ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXIII, № 9 РАДИОФИЗИКА 1980

УДК 538.574 2

ОБ ОТРАЖЕНИИ СИГНАЛОВ ОТ ГРАНИЦЫ ДВИЖУЩЕЙСЯ И НЕПОДВИЖНОЙ СРЕД

Л. А. Зелексон, Н. С. Степанов

Рассматриваются переходные процессы при падении электромагнитного сигнала на плоскую границу неподвижной и движущейся проводящей сред. Найдены решения для TE- и TM-волн, показывающие, что кроме «объемных» отраженной и прошедшей волн на границе возбуждаются также собственные волны, которые для TM-поляризации усиливаются потоком и являются поверхностными. Исследуется также характер энергообмена электромагнитного поля с движущейся средой.

Проблемам распространения электромагнитных волн в движущихся средах посвящена обширная литература (см., например, [1–3], а также приведенную в [4] библиографию). Одним из интересных эффектов здесь является усиление волн при отражении от дрейфующей со «сверхсветовой» скоростью среды, существующее и в простейшем случае падения плоской монохроматической волны на тангенциальный разрыв в недиспергирующей среде. При этом плотность энергии волны в движущемся полупространстве оказывается отрицательной, а поток энергии направлен «изнутри» к границе [1, 3, 5].

Реальное значение, однако, имеет отклик не на монохроматическую плоскую волну, а на сигнал, «включаемый» в некоторый момент (для определенности $t=0$) и тождественно равный нулю при $t<0$. При этом обычная постановка задачи — о падении плоской волны (импульса) с неограниченным фронтом — также является не вполне корректной, так как, за исключением случая нормального падения, такая волна всегда (в том числе и при $t<0$) «задевает» границу раздела. На характер эволюции начального возмущения существенно влияет наличие какого-либо механизма диссипации (например проводимость); в частности, при определенных условиях собственные волны, возбуждаемые падающим сигналом, могут усиливаться [2].

В связи с этим в данной работе исследуются переходные процессы при падении электромагнитного сигнала в виде «плоской» волны с полубесконечным фронтом на плоскую границу неподвижной и движущейся проводящей сред. Рассматриваются случаи TE- и TM-волн, обсуждается вопрос об энергообмене между волной и потоком.

Пусть занимающая полупространство $x>0$ недиспергирующая среда с однородной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon \gg 1$ и проводимостью $\sigma = \text{const}$ движется с нерелятивистской скоростью ($v^2 \ll c^2$, но $v \gg c/\sqrt{\varepsilon}$, c — скорость света в вакууме) вдоль оси $0z$ декартовой системы координат. При $x<0$ среда покоится и проводимость равна нулю. Будем считать, что сигнал падает из неподвижной среды и в плоскости $x=-0$ задано соответствующее ему «первичное» поле $f(0, z, t)$. В этом случае задачу о нахождении отраженного (f_R) и прошедшего (f_T) полей в линейном приближении можно свести к вычислению интегралов

$$f_R(x, z, t) = \frac{1}{4i\pi^2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \int\limits_{-i\infty+\gamma}^{i\infty+\gamma} R(h, p)\, \Phi(h, p) \exp(pt - ihz + ik_1 x)\, dh\, dp; \quad (1)$$

$$f_T(x, z, t) = \frac{1}{4i\pi^2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \int\limits_{-i\infty+\gamma}^{i\infty+\gamma} T(h, p)\,\Phi(h, p) \exp(pt - ihz - ik_2x)\, dh dp, \qquad (2)$$

где $R(h, p)$ и $T(h, p)$ — коэффициенты отражения и прохождения (по амплитуде) волны с частотой $-ip$ и продольным (по оси $0z$) волновым числом h, зависящие от типа волны; $\Phi(h, p)$ — преобразование Фурье — Лапласа поля $f(0, z, t)$; $k_1 = (-\varepsilon p^2/c^2 - h^2)^{1/2}$ и $k_2 = [-\tilde{\varepsilon}(p')p'^2/c^2 - h'^2]^{1/2}$ — x-компоненты волнового вектора $\boldsymbol{k}$ соответственно в неподвижной и движущейся средах; $\tilde{\varepsilon}(p') = \varepsilon + 4\pi\sigma/p'$, $p' \approx p - ihv$, $h' \approx h + ipv/c^2$. Для ТЕ-волны величины f_R и f_T описывают y-компоненту электрического поля $\boldsymbol{E}$, $R = (k_1 - k_2)/(k_1 + k_2)$, $T = R + 1$; для ТМ-волны f_R и f_T совпадают с y-компонентой напряженности магнитного поля $\boldsymbol{H}$, $R = (k_1/\varepsilon - k_2/\tilde{\varepsilon}(p'))/(k_1/\varepsilon + k_2/\tilde{\varepsilon}(p'))$, $T = \dfrac{\tilde{\varepsilon}(p)}{\tilde{\varepsilon}(p')}(R+1)$ [3].

Выражения (1) и (2) запишем в виде свертки

$$f_{R,T}(x, z, t) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} f_{R,T}(0, z - z_0, t - t_0)\, G_{R,T}(x, z_0, t_0)\, dz_0 dt_0, \qquad (3)$$

где

$$G_R(x, z, t) = \frac{1}{4i\pi^2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \int\limits_{-i\infty+\gamma}^{i\infty+\gamma} \exp(pt - ihz + ik_1x)\, dh\, dp; \qquad (4)$$

$$G_T(x, z, t) = \frac{1}{4i\pi^2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \int\limits_{-i\infty+\gamma}^{i\infty+\gamma} \exp(pt - ihz - ik_2x)\, dh\, dp; \qquad (5)$$

$$f_{R,T}(0, z, t) = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} f(0, z - z_0, t - t_0)\, K_{R,T}(z_0, t_0)\, dz_0\, dt_0; \qquad (6)$$

$$K_R(z, t) = \frac{1}{4i\pi^2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \int\limits_{-i\infty+\gamma}^{i\infty+\gamma} R(h, p) \exp(pt - ihz)\, dh\, dp; \qquad (7)$$

$$K_T(z, t) = \frac{1}{4i\pi^2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \int\limits_{-i\infty+\gamma}^{i\infty+\gamma} T(h, p) \exp(pt - ihz)\, dh\, dp. \qquad (8)$$

Смысл новых функций очевиден: G_R и G_T — это поля в неподвижной и движущейся средах в случае мгновенного $(t = 0)$ возмущения, локализованного в точке $x = z = 0$; функции $f_R(0, z, t)$ и $f_T(0, z, t)$ описывают поля при $x = \pm 0$, совместно с «первичным» удовлетворяющие граничным условиям.

Подставляя в формулы (4) и (5) функции $k_1(h, p)$ и $k_2(h, p)$ и интегрируя, получаем

$$G_R(x, z, t) = \frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial x} \frac{U\left(t - \sqrt{\varepsilon}\,\frac{r}{c}\right)}{\sqrt{t^2 - \varepsilon \frac{r^2}{c^2}}}; \qquad (9)$$

$$G_T(x, z, t) = -\frac{1}{\pi} e^{-2\pi\sigma t/\varepsilon} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{U\left(t - \sqrt{\varepsilon}\,\frac{r'}{c}\right)}{\sqrt{t^2 - \varepsilon \frac{r'^2}{c^2}}} \operatorname{ch}\left(\frac{2\pi\sigma}{\varepsilon} \sqrt{t^2 - \varepsilon \frac{r'^2}{c^2}}\right) \right]. \qquad (10)$$

Здесь $U(t)$ — единичная функция Хевисайда, $r=\sqrt{x^2+z^2}$, $r'=\sqrt{x^2+(z-vt)^2}$. Как видно из (9), функция $G_R(x,z,t)$ отлична от нуля при положительном аргументе «функции включения» $U\left(t-\sqrt{\varepsilon}\,\frac{r}{c}\right)$. Аналогичный аргумент в выражении для $G_T(x,z,t)$ будет положительным, если $0\leqslant t_1\leqslant t\leqslant t_2$, где

$$t_{1,2}=\frac{1}{v}\left(z\mp\frac{c}{\sqrt{\varepsilon}\,v}\rho\right),\qquad \rho=\sqrt{z^2-\varepsilon v^2x^2/c^2}. \tag{11}$$

В области $z<0$ оба корня $t_{1,2}$ отрицательны и, следовательно, $G_T\equiv 0$. Функция G_T тождественно обращается в нуль также в той области пространства, где $z_T=z-x\sqrt{\varepsilon}\,v/c<0$, так как при этом t_1 и t_2 становятся комплексными*. Учитывая вышесказанное, приведем выражение (10) к более удобному для дальнейших вычислений виду:

$$G_T=-\frac{c\exp(-2\pi\sigma t/\varepsilon)}{\pi\sqrt{\varepsilon}\,v}\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{U(z_T)\,U(t-t_1)\,U(-t+t_2)}{\sqrt{(t-t_1)(t_2-t)}}\times\right.$$
$$\left.\times\operatorname{ch}\left(\frac{2\pi\sigma v}{c\sqrt{\varepsilon}}\sqrt{(t-t_1)(t_2-t)}\right)\right]. \tag{10'}$$

Найдем теперь функции $K_R(z,t)$ и $K_T(z,t)$. С помощью метода контурного интегрирования по переменной p выражения (7) и (8) можно представить в виде суммы интегралов вокруг полюса $p=p_0(h)$ (где $|R(h,p_0(h))|=|T(h,p_0(h))|\to\infty$), обусловленного существованием собственной волны [2], а также вдоль разрезов, соединяющих точки ветвления функций $k_{1,2}(h,p)$.

Для простоты будем считать выполненными неравенства

$$|p|\gg\frac{|h|\,c}{\sqrt{\varepsilon}},\ \frac{\sigma}{\varepsilon};\qquad |p'|\gg\frac{|h'|\,c}{\sqrt{\varepsilon}},\ \frac{\sigma}{\varepsilon}, \tag{12}$$

тогда $p_0(h)=\dfrac{ihv}{2}\mp\pi\sigma/\varepsilon$ (здесь и далее верхний знак соответствует ТЕ-, нижний — ТМ-волне). В силу соотношений (12) интегралами вдоль разрезов можно пренебречь по сравнению с интегралами вокруг полюса. Вычисление последних с помощью теоремы о вычетах приводит тогда к следующим результатам:

$$K_R(z,t)=\delta'\left(z-\frac{vt}{2}\right)U(z)\exp\left(\mp\frac{2\pi\sigma z}{\varepsilon v}\right)-\delta(t)\,\delta(z); \tag{13}$$

$$K_T(z,t)=\delta'\left(z-\frac{vt}{2}\right)U(z)\exp\left(\mp\frac{2\pi\sigma z}{\varepsilon v}\right). \tag{14}$$

Здесь $\delta(t)$ — функция Дирака, $\delta'(t)=\dfrac{d\delta(t)}{dt}$.

---

* Отметим, что функция Грина безграничной движущейся со скоростью $v\gg c/\sqrt{\varepsilon}$ среды отлична от нуля в той же пространственной области, что и $G_T(x,z,t)$ [4].

Пусть поле в плоскости $x=0$ представляет собой «след» наклонно падающего из неподвижной среды полубесконечного в пространстве сигнала: $f(0, z, t) = U(z)U(\xi)\varphi(\xi)\exp(i\omega\xi)$, где $\xi = t - z/u$, $\varphi(\xi)$ — медленно меняющаяся амплитуда, характерный масштаб которой много больше величины $1/\omega$. В этом случае в неравенствах (12) $h=\omega/u$, $p=i\omega$, а сами эти неравенства эквивалентны следующим:

$$\frac{c}{\sqrt{\varepsilon}\,u},\quad \frac{\sigma}{\varepsilon\omega} \ll 1,\qquad \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}\,u},\quad \frac{\sigma}{\varepsilon\omega} \ll \left|1-\frac{v}{u}\right|. \tag{12'}$$

Подставив формулы (13) и (14) в (6), находим выражения для $f_R(0, z, t)$ и $f_T(0, z, t)$ при заданном «первичном» поле:

$$f_R(0, z, t) = U(z)\left[R_0U(\xi)\varphi(\xi)e^{i\omega\xi} - T_0U(\xi_*)\varphi(\xi_*)\exp\left(i\omega\xi_* \mp \frac{2\pi\sigma z}{\varepsilon v}\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{v}{2u}\,\frac{\varphi(0)}{|1-v/2u|}U\left(\frac{\xi}{1-v/2u}\right)U\left(\frac{-\xi_*}{1-v/2u}\right)\exp\left(\mp\frac{\pi\sigma\xi}{\varepsilon(1-v/2u)}\right)\right]; \tag{15}$$

$$f_T(0, z, t) = f(0, z, t) + f_R(0, z, t), \tag{16}$$

где

$$R_0 = T_0 - 1,\quad T_0 = T\left(\frac{\omega}{u},\ i\omega\right) = \left(1-\frac{v}{2u} \mp \frac{i\pi\sigma}{\varepsilon\omega}\right)^{-1},\quad \xi_* = t - \frac{2z}{v}.$$

Первый член в (15) соответствует волне, несущие частота (ω) и продольное волновое число (ω/u) которой такие же, как у падающего сигнала. Наряду с ней, как видно из (15) и (16), на той же частоте ω возбуждается медленная (с фазовой скоростью $v/2$) волна $\sim\exp(i\omega\xi_*)$, обусловленная наличием полюса у $R(h, p)$ и $T(h, p)$. Ее амплитуда при $\sigma \neq 0$ экспоненциально увеличивается с ростом z для ТМ- и, наоборот, уменьшается для ТЕ-волны.

Наконец, при «резком» включении возбуждающего поля ($\varphi(0)\neq 0$) в формулах (15) и (16) присутствует еще один член, не имеющий, в отличие от остальных, осциллирующего характера*. Пространственно-временная структура волны, соответствующей этому слагаемому, снова зависит от поляризации падающего сигнала и, кроме того, от соотношения между $v/2$ и u. Заметим, что чисто экспоненциальная зависимость последнего члена в (15) — следствие пренебрежения дисперсией среды. Ниже для простоты полагаем $\varphi(0)=0$.

Перейдем теперь к нахождению отраженного и прошедшего полей. Из-за невозможности аналитического вычисления выражения (3) в общем виде сделаем это в предположении, что в интервале интегрирования фазовый множитель подынтегрального выражения — быстро осциллирующая или, наоборот, плавная функция. В первом предельном случае, используя формулу (П.2) Приложения и интегрируя в (3) по переменной t_0, получаем при $r\omega\sqrt{\varepsilon}/c \gg 1$

$$f_R(x, z, t) = \sqrt{\frac{c}{2\pi\omega\sqrt{\varepsilon}}}\,\frac{\partial}{\partial x}\left[R_0\int\limits_{u(\sqrt{\varepsilon}r/c-\xi)}^{z}\frac{1}{\sqrt{r(z_0)}}\varphi(\xi-\xi_0)\times\right.$$
$$\times\exp[i\omega(\xi-\xi_0)]\,dz_0 - T_0\int\limits_{u(\sqrt{\varepsilon}r/c-\xi_*)}^{z}\frac{1}{\sqrt{r(z_0)}}\varphi(\xi_*-\xi_0)\times \tag{17}$$

* Появление этого слагаемого является, по-видимому, специфической особенностью задач с начальными условиями (см., в частности, [6]).

$$\times \exp\left[i\omega(\xi_* - \xi_0) \mp \frac{2\pi\sigma}{\varepsilon v}(z - z_0)\right] dz_0\Bigg].$$

Здесь $\xi_0 = \sqrt{\varepsilon}\, r(z_0)/c - z_0/u$. Аналогичным образом при $\frac{\omega c \rho}{\sqrt{\varepsilon}\, v^2} \gg 1$ можно получить формулу для $f_T(x, z, t)$ в виде однократного интеграла по z_0, которую не выписываем из-за ее громоздкости.

Для дальнейших вычислений воспользуемся методом стационарной фазы. Опуская промежуточные выкладки, приведем окончательные выражения:

$$\begin{gathered} f_R(x, z, t) = R_0 U(z_R)\, U(\xi_R)\, \varphi(\xi_R) \exp[i(\omega\xi_R + \pi/4)] - \\ - T_0 U(z_c) U(\xi_c)\, \varphi(\xi_c) \exp\left[i(\omega\xi_c + \pi/4) \mp \frac{2\pi\sigma z_c}{\varepsilon v}\right] + \\ + R_0 \frac{xu}{qr}\sqrt{\frac{2\sqrt{\varepsilon}}{\pi c r \omega}}\, U\left(t - \sqrt{\varepsilon}\frac{r}{c}\right)\varphi\left(t - \sqrt{\varepsilon}\frac{r}{c}\right) \exp[i\omega(t - \sqrt{\varepsilon}\, r/c)]; \end{gathered} \tag{18}$$

$$\begin{gathered} f_T(x, z, t) = T_0 U(z_T) \exp\left(-\frac{2\pi\sigma x}{c\sqrt{\varepsilon}}\right)\Big\{U(\xi_T)\, \varphi(\xi_T)\, [U(v - u) - \\ - iU(u - v)] \exp[i(\omega\xi_T - \pi/4)] - U(\xi_c)\, \varphi(\xi_c) \exp\Big[i(\omega\xi_c - \pi/4) \mp \\ \mp \frac{2\pi\sigma z_c}{\varepsilon v}\Big] + \frac{xv}{\rho}\sqrt{\frac{\sqrt{\varepsilon}}{2\pi c \rho\omega}}\Big[\frac{1}{q_1} U(t - t_1)\, \varphi(t - t_1) \exp[i\omega(t - t_1)] - \\ - \frac{1}{q_2} U(t - t_2)\, \varphi(t - t_2) \exp[i\omega(t - t_2)]\Big]\Big\}, \end{gathered} \tag{19}$$

где

$$z_R = z + \frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} xu, \quad z_c = z + \frac{\sqrt{\varepsilon}}{2c} xv, \quad \xi_R = \xi + \sqrt{\varepsilon}\frac{x}{c},$$

$$\xi_T = \xi + \frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} x\left(\frac{v}{u} - 1\right), \quad \xi_c = \xi_* + \frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} x,$$

$$q = \frac{\left(1 - \frac{\sqrt{\varepsilon}}{cr} xu\right)\left(1 - \frac{\sqrt{\varepsilon}}{2cr} xv\right)}{2 - \frac{\sqrt{\varepsilon}}{cr} x\left(u + \frac{v}{2}\right)}, \qquad q_{1,2} = \frac{v}{u} - 1 \pm \frac{cz}{\rho u\sqrt{\varepsilon}}.$$

Пределы применимости формул (18) и (19), в дополнение к приведенным выше неравенствам, определяются соотношениями

$$\frac{\omega}{u} z_R, \ \frac{\omega}{v} z_c \gg 1 \quad \text{и} \quad \frac{\omega}{u} z_T, \ \frac{\omega}{v} z_T \gg 1 \tag{20}$$

соответственно для областей $x < 0$ и $x > 0$. Таким образом, точка наблюдения должна находиться на достаточно большом (в масштабе u/ω и v/ω) расстоянии от плоскостей $z_R = 0$, $z_c = 0$ и $z_T = 0$, т. е. от границ геометрической тени соответствующих пучков. Отметим, что неравенства (20) выполняются также для малых значений $|x|$ (т. е. на границе раздела), если при этом z велико.

Как видно из (18), в неподвижной среде можно выделить три области с различной интенсивностью отраженного сигнала. В одной из них ($z_R \geqslant 0$) локализовано поле, описываемое слагаемым $\sim \exp(i\omega\xi_R)$ и подобное полю падающей «объемной» (с квазиплоским фазовым фронтом) волны. В области $z_c \geqslant 0$ сосредоточено поле собственной волны (второй член в (18)). Ее амплитуда в случае ТМ-волны экспоненциально спадает с ростом $|x|$ (т. е. волна здесь имеет поверхностный характер) и увеличивается с ростом z. Для ТЕ-волны, наоборот, амплитуда при $z \to \infty$ затухает, но для $z = \mathrm{const}$ она увеличивается при удалении от границы раздела. Это согласуется с работой [2], по которой на тангенциальном разрыве могут существовать усиливаемые поверхностные волны ТМ-типа, а локализованных около границы полей ТЕ-типа нет.

Последнее слагаемое в (18), соответствующее сигналу с цилиндрическим ($r = \mathrm{const}$) фазовым фронтом, отлично от нуля для любых z и $x \neq 0$, если при этом $t > \sqrt{\varepsilon}\, r/c$.

В движущейся среде ($x > 0$), в отличие от неподвижной, все составляющие прошедшего сигнала можно зарегистрировать не при любых значениях x и z, а только при $z \geqslant xv\sqrt{\varepsilon}/c$ ($z_T \geqslant 0$). Первым двум членам в (19) отвечают прошедшая «объемная» и собственная волны.. Последняя, как и в неподвижной среде, затухает или усиливается с увеличением z_c в зависимости от поляризации первичного поля. Остальные слагаемые описывают сигналы с эллиптическими ($t_{1,2} = \mathrm{const}$) фазовыми фронтами. Один из этих сигналов ($\sim \exp[i\omega(t - t_1)]$), как нетрудно проверить, «включается» раньше других возмущений. Именно это обстоятельство, как будет показано ниже, приводит к тому, что в начальный период поток энергии (а также ее плотность) в движущейся среде всегда положителен.

И, наконец, в противоположном предельном случае, когда справедливы обратные по отношению к (20) неравенства, используя формулу (П. 3) Приложения, для прошедшего поля получаем следующее выражение:

$$f_T(x, z, t) = \frac{i\omega z_T}{v} U(z_T) U\left(t - \sqrt{\varepsilon}\,\frac{x}{c}\right) \times \\ \times \varphi\left(t - \frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} x\right) \exp\left[i\omega\left(t - \frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} x\right)\right]. \tag{19'}$$

Эта формула показывает, что вблизи границы геометрической тени прошедшего пучка ($z_T = 0$) величина $f_T(x, z, t)$ мала и обращается в нуль на самой границе.

Найдем теперь плотность потока энергии $S_T = \frac{c}{4\pi}[E_T \times H_T]$ прошедшего сигнала, усредненную по промежутку времени $2\pi/\omega$ и пространства $2\pi u/\omega$. Выражая компоненты полей E и H из уравнений Максвелла и соотношений Минковского и интересуясь вначале полем в удаленной от плоскости $z_T = 0$ области, можно получить (черта сверху означает усреднение)

$$\overline{S}_T = \frac{c\sqrt{\varepsilon}}{8\pi a} |T_0|^2 U(z_T) \exp\left(-\frac{4\pi\sigma x}{c\sqrt{\varepsilon}}\right)\left\{\left(x_0 + \frac{v}{c}\sqrt{\varepsilon}\, z_0\right) \times\right.$$

$$\times\left[\left(1-\frac{v}{u}\right)\varphi^2(\xi_T)U(\xi_T)-\varphi^2(\xi_c)U(\xi_c)\exp\left(\mp\frac{4\pi\sigma z_c}{\varepsilon v}\right)\right]+\frac{x^3 v}{2\pi\omega\rho^4}\left(x_0+\right.$$

$$\left.+\frac{z}{\rho}\sqrt{\varepsilon}\,z_0\right)\left[\frac{1}{q_1^2}\varphi^2(t-t_1)U(t-t_1)-\frac{1}{q_2^2}\varphi^2(t-t_2)U(t-t_2)\right]\Bigg\}, \tag{21}$$

где $a=1$ для ТЕ- и $a=\varepsilon$ для ТМ-волны.

Итак, вектор $\overline{S}_T$ является суперпозицией средних потоков энергии всех составляющих прошедшего сигнала, причем для собственной волны при любом значении v, а для «объемной» — при $v>u$ эти потоки входят в (21) со знаком «минус». При этом плотности энергий этих волн также отрицательны.

Согласно (21) в начальный момент времени $(t \gtrsim t_1)$ $\overline{S}_{xT}\sim\overline{S}_{zT}\sim\sim\varphi^2(t-t_1)>0$, т. е. энергия сигнала проникает в движущуюся среду. Дальнейшая эволюция $\overline{S}_T$ зависит от типа волны и соотношения между v и u. Так, в случае ТЕ-волны при $v<u$ и величины $\overline{S}_{xT}$ и $\overline{S}_{zT}$ положительны для любых t и больших z (при этом отрицательные члены в (21) малы); при $v>u$ (в режиме усиления плоской гармонической волны [1]), за исключением начального периода, когда положительные члены в (21) существенны, имеем $\overline{S}_{xT}<0$, $\overline{S}_{zT}<0$, т. е. энергия уже от движущейся среды «перетекает» к отраженному полю.

Для ТМ-волны с ростом z будет преобладать усиливаемая собственная волна, и величины $\overline{S}_{xT}$ и $\overline{S}_{zT}$ становятся отрицательными при любом соотношении между v и u.

Вблизи границы геометрической тени $(z_T=0)$ выражения для компонент вектора Пойнтинга, как это следует из (19′), имеют более простой по сравнению с (21) вид:

$$\overline{S}_T=\left(x_0+\frac{v}{c}\sqrt{\varepsilon}\,z_0\right)\frac{\omega^2 z_T^2 c\sqrt{\varepsilon}}{8\pi a v^2}\varphi^2\left(t-\frac{\sqrt{\varepsilon}}{c}x\right)U\left(t-\frac{\sqrt{\varepsilon}}{c}x\right)U(z_T), \tag{21′}$$

т. е. в рассматриваемой области поток энергии всегда положителен. Таким образом, вектор Пойнтинга меняет свое направление только на достаточно большом расстоянии от границы пучка (плоскости $z_T=0$).

Аналогичным образом нетрудно рассмотреть случай коллимированного с обеих сторон пучка шириной $l\gg u/\omega$; при этом поток энергии меняет знак вдали от обеих «геометрических» границ прошедшего пучка $(z_T=0$ и $z_T=l)$.

В заключение заметим, что приведенные выше результаты справедливы (при $\sigma\to 0$) также для акустических волн в идеальной (невязкой) среде с тангенциальным разрывом.

ПРИЛОЖЕНИЕ

При нахождении функций $f_{R,T}(x, z, t)$ нужно вычислить интеграл вида

$$J=\int_a^b\frac{f(t)\,e^{i\omega t}}{\sqrt{(t-a)(b-t)}}\,dt. \tag{П.1}$$

Найдем приближенные значения величины J в предположении, что масштаб изменения функции $f(t)$ много больше величины $1/\omega$ и $\omega(b-a)\gg 1$, а также в случае $\omega(b-a)\ll 1$.

В первом случае наличие быстро осциллирующего множителя в подынтегральном выражении позволяет ограничить область интегрирования интервалами $a \leqslant t \leqslant a + \pi/\omega$ и $b - \pi/\omega \leqslant t \leqslant b$. При этом $f(t)$ и один из сомножителей под корнем в (П. 1) можно вынести из-под знака интеграла. Вычисление упрощенного таким образом выражения не представляет затруднений, и в результате имеем

$$J \approx 2 \sqrt{\frac{\pi}{\omega(b-a)}} \, [f(b) e^{i\omega b} - f(a) e^{i\omega a}]. \tag{П.2}$$

Если же $\omega (b - a) \ll 1$, то числитель подынтегрального выражения в (П.1) в интервале $a \leqslant t \leqslant b$ — медленно меняющаяся функция. Вынося ее из-под знака интеграла со значением, например, в точке $t = a$ и интегрируя оставшееся выражение, получаем

$$J \approx \pi f(a) e^{i\omega a}. \tag{П.3}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Лупанов Г. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1975, 18, № 11, с. 1711.
2. Пикулин В. Д., Степанов Н. С. — ЖТФ, 1975, 45, № 11, с. 2288.
3. Пикулин В. Д., Степанов Н. С. — ЖТФ, 1978, 48, № 4, с. 649.
4. Болотовский Б. М., Столяров С. Н. Эйнштейновский сборник — 1974, М.: Наука, 1976.
5. Кадомцев Б. Б., Михайловский А. Б., Тимофеев А. В. — ЖЭТФ, 1964, 47, № 6, с. 2266.
6. Костин В. М., Тимофеев А. В. — ЖЭТФ, 1967, 53, № 4, с. 1378.

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию 30 августа 1979 г.

REFLECTION OF SIGNALS FROM THE BOUNDARY OF MOVING AND STATIONARY MEDIA

L. A. Zelekson, N. S. Stepanov

Transition processes are considered at the incidence of an electromagnetic signal on a plane boundary of stationary and moving conducting media. Solutions have been found for TE and TM waves which show that besides «volume» reflected and passing waves natural wave are also excited at the boundary which for TM polarization are amplified by a flow and are surface ones. The character of the energy exchange between an electromagnetic field and a moving medium is investigated.