

$\approx 4 \cdot 10^{-8} \text{ см}^{-1}$ в переходе $J = 13 \rightarrow 14$ на частоте $f \approx 349 \text{ ГГц}$. Отметим, что спектр молекулы N_2O удобно использовать для относительной калибровки и проверки чувствительности аппаратуры.

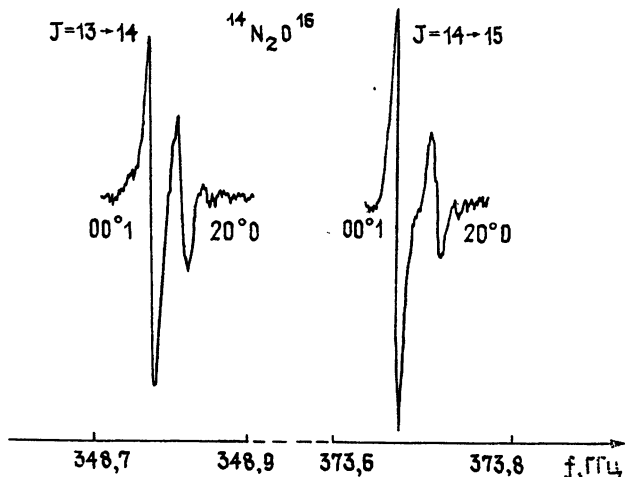


Рис. 3. Запись спектра слабых линий двух вращательных переходов основной изотопической комбинации N_2O в возбужденно-колебательных состояниях $00^0 1$, $20^0 0$ при $p \approx 1 \text{ Тор}$, $T \approx 300 \text{ К}$, $\tau \approx 1 \text{ с}$.

Достоинство предлагаемого метода заключается в том, что не требуется синхронной подстройки частоты ЛОВ и резонатора и увеличение чувствительности доступно, практически, во всем диапазоне сканирования $0,5 \text{ мм} \leq \lambda \leq 1,5 \text{ мм}$. Рассматриваемый метод может быть наиболее успешно применен при изучении спектров молекул со слабыми линиями, начиная с $\alpha_{\text{max}} \approx 10^{-6} \text{ см}^{-1}$, в частности, при исследовании запрещенных переходов и спектров молекул в возбужденно-колебательных состояниях, а также в химическом анализе летучих веществ особой чистоты на полярные примеси с малым процентным содержанием.

В заключение автор выражает признательность А. Ф. Крупнову за постоянное внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Ф. Крупнов, Л. И. Герштейн, В. Г. Шустров, С. П. Белов, Изв. вузов — Радиофизика, 13, № 9, 1403 (1970).
2. А. А. Антаков, С. П. Белов, Л. И. Герштейн, В. Л. Гинцбург, А. Ф. Крупнов, Письма в ЖЭТФ, 19, 634 (1974).
3. М. Б. Голант, Р. Л. Виленкин, Е. А. Зюлина, З. Ф. Каплун, А. А. Негирев, В. А. Париков, Т. Б. Реброва, В. С. Савельев, ПТЭ, № 4, 136 (1965); № 3, 231 (1969).

Институт прикладной физики
АН СССР

Поступила в редакцию
11 ноября 1979 г.

УДК 539.293 : 537.212

ПРОНИКНОВЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ПОЛУПРОВОДНИК С МОДУЛИРОВАННОЙ ПРОВОДИМОСТЬЮ

Э. М. Эпштейн

Электромагнитное поле частоты ω , как известно, проникает в среду с проводимостью σ на глубину $\delta \approx c(2\pi\sigma\omega)^{-1/2}$ [1] (предполагаются выполненными условия нормального скин-эффекта: $\omega \ll \nu$, $\omega \ll \omega_m$, $\delta \gg l$, где ν — частота столкновений носителей

тока с рассеивателями, ω_m — максвелловская частота диэлектрической релаксации, l — длина свободного пробега носителей). При стационарном увеличении проводимости полупроводника в результате освещения или инжекции глубина проникновения убывает. В то же время, как будет показано ниже, модуляция проводимости в условиях нестационарного освещения или инжекции может привести к существенному увеличению глубины проникновения электромагнитного поля в полупроводник.

Пусть проводимость полупроводника меняется по закону $\sigma(t) = \sigma_0(1 + \gamma \cos \Omega t)$, $\gamma \ll 1$. Распространение электромагнитного поля, параллельного поверхности полубесконечного полупроводника, в направлении, перпендикулярном к поверхности, при выполнении указанных выше условий будет описываться уравнением

$$\frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial z^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} [\sigma(t) E(z, t)] \quad (1)$$

(координата z отсчитывается от поверхности в глубь полупроводника). Мы интересуемся лишь поведением электрической составляющей электромагнитного поля, для магнитной составляющей получаются аналогичные результаты. На границе $z = 0$ электрическое поле предполагается заданным:

$$E(0, t) = E_0 \cos \omega t. \quad (2)$$

В силу модуляции проводимости решение уравнения (1) будет содержать, помимо составляющей основной частоты ω , также составляющие с комбинационными частотами $\omega + n\Omega$ (n — целое число), причем константой связи различных гармоник будет глубина модуляции γ . При $\gamma \ll 1$ можно ограничиться частотами ω и $\omega - \Omega$ (для определенности будем полагать $\omega > \Omega$). Поле частоты ω , проникая на глубину $\delta_0 = c(2\pi\sigma_0\omega)^{-1/2}$, генерирует поле частоты $\omega - \Omega$. При $\omega - \Omega \ll \omega$ последнее проникает на гораздо большую глубину $\delta_1 = c[2\pi\sigma_0(\omega - \Omega)]^{-1/2}$, порождая на этой глубине поле прежней частоты ω . Таким образом, в условиях модулированной проводимости поле частоты ω должно проникать на глубину $\delta_1 \gg \delta_0$. Амплитуда этой глубоко проникающей составляющей, очевидно, пропорциональна $E_0 \gamma^2$.

Подтвердим эти качественные соображения расчетом. Будем искать решение уравнения (1) в виде

$$E(z, t) = E^{(0)}(z) e^{i\omega t} + E^{(1)}(z) e^{i(\omega - \Omega)t} + \text{к. с.}; \quad (3)$$

все остальные фурье-компоненты дают в окончательный эффект вклад более высокого порядка по γ . Подставляя (3) в (1), получаем систему уравнений для функций $E^{(0)}(z)$ и $E^{(1)}(z)$:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 E^{(0)}}{dz^2} - k_0^2 E^{(0)} - \frac{1}{2} \gamma k_0^2 E^{(1)} &= 0, \\ \frac{d^2 E^{(1)}}{dz^2} - k_1^2 E^{(1)} - \frac{1}{2} \gamma k_1^2 E^{(0)} &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$k_0^2 = \frac{4\pi i \sigma_0 \omega}{c^2}, \quad k_1^2 = \frac{4\pi i \sigma_0 (\omega - \Omega)}{c^2}.$$

Граничные условия, согласно (2), имеют вид

$$E^{(0)}(0) = \frac{1}{2} E_0, \quad E^{(1)}(0) = E^{(0)}(\infty) = E^{(1)}(\infty) = 0. \quad (5)$$

Исключая $E^{(1)}$, получаем уравнение 4-го порядка для $E^{(0)}$, решение которого, удовлетворяющее граничным условиям (5), имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} E^{(0)}(z) = \frac{1}{2} E_0 \left\{ \left[1 - \frac{\gamma^2}{4} \frac{\omega(\omega - \Omega)}{\Omega^2} \right] \exp \left[-(1+i) \times \right. \right. \\ \left. \times \left(1 + \frac{\gamma^2}{4} \frac{\omega - \Omega}{\Omega} \right) \frac{z}{\delta_0} \right] + \frac{\gamma^2}{4} \frac{\omega(\omega - \Omega)}{\Omega^2} \exp \left[-(1+i) \times \right. \\ \left. \left. \times \left(1 - \frac{\gamma^2}{4} \frac{\omega}{\Omega} \right) \frac{z}{\delta_1} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Из (3) и (6) следует, что электрическое поле внутри полупроводника содержит слагаемое, которое изменяется во времени с частотой ω , но проникает в полупроводник

на глубину δ_1 , соответствующую частоте $\omega - \Omega$. При $\omega - \Omega \ll \omega$, когда $\delta_1 \gg \delta_0$, это слагаемое принимает вид

$$\tilde{E}(z, t) = E_0 \left(\frac{\gamma}{2} \right)^2 \left(\frac{\omega}{\Omega} - 1 \right) \exp \left(-\frac{z}{\delta_1} \right) \cos \left(\frac{z}{\delta_1} - \omega t \right). \quad (7)$$

Отношение амплитуды поля $\tilde{E}(z, t)$ к амплитуде поля на той же глубине z в отсутствие модуляции проводимости \tilde{E} можно представить в виде

$$\frac{\tilde{E}}{E} = \left(\frac{\gamma}{2} \right)^2 \frac{F(\xi_1)}{F(\xi_0)}, \quad (8)$$

где

$$F(\xi) = \xi^2 \exp(-\xi), \quad \xi_{0,1} = z/\delta_{0,1}.$$

При

$$z > \frac{2\delta_0 \delta_1}{\delta_1 - \delta_0} \ln \left(\frac{2}{\gamma} \frac{\delta_1}{\delta_0} \right) \approx 2\delta_0 \ln \left(\frac{2\delta_1}{\gamma \delta_0} \right) \quad (9)$$

отношение (8) становится больше единицы, т. е. глубоко проникающая составляющая, обусловленная модуляцией проводимости, преобладает, несмотря на наличие в (7) малого параметра $\gamma^2(\omega/\Omega - 1)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, Гостехиздат, М., 1957.

Поступила в редакцию
11 ноября 1979 г.

УДК 517

ЧЕТЫРЕХМЕРНЫЙ АНАЛОГ ПРИНЦИПА ФЕРМА

В. И. Погорелов

Геометрооптическое (лучевое) приближение для решения скалярного волнового уравнения

$$\sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} \varphi - \frac{n^2(x, \omega)}{C^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \varphi = \rho(x) e^{i\omega t} \quad (1)$$

основано, как известно, на принципе Ферма:

$$\delta \int_{x'}^x n d\sigma = 0, \quad (2)$$

используем вариацию пути $\sigma(x', x)$ между точкой излучения x' и текущей точкой x ,

где элемент пути $d\sigma = \sqrt{\sum_{j=1}^3 (dx_j)^2}$. Уравнение (2) определяет те траектории в трехмерном пространстве x_1, x_2, x_3 , с помощью которых по $\rho(x') \exp(i\omega t')$ строится данное приближение для $\varphi(x, t)$, причем

$$t - t' = \int_{x'}^x \frac{n d\sigma}{C}. \quad (3)$$

Покажем, что принцип Ферма допускает и другую формулировку, эквивалентную этой, имеющую универсальный четырехмерный характер в комплексном пространстве переменных $x_1, x_2, x_3, x_4 = ict$ и приводящую как к (2), так и к (3):