

Этот частный результат предлагаемого метода позволяет однозначно и точно, в отличие от [7], синтезировать динамическую систему вида

$$\dot{x} = f(x) + g(x)n(t), \quad \langle n n_c \rangle = \delta(\tau),$$

порождающую стационарный процесс с коэффициентом корреляции $\exp(-\alpha|\tau|)$ и одномерной плотностью $w(x)$, произвольно заданной, по формулам

$$g^2(x) = -\frac{2\alpha}{w(x)} \int xw(x)dx, \quad f(x) = -\alpha x - \frac{1}{2}g(x)g'(x).$$

Очевидно, искомые $f(x)$ и $g(x)$ редко выражаются через элементарные функции. Так, например, для процесса, имеющего « m -распределение»

$$w(x) = \text{const} \cdot x^{2m-1} \exp\left(-\frac{m}{\sigma^2} x^2\right), \quad x \geq 0, \quad m \geq \frac{1}{2},$$

при $m = n + \frac{1}{2}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) функция $g^2(x)$ является полиномом относительно x^2 порядка n .

ЛИТЕРАТУРА

1. Тихонов В. И., Миронов М. А. Марковские процессы. — М.: Сов. радио, 1977.
2. Маков Ю. В., Хохлов Р. В. — ДАН СССР, 1976, 227, № 2, с. 315.
3. Красовский А. А. Фазовое пространство и статистическая теория динамических систем. — М.: Наука, 1974.
4. Линдсей В. Системы синхронизации в связи и управлении. — М.: Сов. радио, 1978.
5. Параев Ю. И. Введение в статистическую динамику процессов управления и фильтрации. — М.: Сов. радио, 1976.
6. Медведев С. Ю. — Изв. вузов — Радиофизика, 1977, 20, № 8, с. 1241.
7. Конторович В. Я. — Изв. АН СССР — Техническая кибернетика, 1974, № 6, с. 143.

Ленинградский электротехнический
институт связи

Поступила в редакцию
17 июля 1979 г.,
после доработки
10 марта 1980 г.

УДК 538.574.6

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧ ДИФРАКЦИИ НА ТЕЛЕ ВРАЩЕНИЯ МЕТОДОМ НЕОРТОГОНАЛЬНЫХ РЯДОВ

А. Г. Свешников, Ю. А. Еремин

1. До сих пор одним из универсальных методов исследования задач дифракции на проводящих и диэлектрических телах в однородной среде является метод интегральных уравнений [1, 2]. Он позволяет достаточно точно определять токи на поверхности рассеивателя, а также вторичные поля в ближней и дальней зонах. Особенно много численных результатов получено для случая возбуждения тел вращения [2]. В последнее время появилась также тенденция использовать метод неортогональных рядов для решения дифракционных задач [3], однако известны численные результаты лишь для плоских случаев. Вместе с тем следует отметить, что в определенном классе задач, а именно в задачах локации, где, как правило, требуется определить лишь вторичные поля (не производя анализа токов), метод неортогональных рядов, на наш взгляд, может составить конкуренцию методу интегральных уравнений.

В работе [4] приведена реализация метода неортогональных рядов решения задачи дифракции на теле вращения при произвольном возбуждении с использованием в качестве базисной системы произвольно ориентированных электрических диполей, расположенных на сосной поверхности вращения внутри тела. В данной заметке излагается методика, отличная от [4], рассчитанная на решение задачи дифракции плоской волны, распространяющейся вдоль оси симметрии. Такое упрощение постановки дает возможность добиться максимальной эффективности численного алгоритма, в котором в каче-

стве базисной системы метода можно ограничиться совокупностью электрических и магнитных диполей фиксированной ориентации, расположенных на оси вращения тела.

2. Перейдем к описанию методики. Будем рассматривать стационарную внешнюю задачу дифракции плоской волны $\{E^0, H^0\}$, распространяющейся вдоль оси симметрии проводящей поверхности вращения S . Предположим, что решение рассматриваемой задачи существует и единственное. Тогда будем искать приближенное решение для рассеянного поля E^+ в виде

$$E_N^+ = \sum_{n=1}^N \text{rot rot } \Pi_n^a + ik \text{ rot } \Pi_n^M, \quad (1)$$

где

$$\Pi_n^a = \psi_n p_n n_E, \quad \Pi_n^M = \psi_n q_n n_H, \quad \psi_n = \frac{\exp(ikR_{MM_n})}{R_{MM_n}},$$

k — волновое число свободного пространства, $n_E = E^0 / |E^0|$, $n_H = H^0 / |H^0|$. Точки M_n расположены на оси вращения строго внутри поверхности S . Можно показать, что система диполей, используемая в (1), полна на S в L_2 при исходном внешнем возбуждении $\{E^0, H^0\}$ и линейно независима на гладкой поверхности S . Поскольку E_N^+ вида (1) удовлетворяет уравнениям Максвелла и условиям излучения, то для определения неизвестных коэффициентов p_n, q_n достаточно удовлетворить граничному условию на проводящей поверхности S . Пусть p, q — векторы, составленные из компонент p_n, q_n . Будем определять значения p, q , минимизируя функционал Φ , т. е. определяя

$$\min_{p, q} \| [E_N^+ + E^0, n] \|_{L_2(S)}^2. \quad (2)$$

В силу выбора положений и поляризации электрических и магнитных диполей в (1), а также осевого падения плоской волны все интегралы по переменной φ при вычислении функционала Φ в (2) считаются в явном виде. Используя «регуляризацию» при минимизации функционала Φ , получаем систему линейных алгебраических уравнений размерности $2N$ для определения значений неизвестных p, q . Определив значения p, q , получаем приближенное значение для рассеянного поля вида (1).

Для контроля точности полученного приближенного решения используется критерий невязки. Это означает, что вычисляется значение функционала Φ на сетке с числом узлов, в два раза большим, нежели при определении значений p, q . Этот критерий также позволяет определять «оптимальное» — в смысле величины невязки — положение точек M_n при заданной геометрии рассеивателя S .

3. Обсудим некоторые численные результаты, полученные с помощью развитой методики. В качестве тестовой задачи рассматривалась задача дифракции на проводящей сфере. Сравнение производилось с результатами расчета обратного поперечника рассеяния, имеющимися в [5] (стр. 281). Отметим, что, как правило, погрешность прямых численных методов по сравнению с методом собственных функций наиболее заметна при сравнении величин обратного поперечника рассеяния. В данном случае проведенные расчеты показали совпадение вычисленных значений поперечника с результатами [5] с графической степенью точности. При этом 90 точек поперечника на интервале значений $ka \in [0,5; 9,5]$ с равномерным шагом, равным 0,1, были посчитаны за 5 минут на ЭВМ БЭСМ-6. Значение невязки в данном случае не превосходило 0,5% от нормы падающего поля на S .

На рис. 1 приведены результаты расчета обратного поперечника для цилиндра со сферическими основаниями с отношением продольного размера к поперечному 3:1. Вычисленные значения поперечника изображены на рисунке сплошной кривой. Кружками и крестиками отмечены соответственно экспериментальные и численные результаты, взятые из работы [5] (стр. 285), при этом численные результаты работы [5] были получены посредством фурье-преобразования импульсной переходной характеристики. В данном случае 100 точек поперечника на интервале значений $ka \in [0,2; 5,2]$ с равномерным шагом 0,05 были найдены за 30 минут (здесь a — радиус цилиндра). Заметим, что в [5] приведены результаты лишь для значений $ka \leq 1,05$. Значение невязки в данном случае не превышало 1,5%.

4. Подведем некоторые итоги. Разработанная методика является весьма эффективной при исследовании рассеяния на телах вращения. Помимо плоской волны в качестве внешнего возбуждения могут рассматриваться электрические и магнитные диполи, расположенные на оси вращения и ориентированные вертикально. Простота численного алгоритма обеспечивает высокую степень надежности работы программы при варьировании таких параметров, как частота падающего поля и форма поверхности рассеива-

теля. Кроме того, высокая эффективность методики может оказаться полезной при исследовании рассеяния нестационарного импульса на теле вращения.

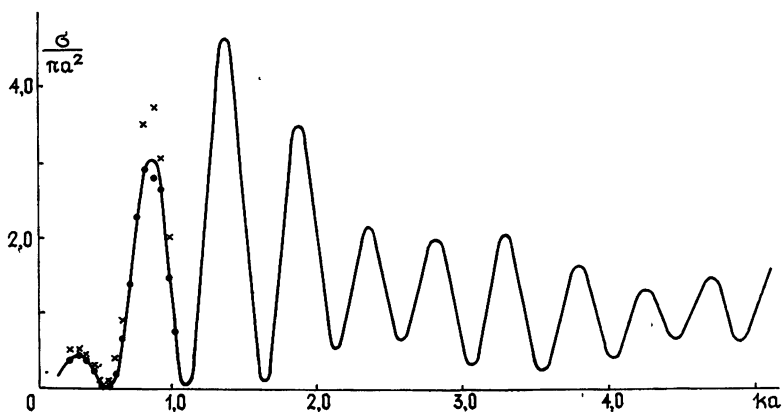


Рис. 1.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кравцов В. В. — В сб.: Вычислительные методы и программирование. — М.: МГУ, 1966, вып. 5, с. 260.
2. Васильев Е. Н. — В сб.: Прикладная электродинамика. — М.: Высшая школа, 1977, с. 94.
3. Алексидзе М. А. Решение граничных задач методом разложения по неортогональным функциям. — М.: Наука, 1978.
4. Еремин Ю. А., Ильинский А. С., Свешников А. Г. — ДАН СССР, 1979, 247, № 6, с. 1351.
5. Вычислительные методы в электродинамике: Сб. статей под ред. Р. Митра. — М.: Мир, 1977.

Московский государственный
университет

Поступила в редакцию
20 ноября 1979 г.