peculiarities of back scattering of electromagnetic waves by a radially inhomogeneous ball are analysed. By comparison with strict numerical calculations the applicability of the geometrical optics approximation is estimated and conditions are found out for the error growth of the geometrical optics approximation (due to the relative growth of diffraction effects). The value of the diffraction field is evaluated by the method of integral representations.