ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXIII, № 8 РАДИОФИЗИКА 1980

УДК 538.574.6

О ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ЛУЧЕВОГО МЕТОДА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СКОЛЬЗЯЩЕГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ КОРОТКИХ РАДИОВОЛН

В. Н. Миролюбов, М. В. Тинин

Квазиоптическими методами дифракции исследуется поле, обусловленное скользящим механизмом распространения. Полученные результаты сравниваются с формулами, выведенными методом перевала.

Известно (см., например, [1]), что сигналы на частотах, значительно превышающих критические частоты ионосферных слоев, могут одним скачком проходить трассы протяженностью 5—6 тыс. *км*, поэтому изучение такого механизма распространения представляется актуальной задачей. Обычно данный механизм связывают с процессом скользящего распространения, который, как правило, описывают лучевым методом (см., например, [2, 3]). Однако возможность применения лучевой теории на больших расстояниях от источника далеко не очевидна [4]. В присутствии ионосферного параболического слоя эта проблема была исследована в работах [5, 6]. В [5, 6] показано, что при большом удалении от источника существуют области расстояний, где поле имеет геометрооптическую структуру, и была определена верхняя граница этих областей. Но их размеры и степень удаленности от источника не были тщательно изучены, поэтому вопрос о равномерном лучевом описании рассматриваемого вида распространения оставался до сих пор нерешенным. Настоящее исследование должно в значительной мере устранить этот пробел.

Рассмотрим поле элементарного вертикального магнитного диполя с временной зависимостью $e^{-i\omega t}$, расположенного вне параболического слоя и на расстоянии $|h|$ от его оси. Будем считать, что точка наблюдения находится также вне слоя. Исследование поля сводится к анализу решения уравнения Гельмгольца для вертикальной компоненты магнитного вектора Герца Π:

$$\Delta\Pi + k^2 n^2(z)\Pi = -\frac{p_m}{\mu_0}\delta(x)\delta(y)\delta(z-h), \tag{1}$$

где $k=\omega/c$ — волновое число свободного пространства, μ_0 — магнитная проницаемость вакуума, p_m — дипольный момент источника, δ — дельта-функция,

$$n^2 = \begin{cases} n_1^2 + \alpha z^2, & |z| \leqslant a \\ n_2^2, & |z| \geqslant a \end{cases},$$

$$n_j (j=1,\ 2) = \mathrm{const}, \quad \alpha = b^2/a^2, \quad b^2 = n_2^2 - n_1^2. \tag{2}$$

Применив преобразование Фурье — Бесселя и использовав некоторые несущественные упрощения, запишем решение (1) в виде

$$\Pi = \frac{p_m}{4\pi\mu_0}\left(\frac{e^{ikn_2R}}{R} + \tilde{\Pi}\right). \tag{3}$$

Здесь первое слагаемое описывает прямую сферическую волну (R — расстояние между источником и точкой наблюдения), а второе (представляемое интегралом [5, 6]) — выражает реакцию слоя на нее. Можно показать, что $\tilde{\Pi} = \Pi_1 + \Pi_2$, причем Π_1 формируется нижними лучами, не связанными со скользящим распространением [5, 6]. Поэтому необходимо изучить только Π_2.

Совместив исходный контур интегрирования с контуром наибыстрейшего спуска, проходящим в окрестности точки n_2 [5, 6], представим Π_2 в виде суммы «вытекающих волн» [7]:

$$\Pi_2 = \sqrt{\frac{\alpha}{kr}} \sum_{m=0}^{M} \frac{\{(k/2\sqrt{\alpha})\,[b + (n_2^2 - s_m^2)^{1/2}]^2\}^{m+1/2}}{m!\,[s_m(n_2^2 - s_m^2)]^{1/2}} \times$$
$$\times \exp[iks_m r - ik(n_2^2 - s_m^2)^{1/2}(a + z + h) - (m + 1/2) - i\pi m/2], \quad (4)$$

где $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ и z — координаты точки наблюдения, $s_m = [n_1^2 + i(2m+1)\sqrt{\alpha}/k]^{1/2}$ — полюс подынтегральной функции, M равно числу полюсов, лежащих между начальным контуром и контуром наибыстрейшего спуска.

Разобьем сумму (4) на две: $\Pi_2 = S_1 + S_2$. M_1 первых слагаемых отнесем к S_1, остальные — к S_2. Преобразуем S_1, заменив в экспоненциальных выражениях s_m и $(n_2^2 - s_m^2)^{1/2}$ двумя первыми членами соответствующих биномиальных рядов. Считая, что выполняются неравенства

$$r \leqslant (n_1/b)^3 [8\pi ka^2 b/(2M_1 - 1)^2 p - |a + z + h|] \quad (p \sim 10); \quad (5)$$

$$(2M_1 - 1)^2 < \frac{8\pi ka^2 b}{p|a + z + h|}, \quad (6)$$

которые необходимы для такого преобразования, приходим к следующему выражению для S_1:

$$S_1 \approx \left[\sum_{m=0}^{M_1-1} (1/2v)^m/m!\right] \Pi_0 = [\exp(1/2v) + r_{M_1-1}]\,\Pi_0, \quad (7)$$

где

$$\Pi_0 = \sqrt{\frac{2\sqrt{\alpha}}{n_1 r}} \exp\left[ikn_1 r - ikb(a + z + h) - \frac{\sqrt{\alpha}}{2n_1} r - \frac{2a + z + h}{2a}\right]; \quad (8)$$

$$v = i\exp\left(\frac{\sqrt{\alpha}}{n_1} r + \frac{2a + z + h}{a}\right)\Big/ 4kab, \quad |r_{M_1-1}| \leqslant (2|v|)^{-M_1}/M_1!. \quad (9)$$

S_2 оценим, преобразуя $m!$ по формуле Стирлинга и заменяя суммирование интегрированием. Если*

$$r > (n_1/b)\,[-(2a + z + h) + a\ln(2kab/M_1)], \quad (10)$$

то

$$S_2 \approx (2v)^{-M_1}\,\Pi_0/BM_1!; \quad (11)$$

и поле принимает вид

$$\Pi_2 \approx [\exp(1/2v) + R_{M_1}]\,\Pi_0, \quad (12)$$

где

$$|R_{M_1}| \leqslant (2|v|)^{-M_1}(1 + |B|^{-1})/M_1!; \quad (13)$$

* Условие обеспечивает монотонное убывание модуля подынтегральной функции.

$$B = br/n_1 a + (2a + z + h)/a - \ln(2k\,ab/M_1). \tag{14}$$

Будем предполагать, что

$$r \geqslant (n_1/b)[-(a + z + h) + a\ln(2gk\,ab/M_1)], \quad g > 1. \tag{15}$$

Тогда

$$|R_{M_1}| \leqslant (2\pi M_1)^{-1/2} g^{-M_1}[1 + (1 + \ln g)^{-1}], \tag{16}$$

причем с увеличением расстояния $|R_{M_1}|$ быстро убывает. Выбирая M_1 и g так, чтобы $|R_{M_1}| \ll 1$, мы приходим к соотношению

$$\Pi_2 \approx \Pi_0 \exp(1/2v), \tag{17}$$

которое выполняется в интервале расстояний, ограниченном снизу и сверху правыми частями неравенств (15) и (5) соответственно.

В работе [8] для определения интересующей нас компоненты поля был применен более общий по сравнению с использованным в [5, 6] вариант метода перевала, учитывающий особенности подынтегрального выражения. В [8] найдено, что* $\Pi_2 \approx \chi\,\Pi_0$. В интервале

$$r_0 \leqslant r \leqslant (n_1/b)[-(2a + z + h) + a\ln(4ka\,b/p)],$$

где

$$\left.\begin{aligned} r_0 &= (n_1/b)[-(2a + z + h) + a\ln(4ka\,b/m_0)],\\ m_0 &\sim (ka/10)^{1/2}, \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

влияние особенностей почти не ощутимо, и аналитически можно доказать, что в этом интервале поле выражается формулой (17), которая в данном случае соответствует лучевому описанию [9, 10]. В статье [8] также численно показано, что на расстояниях $(n_1/b)[-(2a + z + h) + a\ln(4ka\,b/p)] \leqslant r \leqslant (n_1/b)[-(2a + z + h) + a\ln(2ka\,b)]$, где влияние особенностей уже учитывается, $|\chi| \approx 1$. Однако на самом деле численные расчеты приводят к более сильному утверждению: оказывается, что в последнем интервале $\chi \approx \exp(1/2v)$. Таким образом, на расстояниях

$$r_0 \leqslant r \leqslant (n_1/b)[-(2a + z + h) + a\ln(2k\,ab)] \tag{19}$$

справедливо соотношение (17), и мы должны, применяя полученные выше формулы, продолжить его как можно дальше.

Если $g/M_1 \leqslant 1/e$, а правая часть (5) больше верхней границы (19), то (17) допускает продолжение с интервала (19) на большие значения r. Взяв наименьшее из возможных значений M_1 (например, $M_1 = 5$), мы сможем продолжить (17) до расстояний, сравнимых с ka^2 [5, 6].

Покажем на примере, как действует наш процесс продолжения. Возьмем следующие значения параметров: $n_2 = 1$, $b^2 = (\omega_c/\omega)^2 = 0{,}1$ (ω_c — критическая частота слоя), $ka = 10^4$, $p = 10$, $M_1 = 5$, $g = 1{,}5$, $z = h = -5a$, что может соответствовать расположению источника и приемника на земной поверхности. Тогда $|R_{M_1}| < 0{,}05$, $r_0 \approx 42\,a$, верхняя граница интервала (19) составляет примерно $50{,}2\,a$, правая часть (15) — около $49{,}6\,a$, правая часть (5) — $2404\,a \sim ka^2/4$.

Заметим, что нижняя граница в (19) появилась в результате использования некоторых приближенных методов при получении явного вида поля и поэтому к вопросу о применимости лучевой теории не имеет отношения. Как уже было показано, при выбранных значениях параметров $r_0 \sim 40\,a$**. Поскольку на меньших расстояниях возможность

* Отметим, что данное соотношение начинает выполняться только с $r = r_0$.

** Уменьшение $|z|$ и $|h|$ приводит к понижению нижней границы.

применения геометрической оптики не вызывает сомнений, мы приходим к выводу, что процесс скользящего распространения можно исследовать лучевым методом равномерно (по крайней мере, до расстояний $O(ka^2)$). Этот результат хорошо согласуется с оценкой аналогичной области расстояний, полученной на основе эвристических критериев [11].

ЛИТЕРАТУРА

1. Muldrew, D. B., Maliphant, R. G. — J. Geophys. Res., 1962, **67**, p. 1805.
2. Сажин В. И., Тинин М. В. — Изв. вузов — Радиофизика, 1975, **18**, № 9, с. 1389.
3. Сажин В. И., Тинин М. В. — Геомагнетизм и аэрономия, 1975, **15**, № 4, с. 748.
4. Фок В. А., Вайнштейн Л. А., Белкина М. Г. — Радиотехника и электроника, 1956, **1**, № 5, с. 576
5. Тинин М. В. — В сб.: Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. — М.: Наука, 1973, вып. 29, с. 157.
6. Тинин М. В. — В сб.: Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. — М: Наука, 1975, вып. 35, с. 73.
7. Tamir, T., Felsen, L. B. — IEEE Trans., 1965, **AP-13**, № 3, p. 410.
8. Миролюбов В. Н. — В сб.: Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. — М.: Наука, 1980, вып. 50, с. 186.
9. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: Наука, 1973.
10. Кравцов Ю. А. — Изв. вузов — Радиофизика, 1967, **10**, № 9—10, с. 1283.
11. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. В кн.: Современные проблемы распространения и рассеяния волн. Лекции на V Всесоюзной школе-семинаре по дифракции и распространению волн. Челябинск, 1979. — М.: ИРЭ АН СССР, 1979, с. 76.

Иркутский государственный университет

Поступила в редакцию 17 июля 1979 г., после доработки 2 апреля 1980 г

POSSIBILITY OF A RAY METHOD APPLICATION FOR THE INVESTIGATION OF A SLIDE PROPAGATION OF SHORT RADIO WAVES

V. N. Mirolubov, M. V. Tinin

A field specified by a slide mechanism of propagation is investigated by quasi-optical methods of diffraction. Results obtained are compared with formulas derived by a steepest descent method.