

УДК 538.566.535.421

## ОСОБЕННОСТИ РАССЕЯНИЯ МОДУЛИРОВАННЫХ СИГНАЛОВ ПЕРИОДИЧЕСКИМИ ПРЕПЯТСТВИЯМИ

*Т. В. Гаврилова*

Рассмотрена задача дифракции амплитудно-модулированного (АМ) и частотно-модулированного (ЧМ) сигналов на периодических препятствиях. В случае квазимонохроматических импульсов получены аналитические формулы для основных параметров рассеянного сигнала. Выявлен эффект сжатия импульсов для высших пространственных гармоник. Проведен численный анализ характеристик рассеянного сигнала для ленточной и двойной ленточной решетки. Показана возможность управления в широких пределах характеристиками сигнала с помощью резонансных периодических структур.

Использование амплитудно-модулированных (АМ) и частотно-модулированных (ЧМ) электромагнитных импульсов в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах в целях связи, радиолокации, радионавигации и т. д., а также разработка в этих диапазонах широкой элементной базы приводит к необходимости всестороннего исследования рассеяния такого рода сигналов периодическими препятствиями [1, 2]. Распространение электромагнитных импульсов в средах с дисперсией достаточно полно исследовалось в работах [3-8]. При этом решение соответствующих задач проводилось с использованием формального аппарата интегралов Фурье.

В настоящей работе поставлена и решена задача дифракции АМ и ЧМ импульсов на периодических структурах, в качестве которых нами взяты ленточная и двойная ленточная решетки. Существенным обстоятельством при решении возникающих краевых задач является то, что использование интегральных представлений для исходных и рассеянных электромагнитных сигналов дает возможность свести рассматриваемые задачи к ключевым задачам о рассеянии монохроматической плоской волны периодическими препятствиями, математически строго обоснованное решение которых можно получить при помощи развитого аппарата теории дифракции обычных плоских волн [9].

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим рассеяние  $E$ -поляризованной электромагнитной волны со сложной временной зависимостью периодическими препятствиями, образованными бесконечно тонкими идеально проводящими лентами.

Единственная отличная от нуля компонента нормально падающего на структуру электрического поля  $E_x^{(0)}(z, t)$ , удовлетворяющая однородному волновому уравнению и начальным условиям в плоскости  $z = 0$ , имеет вид

$$E_x^{(0)}(z, t) = \exp \left[ -\frac{(t - t_0 + z/c)^2}{2T_0^2} \right] \times \exp \left[ -i\omega_0(t - t_0 + z/c) - i\frac{1}{2}\beta_0(t - t_0 + z/c)^2 \right]. \quad (1)$$

Здесь  $\omega_0$  — несущая частота сигнала,  $T_0$  — эффективная длительность,  $\beta_0$  — скорость качания частоты,  $t_0$  — первоначальное время запаздыва-

ния сигнала. Выражение (1) описывает ЧМ сигнал с линейным изменением частоты и гауссовой огибающей. Если  $\beta_0 = 0$ , первичное поле представляет собой АМ сигнал с несущей частотой  $\omega_0$ .

Рассеянное поле должно удовлетворять однородным уравнениям Максвелла, условию излучения, граничным условиям на поверхности периодической структуры, а также условию конечности энергии в любой ограниченной области пространства.

С учетом этого обстоятельства, а также в силу линейности уравнений Максвелла представим рассеянное поле в виде разложения Фурье:

$$E_x^{(j)}(y, z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \varphi^{(j)}(\omega, y, z) e^{-i\omega t} d\omega, \quad (2)$$

где  $j$  — номер области, в которой ищется решение,  $F(\omega)$  — спектральная функция первичного сигнала,  $\varphi^{(j)}(\omega, y, z)$  — искомая функция, обеспечивающая выполнение приведенных выше условий.

Исходя из периодичности рассматриваемых структур вдоль оси  $Oy$ , спектральную функцию рассеянного поля  $\varphi^{(j)}(\omega, y, z)$  можно представить для каждой области в виде разложения в ряд Фурье. При этом неизвестные комплексные коэффициенты разложения будут определяться из решения граничной задачи для плоской монохроматической волны, нормально падающей на периодическую структуру, с фиксированной частотой  $\omega$  и амплитудой  $F(\omega)$ . Существующие математические методы решения такого рода граничных задач позволяют определить искомые комплексные коэффициенты с любой заданной степенью точности для произвольных параметров структуры и падающего поля [9].

Таким образом, выражение (2) с учетом вида спектральной функции  $\varphi^{(j)}(\omega, y, z)$  полностью описывает поле, рассеянное периодической структурой без каких-либо ограничений как на характеристики первичного поля, так и на параметры периодической структуры.

Задача теперь заключается в определении характеристик рассеянного поля по его интегральному представлению, что можно осуществить либо аналитически, либо численным интегрированием.

## 2. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ РАССЕЯННОГО ПОЛЯ

Рассмотрим рассеянное поле в области под периодической структурой. В силу линейности преобразования Фурье выражение для прошедшего поля представим в виде

$$E_x^{np}(y, z, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{xn}^{np}(y, z, t), \quad (3)$$

где

$$E_{xn}^{np} = \frac{T\sqrt{1+\beta^2}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} |b_n(\omega)| \exp\left[-\frac{T^2(\omega-\omega_0)^2}{2}\right] \times \\ \times \exp[i\Phi_n(\omega) - i\omega(t-t_0)] d\omega; \quad (4)$$

$$\Phi_n(\omega) = \arg b_n(\omega) - \gamma_n(\omega)z + \frac{2\pi n}{l}y + \arg F(\omega), \quad (5)$$

$$\arg F(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{для АМ импульса,} \\ -\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \beta + \frac{1}{2} \beta T^2 (\omega - \omega_0)^2 & \text{для ЧМ импульса,} \end{cases}$$

$|b_n(\omega)|$  и  $\arg b_n(\omega)$  — модуль и фаза комплексных коэффициентов разложения спектральной функции  $\varphi^{np}(\omega, y, z)$  в ряд Фурье,  $\gamma_n(\omega) = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(\frac{2\pi n}{l}\right)^2}$  — продольное волновое число,  $\beta = \beta_0 T_0^2$ ,  $T = T_0/\sqrt{1 + \beta^2}$ .

Если функции  $\ln|b_n(\omega)|$  и  $\Phi_n(\omega)$  достаточно гладкие в частотной области, занимаемой первичным сигналом, то для оценки интеграла (4) можно воспользоваться тем, что для узкополосных сигналов ( $\omega_0 T \gg 1$ ) спектральная функция первичного сигнала, определяющая, в основном, значение подынтегрального выражения, имеет резкий максимум в точке  $\omega = \omega_0$ . Тогда в окрестности этой точки функции  $\ln|b_n(\omega)|$  и  $\Phi_n(\omega)$  можно представить в виде рядов Тейлора с точностью до квадратных членов [4, 5, 10]. Это дает возможность проинтегрировать выражение (4) при условии  $(\ln|b_n(\omega)|)_{\omega_0}/T^2 < 1$  [11]. В результате получим

$$E_{xn}^{np}(y, z, t) = Q_n \exp \left[ - \frac{(t - t_0 + z/v_{z,n}^{rp})^2}{2T_{\text{эфф},n}^2} \right] e^{-i\Psi_n(y, z, t)}, \quad (6)$$

где

$$\Psi_n(y, z, t) = (\omega_0 + \Delta\omega_n)(t - t_0 + z/v_{z,n}^\phi) + \delta_n + \frac{1}{2} \beta_n(t - t_0 + z/v_{z,n}^\phi)^2; \quad (7)$$

$$Q_n = \frac{|b_n(\omega_0)| \sqrt[4]{1 + \beta^2}}{\sqrt[4]{\left(1 - \frac{\alpha_3}{T^2}\right)^2 + \left(\frac{\xi_3}{T^2}\right)^2}} \exp \left[ - \frac{\alpha_2^2}{2T^2 \left(1 - \frac{\alpha_3}{T^2}\right)} \right]; \quad (8)$$

$$T_{\text{эфф},n} = T \left[ \left(1 - \frac{\alpha_3}{T^2}\right)^2 + \left(\frac{\xi_3}{T^2}\right)^2 \right]^{1/2} / \left(1 - \frac{\alpha_3}{T^2}\right)^{1/2}; \quad (9)$$

$$\Delta\omega_n = \alpha_2/T_{\text{эфф},n}^2; \quad (10)$$

$$\beta_n = \xi_3/T^2 T_{\text{эфф},n}^2 \left(1 - \frac{\alpha_3}{T^2}\right); \quad (11)$$

$$v_{z,n}^{rp} = 1/[\gamma'_n(\omega_0) + \Delta t_n/z]; \quad (12)$$

$$v_{z,n}^\phi = 1/[\gamma'_n(\omega_0) + \varphi'_n(\omega_0)/z]; \quad (13)$$

$$\Delta t_n = \varphi'_n(\omega_0) + \alpha_2 \xi_3/T^2 (1 - \alpha_3/T^2); \quad (14)$$

$$\delta_n = - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\xi_3}{T^2 - \alpha_3} - \frac{1}{2} \alpha_2^2 \beta_n + \omega_0 \xi_2 - \xi_1; \quad (15)$$

$$\varphi'_n(\omega_0) = \frac{d}{d\omega} (\arg b_n(\omega))_{\omega=\omega_0}, \quad (16)$$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \xi_1, \xi_2, \xi_3$  — коэффициенты разложения функций  $\ln|b_n(\omega)|$  и  $\Phi_n(\omega)$  соответственно в ряд Тейлора.

Таким образом, мы получили аналитическое выражение для рассеянного поля в области под периодической структурой, не конкретизируя ее вида. Естественно, что аналогичным образом получается явное выражение для рассеянного поля в любой рассматриваемой области пространства. Такой подход дает нам возможность выяснить об-

щие закономерности рассеяния модулированных сигналов периодическими препятствиями. Специфика влияния каждой периодической структуры на характеристики рассеянного поля будет определяться значениями коэффициентов разложения  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \xi_1, \xi_2, \xi_3$ , которые, в свою очередь, зависят соответственно от модуля и фазы комплексных коэффициентов  $b_n(\omega)$ .

Из выражений (3) и (6) — (16) непосредственно вытекает, что рассеянное поле представляет собой суперпозицию дифракционных импульсных гармоник, уходящих в свободное пространство или же локализованных вблизи периодической структуры. Действительно, из выражения для фазы дифракционной гармоники рассеянного поля (для узкополосных сигналов  $\Delta\omega_n/\omega_0 \ll 1$ )

$$\Psi_n = \omega_0(t - t_0) + \gamma_n(\omega_0)z - \frac{2\pi}{l}ny - \varphi_n(\omega_0) + \tilde{\delta}_n + \frac{1}{2}\beta_n(t - t_0 + z/v_{z,n}^\Phi)^2, \quad (17)$$

где

$$\tilde{\delta}_n = -\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\xi_3}{T^2 - \alpha_3} - \frac{1}{2} \alpha_3^2 \beta_n - \arg F(\omega_0), \quad (18)$$

следует, что каждая гармоника с номером  $n$ , удовлетворяющим условию  $x_0 > n$ , распространяется от периодической структуры в направлении, составляющем с нормалью к решетке угол  $\theta_n = \operatorname{arctg} \frac{n}{\sqrt{x_0^2 - n^2}}$

( $x_0 = \frac{\omega_0 l}{2\pi c}$ ,  $l$  — период структуры), определяемый номером гармоники  $n$  и безразмерным значением несущей частоты  $x_0$ . Форма огибающих этих импульсных гармоник совпадает с формой первичного сигнала, а пиковая амплитуда определяется выражением (8). Амплитуда остальных дифракционных гармоник, для которых  $x_0 < n$ , быстро убывает с ростом расстояния  $z$  ( $|E_{x,n}^{\text{np}}| \sim \exp\left(-\sqrt{n^2 - x_0^2} \frac{2\pi}{l} |z|\right)$ ).

Таким образом, выбором параметров неоднородности и первичного сигнала можно эффективно управлять дифракционными импульсными гармониками как по направлению в пространстве, так и по амплитуде.

Изменение скорости качания несущей частоты  $\beta_n$  по сравнению с первоначальной  $\beta_0$  удобно рассматривать, представив формулу (11) в виде

$$\beta_n = \frac{\varphi_n''(\omega_0) - \gamma_n''(\omega_0)z}{T^2 T_{\text{эфф},n}^2 (1 - \alpha_3/T^2)} + \frac{\beta T^2}{T^2 T_{\text{эфф},n}^2 (1 - \alpha_3/T^2)}. \quad (19)$$

Отсюда следует, что дифракционная структура не только изменяет скорость качания частоты по сравнению с  $\beta_0$  первичного ЧМ сигнала, но и приводит к появлению частотной модуляции в случае АМ сигнала (первое слагаемое выражения (19)). При этом величина  $\beta_n$  будет тем больше, чем больше ширина частотной полосы, занимаемой первичным сигналом.

Следует отметить, что если параметры структуры и первичного сигнала удовлетворяют условиям  $-\gamma_n''|z| + \beta T^2 < |\varphi_n''|$  и  $\varphi_n'' < 0$ , то направление скорости качания частоты изменяется на противоположное.

Наличие частотной и амплитудной модуляции приводит к появлению дополнительного (по сравнению со случаем рассеяния плоской монохроматической волны) сдвига фазы, определяемого выражением (18).

Из формулы (12) следует, что отличие групповой скорости  $v_{z,n}^{\text{гр}}$  от скорости света обусловлено как зависимостью продольного волнового числа  $\gamma_n$  от частоты, так и наличием групповой задержки сигнала  $\Delta t_n$ . Причем, как видно из (14), групповая задержка определяется значением первой производной в точке  $\omega = \omega_0$  от функции фазового сдвига, вносимого периодической структурой  $\varphi_n'(\omega_0)$ , а также пропорциональна скорости качания частоты, свидетельствующей о том, что групповая задержка для сигналов с частотной модуляцией больше, чем с амплитудной. Следовательно, минимальное значение групповая задержка будет иметь для сигналов с меньшей шириной спектральной функции, а также тогда, когда спектр сигнала охватывает область медленного изменения фазовой функции периодической структуры.

Эффективная длительность рассеянного сигнала  $T_{\text{эфф},n}$  и его пиковая амплитуда  $Q_n$ , определяемые выражениями (9) и (8) соответственно, являются функциями параметров периодической структуры, первичного сигнала ( $T_0, \beta_0$ ), а для  $n \neq 0$  также и расстояния  $z$ . Для гармоник с  $n \neq 0$  из уравнения  $\frac{dT_{\text{эфф},n}}{dz} = 0$  находим такое расстояние  $z_{0,n}$ , при котором эффективная длительность минимальна. Оно определяется следующим выражением:

$$z_{0,n} = - \frac{\varphi_n''(\omega_0) + \beta T^2}{\gamma_n''(\omega_0)}. \quad (20)$$

Подставляя (20) в (9), определяем минимальное значение эффективной длительности:

$$T_{\text{эфф},n}(z_{0,n}) = T(1 - \alpha_3/T^2)^{1/2}. \quad (21)$$

Если функция  $\ln|b_n(\omega)|$  изменяется практически линейно в рассматриваемом интервале частот ( $\alpha_3/T^2 \ll 1$ ), то минимальное значение эффективной длительности зависит только от скорости качания частоты  $\beta_0$  и примерно одинаково для всех гармоник с  $n \neq 0$ :

$$T_{\text{эфф},n}(z_{0,n}) \approx T_0/\sqrt{1 + \beta_0^2 T_0^4}. \quad (22)$$

Увеличение скорости качания частоты  $\beta_0$ , как видно из (22), приводит к уменьшению эффективной длительности рассеянного сигнала по сравнению с первичным.

Сравнивая значение эффективной длительности  $n$ -й гармоники в точках  $z = 0$  и  $z = z_{0,n}$ , можно определить коэффициент сокращения импульса:

$$K = \frac{T_{\text{эфф},n}(0)}{T_{\text{эфф},n}(z_{0,n})} = \sqrt{1 + \frac{(\varphi_n''(\omega_0) + \beta T^2)^2}{T^4(1 - \alpha_3/T^2)^2}}. \quad (23)$$

Из условий применимости выражения (6), а именно при  $\alpha_3/T^2 \ll 1$  и  $\xi_3/T^2 \ll 1$ , что при  $z = z_{0,n}$  эквивалентно  $\frac{\varphi_n''(\omega_0)}{T^2} + \beta \ll \frac{1}{2}$ , следует:

$$K \approx 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\varphi_n''(\omega_0)}{T^2} + \beta \right)^2 > 1. \quad (24)$$

В самом деле, условия, налагаемые на параметры электродинамической структуры, выделяют из дисперсионной зависимости участок незначительного изменения. Следовательно, в этом случае эффект сжатия выражен не так резко и, как видно из (22) и (24), коэффициент сжатия определяется в основном скоростью качания частоты  $\beta_0$ . С сокращением сигнала в  $K$  раз происходит увеличение его пиковой мощности.

Таким образом, из (6) — (16) следует вывод, что при рассеянии импульсных волновых полей периодическим препятствием дифракционное поле представляет собой спектр пространственных гармоник, модулированных по амплитуде и частоте, причем только нулевая гармоника данного спектра не изменяет форму и фазовое заполнение. Распространение высших пространственных гармоник ( $n \neq 0$ ) подобно распространению импульсов в дисперсных средах [4].

### 3. АНАЛИЗ ЧИСЛЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Остановимся теперь на конкретных примерах, а именно рассеянии электромагнитного импульса с гауссовой огибающей на ленточной и двойной ленточной решетке. Первая структура является наиболее простым периодическим препятствием (описывается двумя параметрами: периодом  $l$  и шириной щели  $d$ ) и в то же время обладает свойствами, присущими всем периодическим рассеивателям.

Особый интерес представляет задача рассеяния АМ сигнала на двойной равнопериодной решетке, обладающей ярко выраженными резонансными свойствами [9] (рис. 4б, решетка расположена в плоскости  $xy$ ). Поэтому был проведен анализ на основании численного интегрирования выражений, аналогичных (3), (4) и описывающих рассеянное поле в соответствующих областях. При исследовании нами были выбраны такие параметры первичного сигнала ( $\kappa_0 = 0,4 \div 0,45$ ;  $T_0 = 2$ ;  $20$  нс), которые позволяли рассмотреть узкополосные сигналы ( $\omega_0 T_0 \approx 60 \div 600$ ) со спектром полностью расположенным в области  $0 < \kappa < 1$ . В этом случае рассеянное поле содержит только одну распространяющуюся гармонику с  $n = 0$ .

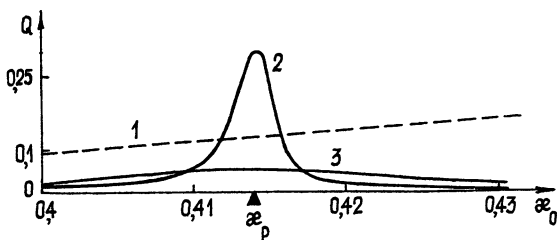


Рис. 1.

Параметры периодической структуры ( $l = 3$  см,  $a/l = 6$ ) выбирались таким образом, чтобы было возможно исследовать поведение рассеянного сигнала в случае, когда спектр первичного сигнала лежит в области резонансного изменения модуля коэффициента прохождения двойной ленточной решетки  $|d_n(\kappa)|$  (рис. 4а). Кривые, представленные на рис. 1—3, представляют собой зависимости пиковой амплитуды  $Q$ , эффективной длительности  $T_{\text{эфф}}/T_0$  и групповой задержки  $\Delta t/T_0$  от  $\kappa_0$  для ленточной (пунктир) и двойной решетки (сплошная) при  $T_0 = 2$  нс (кривые 1 и 3) и  $T_0 = 20$  нс (кривая 2).

Из графиков следует, что в выбранном диапазоне изменения несущей частоты  $\kappa_0$  ленточная решетка не оказывает влияния на эффективную длительность и задержку сигнала, ослабляя его только по ампли-

туде (кривые 1, рис. 1—3). При ширине спектральной функции первичного сигнала (кривая 2, рис. 4а), соизмеримой с шириной резонансной кривой модуля коэффициента прохождения (кривая 1, рис. 4а), спектр прошедшего поля, а следовательно, и его основные параметры изменяются незначительно, исключая случай, когда несущая частота

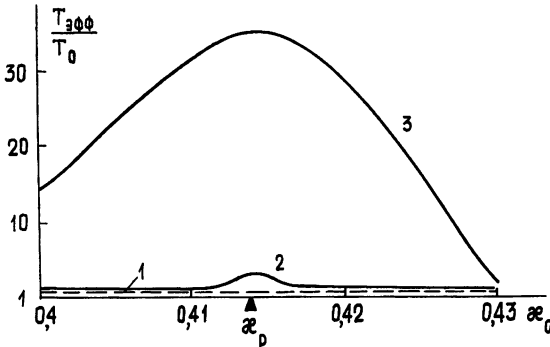


Рис. 2.

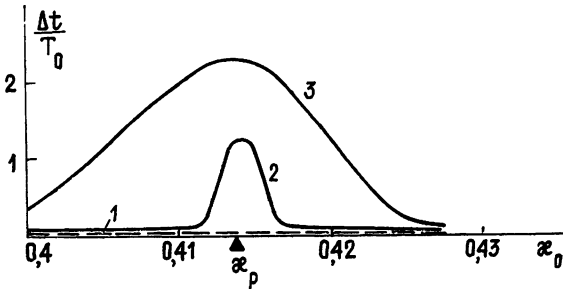


Рис. 3.

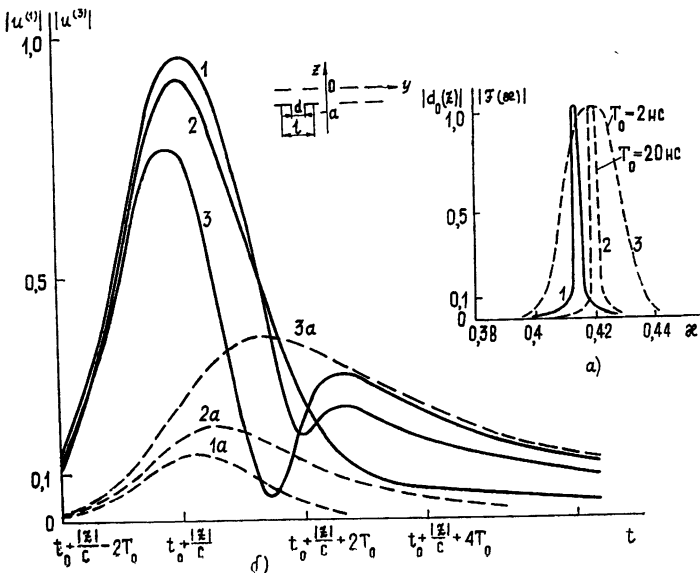


Рис. 4.

сигнала совпадает с резонансной частотой структуры (кривые 2, рис. 1—3). Если же ширина спектра первичного сигнала значительно больше ширины резонансной кривой исследуемой структуры (кривая 3, рис. 4а), то искажение спектральной функции АМ сигнала при прохождении резонансной структуры приводит к резкому увеличению длительности сигнала, появлению значительной групповой задержки, снижению пиковой амплитуды (кривые 3, рис. 1—3).

На рис. 4б представлены формы огибающих рассеянного поля в области над и под двойной ленточной решеткой (кривые 1—3 и 1а—3а соответственно) для нескольких значений несущей частоты  $\kappa_0$  (1, 1а —  $\kappa_0 = 0,412$ ; 2, 2а —  $\kappa_0 = 0,415$ ; 3, 3а —  $\kappa_0 = \kappa_p \approx 0,4137$ ). Наибольшее изменение форма импульса претерпевает в случае, когда несущая частота сигнала совпадает с резонансной частотой структуры ( $\kappa_0 = \kappa_p$ ). Это, по-видимому, связано с тем, что двойная ленточная решетка вносит в этом случае наибольшие фазовые изменения в спектральную функцию рассеянного поля.

Использование резонансных периодических структур, как следует из анализа численных результатов, дает возможность управлять такими параметрами рассеянного поля, как пиковая мощность, эффективная длительность и групповая задержка в довольно широких пределах. Для ЧМ сигналов с линейным изменением частоты наблюдается эффект сжатия сигналов при  $z > |z_{0,n}|$  с последующим расширением при  $z < |z_{0,n}|$ .

Автор считает своим долгом выразить благодарность О. А. Третьякову за постоянное внимание и помощь при выполнении работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Триси. — Зарубежная радиоэлектроника, 1970, № 7, с. 14.
2. Гаврилова Т. В., Сысоев А. С., Третьяков О. А. — В сб.: Радиотехника, — Х.: ХГУ, 1975, 34, с. 20.
3. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Наука, 1967.
4. Блюх П. В. — Изв. вузов — Радиотехника, 1964, 7, № 3, с. 460.
5. Вайнштейн Л. А. — УФН, 1976, 118, № 2, с. 339.
6. Стрэттон Дж. А. Теория электромагнетизма. — М.—Л.: Гостехиздат, 1948.
7. Биргер Е. С., Вайнштейн Л. А. — Радиотехника и электроника, 1973, 18, № 3, с. 449.
8. Терина Г. И. — Радиотехника и электроника, 1967, 12, № 1, с. 123.
9. Шестопапов В. П. Метод задачи Римана—Гильберта в теории дифракции. — Х.: ХГУ, 1971.
10. Гершман Б. Н. — ЖТФ, 1952, 22, № 1, с. 101.
11. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов сумм, рядов и произведений. — М.: Наука, 1971.

Автомобильно-дорожный  
институт

Поступила в редакцию  
16 июля 1979 г.

#### SCATTERING PECULIARITIES OF MODULATED SIGNALS BY PERIODIC OBSTACLES

T. V. Gavrilova

A problem is considered on a diffraction of amplitude modulated (AM) and frequency modulated (FM) signals by periodic obstacles. For a case of quasi-monochromatic pulses analytic formulas have been derived for the basic parameters of a scattered signal. The effect of the pulse compression is found out for highest space harmonics. A numerical analysis of characteristics of a scattered signal is carried out for the ribbon and double ribbon grids. In wide limits of the signal characteristics a possibility of a control is shown by resonance periodic structures.