

УДК 538.574.6

## ДИФРАКЦИЯ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ НА ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕМ ТЕЛЕ ВРАЩЕНИЯ С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКОЙ

*Е. Н. Васильев, З. В. Седельникова, А. Р. Серегина*

Задача дифракции плоской электромагнитной волны на идеально проводящем теле вращения, покрытом слоем диэлектрика, решается методом интегральных уравнений. Она сводится к системе трех векторных интегральных уравнений относительно электрического тока на идеально проводящем теле и эквивалентных электрического и магнитного токов на диэлектрической оболочке. Система уравнений решается численно с использованием метода клеточного обращения матрицы. Алгоритм и программа позволяют обращать комплексную матрицу 180 порядка. Численные результаты относятся к цилиндру, покрытому слоем диэлектрика. Максимальный размер образующей диэлектрической оболочки 5 λ.

В целом ряде технических задач возникает необходимость рассмотрения дифракции плоской электромагнитной волны на телах вращения произвольной формы, покрытых слоем диэлектрика. Для этого круга задач может быть успешно использован метод интегральных уравнений. В [1] рассмотрена подобная задача применительно к случаю осесимметричного возбуждения тела со слоем. Дифракция плоской электромагнитной волны соответствует случаю несимметричного возбуждения, который существенно сложнее.

Система интегральных уравнений для поставленной задачи в инвариантном векторном виде записана в [1]. Неизвестными функциями в ней являются эквивалентные электрические и магнитные токи на границе воздух — диэлектрик и электрический ток на идеально проводящей поверхности.

Если ввести систему координат вращения  $u, v, \varphi$  так, чтобы поверхности  $u = \text{const}$  совпали с поверхностями раздела воздух — диэлектрик, то все токи, поля и функции Грина в интегральных уравнениях можно разложить в ряды Фурье по азимутальной координате  $\varphi$ . Использование ортогональности тригонометрических функций позволяет записать систему интегральных уравнений относительно азимутальных гармоник плотности токов. Последняя содержит только одномерные интегралы и допускает эффективное численное решение.

### ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ИХ ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ

В соответствии с [1] систему интегральных уравнений представим в виде

$$\bar{J}_{1m}(v_1) + \int_{v_1} P_m(v_1, v'_1) \bar{J}_{1m}(v'_1) dv'_1 + \int_{v_2} L_m^{12}(v_1, v'_2) \times \\ \times \bar{J}_{2m}(v'_2) dv'_2 = 2\bar{J}_{1m}^n(v_1); \quad (1)$$

$$\bar{J}_{2m}(v_2) + \frac{1}{2} \int_{v_1} L_m^{21}(v'_1, v_2) \bar{J}_{1m}(v'_1) dv'_1 + \\ + \frac{1}{2} \int_{v_2} \Pi_m(v_2, v'_2) \bar{J}_{2m}(v'_2) dv'_2 = \bar{J}_{2m}^n(v_2), \quad (2)$$

где  $\vec{J}_{1m}(v_1)$  — вектор плотности электрического тока на идеально проводящей поверхности  $\Sigma_1$  (рис. 1), имеющий две составляющие  $J_{1mv}^{\circ}$  и  $J_{1m\varphi}^{\circ}$ ;  $\vec{J}_{2m}(v_2)$  — вектор плотности эквивалентного тока на поверхности  $\Sigma_2$ , характеризуемый четырьмя составляющими:  $J_{2mv}^{\circ}$ ,  $J_{2m\varphi}^{\circ}$ ,

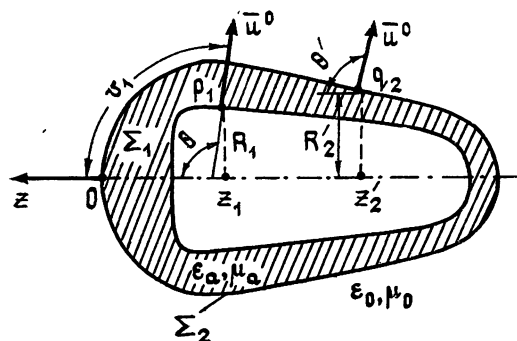


Рис. 1. Постановка задачи.

и следующие компоненты:  $J_{2mv}^{\circ}$ ,  $J_{2m\varphi}^{\circ}$ ,  $J_{2mv}^M/\omega_0$ ,  $J_{2m\varphi}^M/\omega_0$ ,  $\vec{J}_{1m}^n(v_1)$  — вектор плотности электрического тока на  $\Sigma_2$ , соответствующий первичному магнитному полю,  $\vec{J}_{2m}^n(v_2)$  — вектор плотности эквивалентного тока на  $\Sigma_2$ , определяемый также первичным полем и следующими четырьмя компонентами:  $J_{2mv}^{n,\circ}$ ,  $J_{2m\varphi}^{n,\circ}$ ,  $J_{2mv}^{n,M}/\omega_0$ ,  $J_{2m\varphi}^{n,M}/\omega_0$ ,  $m$  — номер азимутальной гармоники,  $\omega_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ .

Таким образом, система векторных уравнений (1), (2) эквивалентна системе из шести

скалярных интегральных уравнений с шестью неизвестными токами  $J_{1mv}^{\circ}$ ,  $J_{1m\varphi}^{\circ}$ ,  $J_{2mv}^{\circ}$ ,  $J_{2m\varphi}^{\circ}$ ,  $J_{2mv}^M/\omega_0$ ,  $J_{2m\varphi}^M/\omega_0$ . Матричное ядро этой системы имеет такую структуру:

$$\begin{bmatrix} P_m & L_m^{12} \\ L_m^{21} & \Pi_m \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Здесь  $P_m$  — матричное ядро, соответствующее задаче возбуждения идеально проводящего тела [2],  $\Pi_m$  — матричное ядро задачи возбуждения диэлектрического тела [3]. Ядра  $L_m^{12}$  и  $L_m^{21}$  учитывают взаимодействие токов, текущих по идеально проводящей поверхности и поверхности диэлектрика. Они имеют вид

$$L_m^{12} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & L_{24} \end{bmatrix}; \quad (4)$$

$$L_m^{21} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \\ L_{31} & L_{32} \\ L_{41} & L_{42} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Верхние индексы у  $L$  характеризуют принадлежность точки поверхностям  $\Sigma_1$  и  $\Sigma_2$ . Например,  $L^{12}$  означает, что точка наблюдения  $p$  находится на поверхности  $\Sigma_1$ , а точка интегрирования  $q$  — на  $\Sigma_2$ .

Известно [3], что ядра интегральных уравнений представляют собой поля электрических и магнитных токов. Наиболее общим является ядро  $\Pi_m$ , состоящее из шестнадцати элементов и определяющее все возможные комбинации тангенциальных компонент электрических и магнитных полей, созданных  $v$ - и  $\varphi$ -ми составляющими электрического и магнитного токов. Поэтому элементы ядер  $L_m$  могут быть получены из элементов ядер  $\Pi_m$  [3]:

$$L_{11} = x^3 \left\{ [(z - z') \cos \theta' - R' \sin \theta'] \frac{S_{m-1}^i + S_{m+1}^i}{2} + R \sin \theta' S_m^i \right\} R'; \quad (6)$$

$$L_{12} = im \frac{z - z'}{R} \kappa S_m; \tag{7}$$

$$L_{13} = \kappa^3 \left\{ \cos \theta' \frac{S_{m-1} - S_{m+1}}{2} - \frac{m}{R} [R' \cos \theta' + (z - z') \sin \theta'] S_m + \right. \\ \left. + m \cos \theta' \frac{S_{m-1}^I + S_{m+1}^I}{2} \right\}; \tag{8}$$

$$L_{14} = \frac{im^2}{R} \kappa S_m - i\kappa^3 \frac{S_{m-1} + S_{m+1}}{2} R'; \tag{9}$$

$$L_{21} = im \kappa S_m R' \left( \frac{\cos \theta \sin \theta'}{R} - \frac{\cos \theta' \sin \theta}{R'} - \frac{(z - z') \cos \theta' \cos \theta}{RR'} \right); \tag{10}$$

$$L_{22} = \kappa^3 R' \left\{ [(z - z') \cos \theta + R \sin \theta] \frac{S_{m-1}^I + S_{m+1}^I}{2} - R' \sin \theta S_m^I \right\}; \tag{11}$$

$$L_{23} = i\kappa^3 R' \left[ \cos \theta \cos \theta' \frac{S_{m-1} + S_{m+1}}{2} + \sin \theta \sin \theta' S_m \right] - \\ - i\kappa^3 R'_{cp} \left\{ [R \cos \theta - (z - z') \sin \theta] S_m^I - R' \cos \theta \frac{S_{m-1}^I + S_{m+1}^I}{2} \right\} \Big|_{z_1 R_1}^{z_2 R_2}; \tag{12}$$

$$L_{24} = \kappa^3 \left\{ R' \cos \theta \frac{S_{m-1} - S_{m+1}}{2} + m [(z - z') \sin \theta - R \cos \theta] S_m^I + \right. \\ \left. + m \cos \theta R' \frac{S_{m-1}^I + S_{m+1}^I}{2} \right\}; \tag{13}$$

$$L_{31} = -\frac{2}{1 + \kappa^2} L_{13}, \quad L_{32} = -\frac{2}{1 + \kappa^2} L_{14}; \tag{14}$$

$$L_{41} = -\frac{2}{1 + \kappa^2} L_{23}, \quad L_{42} = -\frac{2}{1 + \kappa^2} L_{24}. \tag{15}$$

В формулах для ядер  $z, R, z', R'$  — цилиндрические координаты точек  $p$  и  $q$  соответственно,  $\theta$  и  $\theta'$  — углы между направлением оси  $z$  и вектором внешней нормали к поверхностям  $\Sigma_1$  и  $\Sigma_2$  в точках  $p$  и  $q$  (рис. 1),  $\kappa$  — показатель преломления диэлектрика ( $\kappa = \sqrt{\epsilon}$ ). Функции  $S_m$  и  $S_m^I$  подробно описаны в [4].

Структура матрицы (3) рассматриваемой задачи такова, что она позволяет построить алгоритм на базе двух более простых задач — задачи возбуждения идеально проводящего тела и задачи возбуждения диэлектрического тела, разработанных ранее.

Система интегральных уравнений (1), (2) может быть сведена к системе линейных алгебраических уравнений относительно плотности токов в дискретных точках. Порядок комплексной матрицы равен  $2N_1 + 4N_2$ , где  $N_1$  — число интервалов разбиения на поверхности  $\Sigma_1$ ,  $N_2$  — на поверхности  $\Sigma_2$ . В основу решения системы алгебраических уравнений был положен метод клеточного обращения матрицы, который позволяет при обращении исходной матрицы работать с матрицами меньшего порядка. А это, в свою очередь, дает возможность рассматри-

вать тела больших электрических размеров. Разработанный алгоритм и программа позволяют решать системы комплексных уравнений 180 порядка и рассчитывать тела с длиной образующей  $L$  до  $4-5 \lambda$ .

По вычисленным на ЭВМ эквивалентным поверхностным токам трудно определить электромагнитные поля в любой точке пространства, в том числе и диаграмму рассеяния.

### РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Как видно из предыдущего изложения, алгоритм и вычислительные программы достаточно сложны, поэтому большое внимание было уделено их всесторонней проверке. В качестве тестовой использовалась задача дифракции плоской электромагнитной волны на шаре, покрытом слоем диэлектрика. Она решалась методом собственных функций, а так-

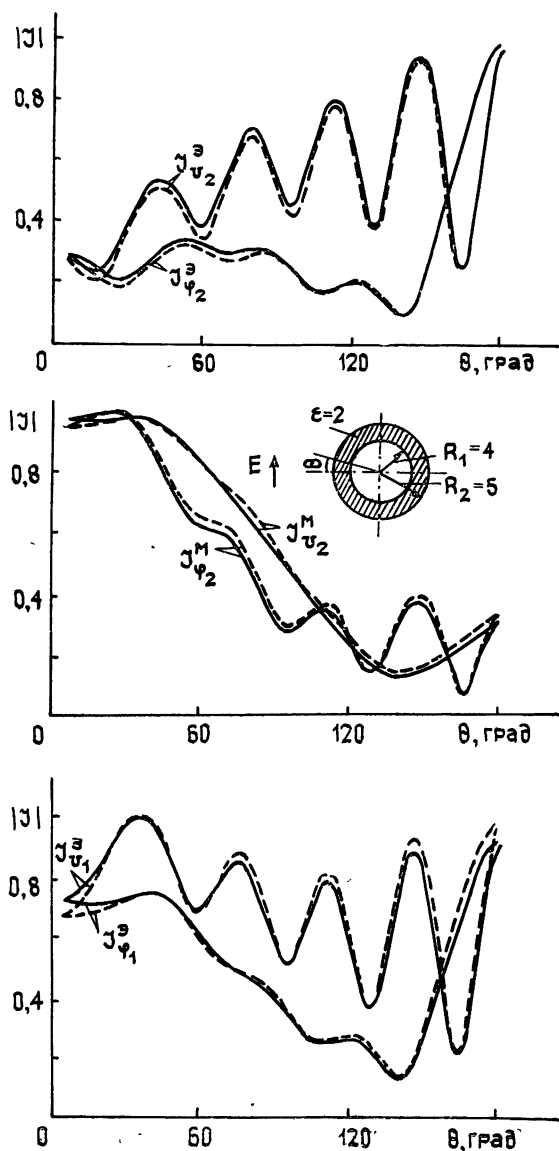


Рис. 2. К определению точности расчетов.

же описанным здесь методом интегральных уравнений. Было просчитано значительное количество вариантов, когда изменялось соотношение радиусов внутренней и внешней сфер, толщина покрытия и его диэлектрическая проницаемость. Результаты расчетов для одного из типичных вариантов приведены на рис. 2. Совпадение результатов, полученных двумя методами, хорошее.

Обратимся теперь к наиболее простому телу вращения — цилиндру, покрытому слоем диэлектрика. Падение волны предполагается осевым. При этом возбуждается единственная азимутальная гармоника  $m = 1$ .

На рис. 3 приведены кривые распределения эквивалентных токов для четырех значений диэлектрической проницаемости слоя  $\epsilon = 2,5; 3; 4; 5$ . Для одного из значений  $\epsilon$  показаны распределения токов на внешней ( $\Sigma_2$ ) и внутренней ( $\Sigma_1$ ) поверхностях, в остальных случаях только для внешней поверхности. Радиус цилиндра  $R = 1,47$ , толщина слоя  $b = 0,4$ .

Распределение токов на регулярной части тела представляет собой наложение падающих и отраженных волн. При этом каждая из волн соответствует поверхностной волне на бесконечном цилиндре тех же размеров. Об этом свидетельствуют значения коэффициентов замедления, а также соотношения амплитуд эквивалентных токов. Действительно, как следует из табл. 1, нормированные амплитуды эквивалентных токов, найденные для поверхностной волны бесконечного цилиндра [5], с удовлетворительной точностью совпадают с амплитудами токов конечного цилиндра. Следует подчеркнуть, что токи на конечном цилиндре определялись по графикам, и поэтому наибольшие расхождения имеют место для тока  $J_{2mv}^M$ , малого по величине.

Таблица 1

	$\epsilon = 2,5$		$\epsilon = 3$		$\epsilon = 4$		$\epsilon = 5$	
	беск. цил.	конечн. цил.	беск. цил.	конечн. цил.	беск. цил.	конечн. цил.	беск. цил.	конечн. цил.
$J_{1mv}^3$	1	1	1	1	1	1	1	1
$J_{1m\varphi}^3$	0,17	0,18	0,19	0,215	0,21	0,24	0,22	0,25
$J_{2mv}^3$	0,71	0,69	0,68	0,685	0,62	0,605	0,56	0,56
$J_{2m\varphi}^3$	0,16	0,16	0,17	0,175	0,17	0,18	0,16	0,18
$J_{2mv}^M$	0,024	0,021	0,006	0,002	0,016	0,02	0,03	0,05
$J_{2m\varphi}^M$	0,18	0,16	0,2	0,2	0,23	0,21	0,24	0,23

Токи на внутренней поверхности цилиндра в основном повторяют токи на внешней поверхности, что и следовало ожидать для поверхностной волны. Коэффициент отражения от торца цилиндра получается значительным и несколько увеличивается с ростом диэлектрической проницаемости слоя  $\epsilon$ . Заметим, что коэффициент отражения на теле со слоем получается выше, чем на диэлектрическом цилиндре того же диаметра и  $\epsilon(0,24$  и  $0,13$  соответственно для  $\epsilon = 2,5, R_1 = 1,318)$  [6].

Амплитуды эквивалентных токов вдоль цилиндра слегка нарастают. Подобное явление наблюдалось и на диэлектрическом цилиндре [6]. Оно связано с биениями поверхностной и падающей плоской волны, что подробно обсуждалось в [6], где этот эффект выражен более ярко.

Картина распределения тока на более коротких телах мало отличается от соответствующих кривых на длинном цилиндре.

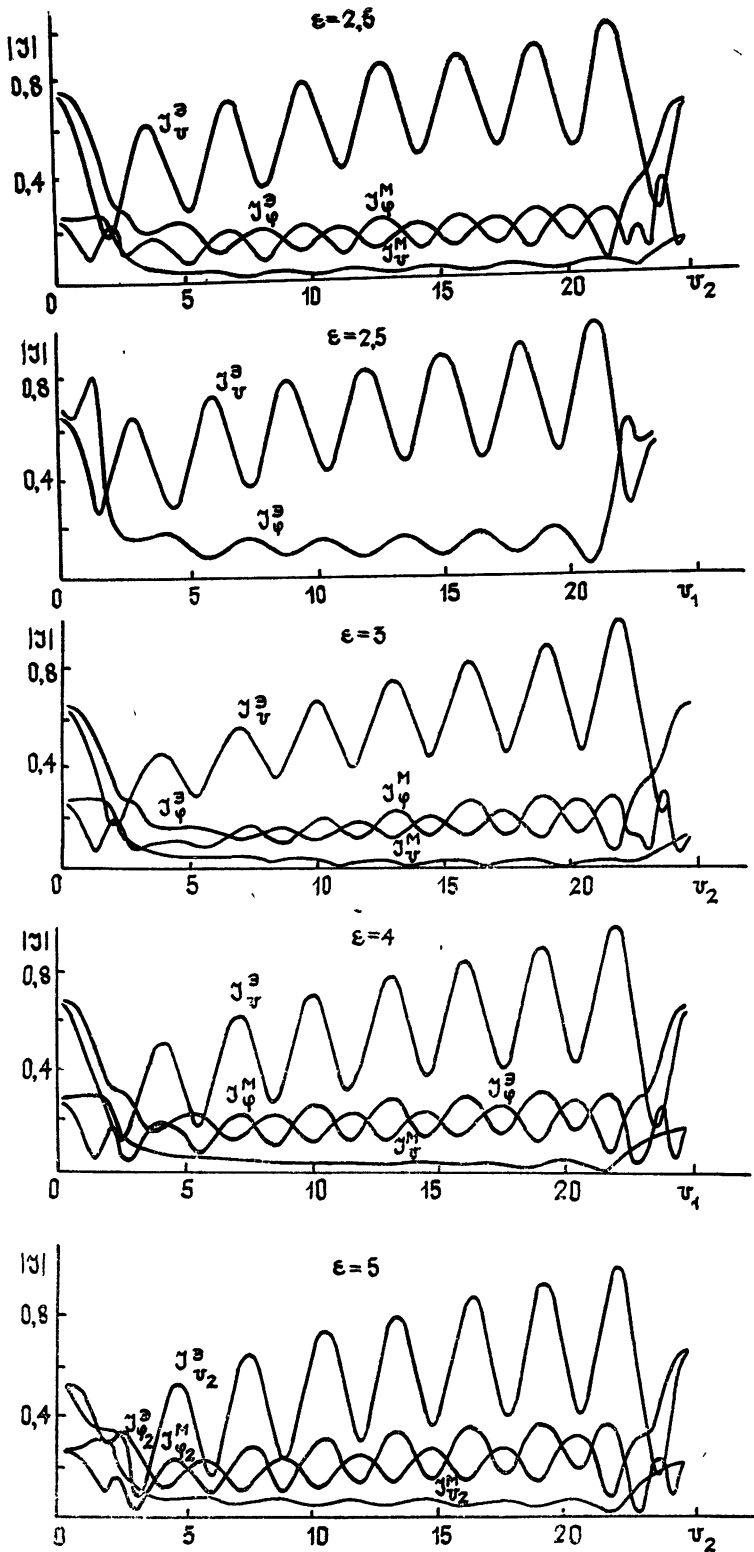


Рис. 3. Распределение эквивалентных электрических и магнитных токов на поверхности диэлектрика и металла ( $R_1 = 1.47$ ;  $b = 0.4$ ).

Увеличение толщины слоя и диэлектрической проницаемости приводит к изменению соотношения амплитуд эквивалентных токов. Однако оно по-прежнему остается таким же, как в поверхностной волне на бесконечном цилиндре. Изменяется коэффициент отражения от торца и частота биений поверхностной и падающей волн (рис. 3, 4).

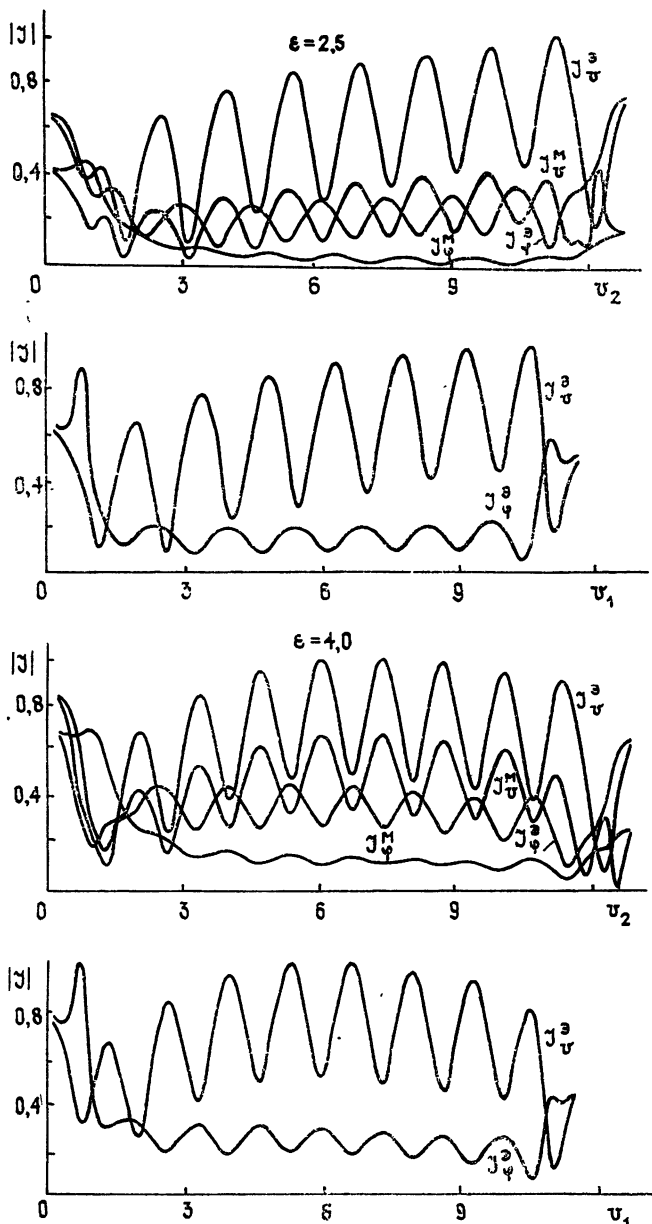


Рис. 4. Распределение эквивалентных электрических и магнитных токов на поверхности диэлектрика ( $R_1 = 1,47$ ;  $b = 0,6$ ).

Диаграммы рассеяния цилиндра со слоем представлены на рис. 5. По характеру они близки к ДН антенн бегущей волны с ярко выраженным максимумом излучения в направлении распространения падающей

волны. Этот результат совершенно естественно вытекает из рассмотренных выше кривых распределения эквивалентных токов. В диаграмме направленности имеется значительный лепесток, обусловленный отраженной волной и характеризующий обратное рассеяние. Последнее увеличивается с ростом  $\epsilon$  (рис. 5).

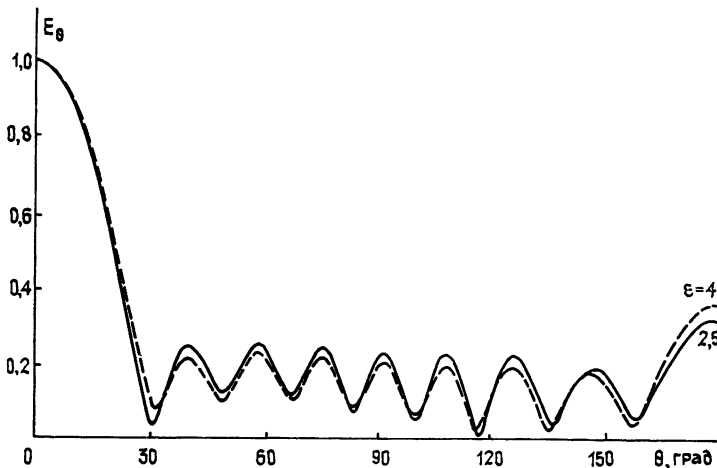


Рис. 5. Диаграммы рассеяния.

Таким образом, физическая картина явлений при дифракции волн на цилиндре, покрытом слоем диэлектрика, получается простой и наглядной, если анализировать ближние поля или эквивалентные токи. В основном они определяются наложением падающих и отраженных поверхностных волн и только вблизи торцов появляются поля более сложной природы. Отметим, наконец, привлекательность используемого здесь метода интегральных уравнений, непосредственным результатом вычислений которого являются именно ближние поля или эквивалентные токи.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Е. Н. Васильев, Л. Б. Материкова, Изв. вузов — Радиофизика, 14, № 8, 1250 (1971).
2. Е. Н. Васильев, Изв. вузов — Радиофизика, 2, № 4, 588 (1959).
3. Е. Н. Васильев, Л. Б. Материкова, ЖТФ, 35, № 10, 1817 (1965).
4. Е. Н. Васильев, ЖВМФ, 5, № 5, 841 (1965).
5. Б. А. Попереченко, НДВШ — Радиотехника и электроника, № 4, 46 (1958).
6. Е. Н. Васильев, З. В. Седельникова, А. Р. Серегина, Радиотехника и электроника, 24, № 4, 674 (1979).

Московский энергетический  
институт

Поступила в редакцию  
19 июня 1979 г.

#### DIFFRACTION OF A PLANE WAVE BY AN IDEALLY CONDUCTING BODY OF REVOLUTION WITH A DIELECTRIC ENVELOPE

*E. N. Vasil'ev, Z. V. Sedel'nikova, A. P. Seregina*

The problem of a plane electromagnetic wave diffraction by an ideally conducting body of revolution covered by a dielectric layer is solved using the method of integral equations. It is reduced to the system of three vector integral equations relative to the electric current on an ideally conducting body and equivalent electric and magnetic currents on a dielectric envelope. The system of equations is solved numerically with the use of the method of the cell matrix reversal. Algorithms and the program permit to reverse the complex matrix of 180-th order. Numerical results refer to a cylinder covered by a dielectric layer. The maximum dimension of the forming dielectric envelope is  $5\lambda$ .