

УДК 517.9

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОЙ МОДЕЛИ ПОГЛОЩАЮЩЕЙ СИСТЕМЫ В ВОЛНОВОДЕ

A. С. Ильинский, А. А. Быков

С помощью метода поперечных сечений производится численное исследование поглощающей системы в плоском волноводе. Исследована система, состоящая из плоскопараллельной пластинки из диэлектрика с $\epsilon = 6,8$ и $\operatorname{tg} \delta = 0,001$, расположенной наклонно между двумя идеально проводящими плоскостями. Приводятся зависимости коэффициентов отражения от частоты, исследуется распределение электрического поля. Кроме того, указаны результаты расчета для пластинки в форме усеченного клина.

Задача построения оконечной поглощающей системы в волноводе, способной работать в области особо высоких мощностей, привлекает в настоящее время большое внимание. Электродинамический аспект этой задачи состоит в построении устройства с заданной частотной зависимостью коэффициента отражения падающей волны. Не менее важно исследовать характер поля в области поглощающей системы, поскольку наличие локальных максимумов электрического поля может привести к пробою, а усиленное выделение тепла в твердых диэлектрических элементах — к механическому разрушению конструкции. Наиболее эффективны в области больших мощностей системы с использованием воды или другой жидкости для поглощения и отвода энергии электромагнитного поля. Высокая диэлектрическая проницаемость воды $\epsilon = 74,0(1,0 + 0,11 i)$ требует принятия специальных мер для согласования незаполненного подводящего волновода с областью, заполненной водой.

Простым и эффективным решением этой задачи является применение плоскопараллельной четвертьвольновой пластинки из диэлектрика, которая может быть расположена вертикально [1] или наклонно. В последнем случае пластинка может быть расположена в отрезке регулярного прямоугольного волновода [2] или в месте сочленения под углом двух отрезков прямоугольных волноводов разного сечения [3].

Для численного решения поставленной задачи применяется прямой проекционный метод [4, 5], который позволяет свести краевую задачу для уравнений Максвелла к краевой задаче для системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Для решения последней применялся сначала стандартный метод «стрельбы» с пошаговой ортогонализацией [6, 7] или, как его иногда называют, метод ортогональной прогонки [8]. Однако особенности матрицы получающейся системы таковы, что стандартный метод не позволяет получить численно ее решение в требуемом диапазоне параметров. Авторами был разработан новый вариант метода ортогональной прогонки, в котором процесс ортогонализации проводится с применением существенно новых идей по сравнению со стандартным методом [2]. Этот метод назван методом направленной ортогонализации. Метод поперечных сечений позволяет рассчитывать волноводы с произвольным диэлектрическим заполнением, поэтому в постановке задачи и изложении метода решения мы не ограничиваемся случаем поглощающей системы. Составленная программа для ЭВМ позволяет рассчитывать распространение волн H_{m0} -типов в плоском волноводе с произвольным диэлектрическим заполнением,

в том числе и дифракцию на однородных телах произвольной формы, и получать коэффициенты отражения и прохождения. Имеется также возможность получать распределение электрического поля в системе.

1. МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Обозначим $E_y(x, z, t) = u(x, z)e^{-i\omega t}$. Пусть слева на систему падает волна единичной амплитуды

$$u_0(x, z) = \exp(i\gamma_1^{(-)} z) \varphi_1(x), \quad (1)$$

где

$$\gamma_m^{(\pm)} = \left(k^2 \epsilon_{\pm} - \left(\frac{\pi m}{a} \right)^2 \right)^{1/2}, \quad \operatorname{Im} \gamma_m > 0,$$

если $\operatorname{Im} \gamma_m = 0$, то $\operatorname{Re} \gamma_m \geq 0$;

$$\varphi_m(x) = \left(\frac{2}{a} \right)^{1/2} \sin \left(\frac{\pi mx}{a} \right),$$

k — волновое число падающей волны. Рассмотрим случай, когда диэлектрическая проницаемость в неоднородном участке $0 < z < z_{\max}$ является произвольной кусочно-непрерывной функцией координат $\epsilon(x, z)$. Краевая задача, получаемая проекционным методом [4, 5], имеет с учетом условий излучения вид

$$\begin{aligned} \frac{d^2 Z_n}{dz^2} + \{ \gamma_n^{(-)} \}^2 Z_n + \sum_{m=1}^N k^2 \epsilon_{mn}(z) Z_m &= 0, \\ \left. \left(\frac{dZ_n}{dz^2} + i \gamma_n^{(-)} Z_n \right) \right|_{z=0} &= 2 i \gamma_n^{(-)} \delta_{nl}, \\ \left. \left(\frac{dZ_n}{dz^2} - i \gamma_n^{(+)} Z_n \right) \right|_{z=z_{\max}} &= 0, \quad n = 1, 2, \dots, N, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\epsilon_{mn}(z) = \int_0^a (\epsilon(x, z) - \epsilon_-) \varphi_m(x) \varphi_n(x) dx.$$

Приближенное значение поля в неоднородной области находится по формуле

$$u^N(x, z) = \sum_{n=1}^N Z_n(z) \varphi_n(x), \quad 0 < z < z_{\max}. \quad (3)$$

Для решения краевой задачи (2) используется метод направленной ортогонализации [2]. Сформулируем этот метод для общего случая краевой задачи

$$\frac{dY}{dz} = S(z) Y + F(z); \quad (4)$$

$$BY(0) = b; \quad (5)$$

$$DY(z_{\max}) = d. \quad (6)$$

Размерности векторов — $Y(l)$, $F(l)$, $b(l-r)$, $d(r)$; матриц — $S(l \times l)$, $B((l-r) \times l)$, $D(r \times l)$. Введем систему векторов $Y^{(0)}(z)$, $Y^{(1)}(z)$, ..., $Y^{(r)}(z)$ и матрицу $Y = (Y^{(1)}, Y^{(2)}, \dots, Y^{(r)})$. Зависимость этих векторов от z описывается следующим образом. $Y^{(0)}(0)$ — произвольное решение уравнения (5), $Y^{(1)}(0), \dots, Y^{(r)}(0)$ — произвольная система r линейно-независимых решений уравнения $BY = 0$. Отрезок $0 < z <$

$< z_{\max}$ разделим на M частей точками z_j , так что $0 = z_0 < z_1 < z_2 < \dots < z_M = z_{\max}$. На открытых интервалах (z_{j-1}, z_j) зависимость $\mathbf{Y}^{(0)}(z)$ описывается уравнением (4), а для остальных векторов $\mathbf{Y}^{(m)}$ — уравнениями

$$\frac{d\mathbf{Y}}{dz} = S(z)\mathbf{Y}. \quad (7)$$

В точках z_j производится линейное невырожденное преобразование $\mathbf{Y}^{(m)}$ по формуле

$$\mathbf{Y}(z_j + 0) = \mathbf{Y}(z_j - 0)H_j; \quad (8)$$

$$\mathbf{Y}^{(0)}(z_j + 0) = \mathbf{Y}^{(0)}(z_j - 0) - \mathbf{Y}(z_j + 0)\chi. \quad (9)$$

Выбор матрицы $H(r \times r)$ и вектора $\chi(r)$ определяет метод ортогональной прогонки. В стандартном его варианте H строится в процессе ортогонализации матрицы $\mathbf{Y}(z_j - 0)$ методом Грама — Шмидта. Рассмотрим метод направленной ортогонализации. В точке z_j определим все собственные значения $\lambda_m = \alpha_m + i\beta_m$ и собственные векторы $\mathcal{E}^{(m)}$ матрицы S . Разделим их на две группы:

$$S\mathcal{E}^{(n),+} = \lambda_n^+ \mathcal{E}^{(n),+}, \quad n = 1, 2, \dots, r;$$

$$S\mathcal{E}^{(n),-} = \lambda_n^- \mathcal{E}^{(n),-}, \quad n = r + 1, \dots, l.$$

При этом считаем, что собственные векторы упорядочены так, что $\alpha_{m-1} \geq \alpha_m$. Обозначим

$$\mathcal{E}^+ = (\mathcal{E}^{(1),+}, \dots, \mathcal{E}^{(r),+}),$$

$$\mathcal{E}^- = (\mathcal{E}^{(r+1),-}, \dots, \mathcal{E}^{(l),-}).$$

Разложим \mathbf{Y} и $\mathbf{Y}^{(0)}$ по системе $(\mathcal{E}^+, \mathcal{E}^-)$:

$$\mathbf{Y}(z_j - 0) = \mathcal{E}^+ A^+ + \mathcal{E}^- A^-,$$

$$\mathbf{Y}^{(0)}(z_j - 0) = \mathcal{E}^+ A_0^+ + \mathcal{E}^- A_0^-.$$

Матрица H выбирается следующим образом:

$$H = (A^+)^{-1}. \quad (10a)$$

Если более простые граничные условия заданы на правом конце, то определение системы $\{\mathbf{Y}^{(m)}\}$ идет справа налево; тогда нужно положить

$$H = (A^-)^{-1}. \quad (10b)$$

Вектор $\mathbf{Y}^{(0)}$ преобразуется соответственно по правилу

$$\mathbf{Y}^{(0)}(z_j + 0) = \mathbf{Y}^{(0)}(z_j - 0) - \mathbf{Y}(z_j + 0)A_0^+; \quad (11a)$$

$$\mathbf{Y}^{(0)}(z_j - 0) = \mathbf{Y}^{(0)}(z_j + 0) - \mathbf{Y}(z_j - 0)A_0^-. \quad (11b)$$

Случай (б) встречается, когда на правом конце $z = z_{\max}$ поставлены более простые краевые условия и прогонку удобнее начинать именно с этого конца, как это имеет место для задачи (2). Окончательно получим

$$\mathbf{Y}(z_j + 0) = \mathcal{E}^+ + \mathcal{E}^- A^-(A^+)^{-1}; \quad (12a)$$

$$\mathbf{Y}(z_j - 0) = \mathcal{E}^+ A^+(A^-)^{-1} + \mathcal{E}^-. \quad (12b)$$

После того, как $\mathbf{Y}^{(m)}(z)$ получены на всем интервале $0 \leq z \leq z_{\max}$, производится определение решения задачи (4) по формуле

$$Y(z) = Y^{(0)}(z) + Y(z) \mathbf{C}(z). \quad (13)$$

Свойства коэффициентов $\mathbf{C}(z)$, которые используются при их нахождении, таковы:

$$D [Y^{(0)}(z_{\max}) + Y(z_{\max}) \mathbf{C}(z_{\max})] = d; \quad (14)$$

$$\begin{aligned} Y^{(0)}(z_j - 0) + Y(z_j - 0) \mathbf{C}(z_j - 0) = \\ = Y^{(0)}(z_j + 0) + Y(z_j + 0) \mathbf{C}(z_j + 0); \end{aligned} \quad (15)$$

на всех открытых интервалах $z_{j-1} < z < z_j$ эти коэффициенты постоянны. Численный эксперимент показывает высокую эффективность метода для задачи дифракции волн в волноводе.

2. ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПОГЛОЩАЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

В настоящей работе принята следующая модель поглощающей системы (она присутствует на рис. 1—6). В плоском волноводе $0 < x < a$, $-\infty < y < \infty$, $-\infty < z < \infty$ (зависимость от y отсутствует) наклонно помещена однородная плоскокапаралльная пластинка с диэлектрической проницаемостью ϵ_n . Среда слева от пластинки имеет $\epsilon = \epsilon_-$, а справа $\epsilon = \epsilon_+$. Толщина пластинки d , угол наклона к оси z равен α . Таким образом,

$$\epsilon(x, z) = \begin{cases} \epsilon_- & \text{при } z \operatorname{tg} \alpha < x < a \\ \epsilon_n & \text{при } z \operatorname{tg} \alpha - \frac{d}{\cos \alpha} < x < z \operatorname{tg} \alpha, \\ \epsilon_+ & \text{при } 0 < x < z \operatorname{tg} \alpha - \frac{d}{\cos \alpha} \end{cases}$$

где ϵ_+ , ϵ_n , ϵ_- — комплексные постоянные, $\operatorname{Im} \epsilon \geqslant 0$. Первичная волна типа H_{10} , в которой $\mathbf{E} = \mathbf{n}_y E_y$, падает на систему слева. Значения ди-

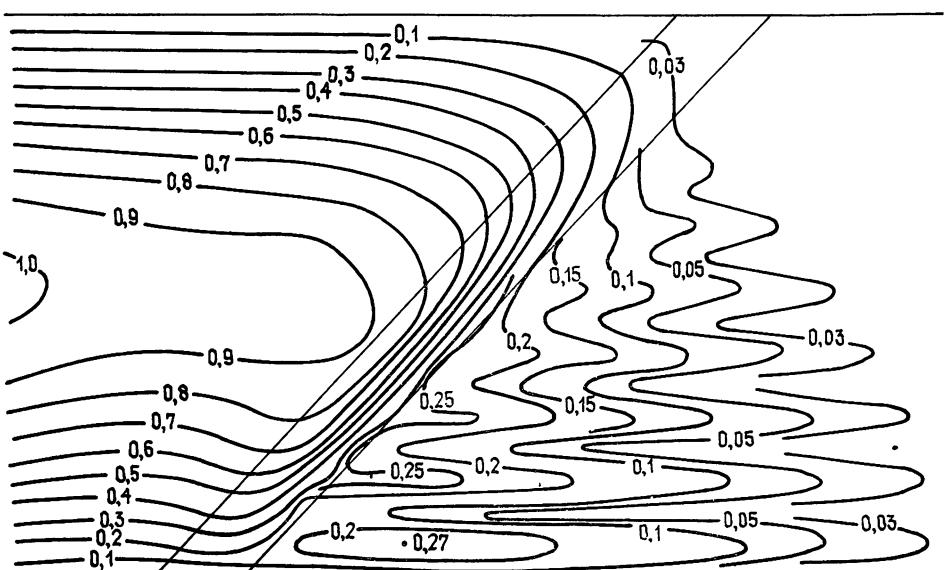


Рис. 1.

электрических проницаемостей таковы: $\epsilon_- = 1,0 + 0,0i$; $\epsilon_+ = 74,0 \times (1,0 + 0,11i)$; $\epsilon_n = 6,8 (1,0 + 0,001i)$. Границы раздела различных сред обозначим C_1 (правая) и C_2 (левая). Область правее C_1 назовем D_0 . Поведение поля в области D_0 имеет для данной системы характерные особенности. Рассмотрим случай, когда система возбуждается волной H_{10} . Для задания частоты введем параметр $\kappa = ka/2\pi$. Коэффициенты отражения $R_n^{(N)}(\kappa)$ и прохождения $T_n^{(N)}(\kappa)$ волн типа H_{m0} , возникающих при падении волны H_{10} , можно определить после решения задачи (2) по формулам

$$R_n^{(N)} = Z_n|_{z=0} - \delta_{nl}, \quad T_n^{(N)} = Z_n|_{z=z_{\max}}, \quad l = 1.$$

Вместо $R_1^{(N)}$ будем писать просто R .

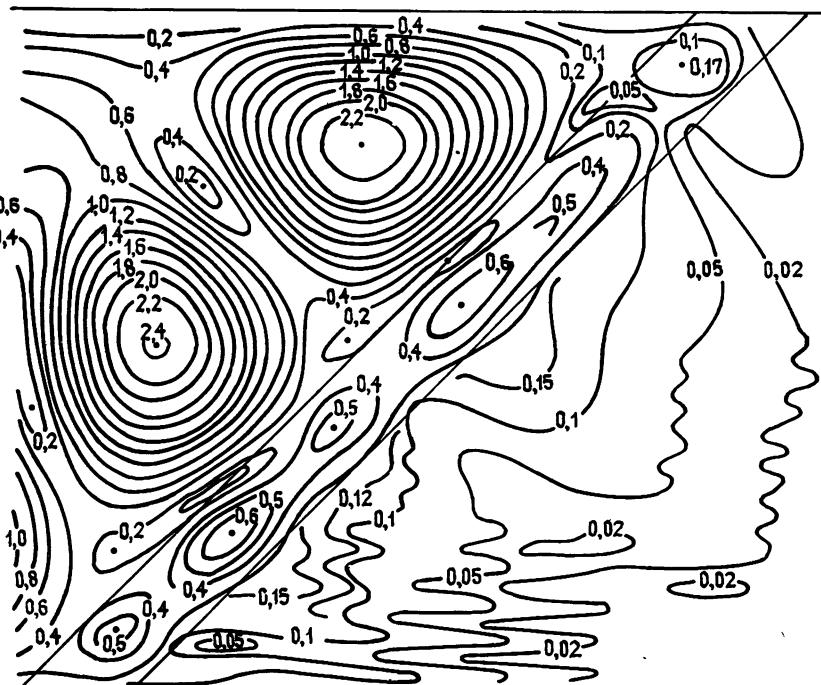


Рис. 2.

В одноволновом режиме входного волновода можно предложить модель, достаточно точно количественно объясняющую поведение поля в системе и зависимость $R(\kappa)$. Такая модель рассматривалась ранее [9, 10], где с ее помощью была исследована зависимость $R(\kappa)$ в аналогичной системе. Для нас она будет служить лишь в целях интерпретации получаемых проекционным методом точных результатов. Падающую волну u_0 разложим на две компоненты — плоские волны:

$$u_0 = W_1 + W_2; \quad (16)$$

$$W_1 = -\frac{i}{\sqrt{2a}} \exp(i\gamma_1^{(-)} z) \exp(i\pi x/a); \quad (17)$$

$$W_2 = \frac{i}{\sqrt{2a}} \exp(i\gamma_1^{(-)} z) \exp(-i\pi x/a). \quad (18)$$

Волна W_1 распространяется под острым углом $\operatorname{arctg}(\pi/a\gamma_1^{(-)})$ к оси z ; пластиинка также наклонена под острым углом α , поэтому в одноволновом режиме $0.5 < x < 1.0$ W_1 будет скользить вдоль C_2 и ее вклад в преломленное поле невелик. Напротив, угол падения W_2 на C_2 , отсчитываемый от нормали к C_2 , равен

$$\Theta = \frac{\pi}{2} - \alpha - \operatorname{arctg} \frac{1}{2\sqrt{x^2 - 1/4}}$$

и в указанной области частот будет мал. Например, при $\alpha = 45^\circ$ будет $|\Theta_1| \leq \pi/12$ при $0.6 < x < 1.0$. Углы преломления волны W_2 в области между C_2 и $C_1(\Theta_2)$ и в области D_0 будут еще меньше из-за большего показателя преломления этих сред. Поэтому с высокой степенью точности можно считать, что в области D_0 волна W_2 распространяется под углом $\Theta_3 = -\pi/2 + \alpha$ к оси z . Поле первичной волны без учета границы $x=0$ в области D_0 будет иметь вид $A_0 \exp(ik\sqrt{\epsilon_+}(z \sin \alpha - x \cos \alpha))$. Учитывая отражение от этой границы, получим следующее выражение для поля в области D_0 :

$$u(x, z) = A_0 \exp(ik\sqrt{\epsilon_+}(z \sin \alpha - x \cos \alpha)) - \\ - A_0 \exp(ik\sqrt{\epsilon_+}(z \sin \alpha + x \cos \alpha)), \quad (19)$$

причем $\sqrt{\epsilon_+}$ лежит в первой четверти комплексной плоскости. Учитывать отражение от границы $x=a$ уже не имеет смысла, поскольку плоская волна в области D_0 быстро затухает из-за высокой величины $\operatorname{Im} \epsilon_+$. Если же $\operatorname{Im} \epsilon_+ = 0$, то поле в D_0 будет представлено рядом членов вида (19). Зависимость $R(x)$ в такой модели будет близка к зависимости коэффициента отражения волны W_2 , падающей на слоистое полупространство, в котором границы раздела слоев проходят по отрезкам C_1 и C_2 .

Сравним результаты, даваемые такой моделью, с точными результатами численного эксперимента. На рис. 1 показаны линии равного уровня величины $u(x, z)$ для случая $x = 0.75$, $d = 0.125$, $\alpha = 45^\circ$ при стандартных значениях ϵ . Две наклонные параллельные линии — это границы C_1 и C_2 . Рис. 1 соответствует значению x , для которого при указанных α и d выполняется условие $\min_x R(x, \alpha, d)$, что дает минимальный коэффициент $R_0 = 0.029$. Проверка выполнения соотношения (19) показала, что оно выполняется с высокой точностью в D_0 . Интересно, что поле на границе C_2 лишь слабо отличается от поля исходной волны u_0 , что связано с небольшим значением R . Для других случаев, когда R не столь мало, это свойство, конечно, нарушается. Соотношение (19) несколько нарушается вблизи границы C_1 , где волна, отраженная от поверхности $x = 0$, имеет убывающую амплитуду, а также в узкой полоске вблизи границы $x = a$, где отсутствует преломленная волна W_2 . Такой же вид, как и на рис. 1, имеет поле в D_0 в широком диапазоне параметров: $30^\circ < \alpha < 70^\circ$; $0 < d < 0.4$; $0.6 < x < 1.0$. При $\alpha < 30^\circ$ соотношение (19) нарушается из-за наличия многократно отраженных волн в области D_0 . При $\alpha > 70^\circ$ интерференционная картина не наблюдается из-за погодного падения преломленной волны на нижнюю границу волновода. При $x > 1.0$ совместное действие W_1 и W_2 приводит к усложнению поля. Например, при $x = 1.6$ общее число локальных максимумов поля измеряется десятками, а структура поля характеризуется наличием искривленных оврагов (рис. 2, $\alpha = 45^\circ$, $d = 0.125$, $x = 1.6$; значения ϵ те же).

Следующий вопрос — влияние мнимой составляющей ϵ_+ на характер поля. Численный эксперимент показывает, что если $\text{Im } \epsilon_+ = 0$, то значение R в одноволновом режиме входного волновода несколько меньше, чем если $\text{Im } \epsilon_+ = 8,15$, разница составляет 0,01—0,05 на разных частотах. Например, при $\alpha = 45^\circ$, $d = 0,125$, $x = 0,9$, $\epsilon_+ = 74,0$ получилось $R = 0,199$, а при стандартном значении ϵ_+ $R = 0,213$. Продольные холмы в D_0 имеют большую величину и тянутся на значительное расстояние вдоль оси z , в остальном картина поля та же, что и на рис. 1.

Амплитуда поля на пластинке определяет максимально допустимый уровень поглощаемой мощности. Поведение поля в области между C_1 и C_2 для данной поглощающей системы зависит от того, больше частота падающей волны, чем значение ϵ , для которого выполняется условие $\text{plip } R(x, \alpha, d)$, или меньше. Частоту x , для которой $R(x, \alpha, d)$

имеет минимальное значение при фиксированных α и d , назовем резонансной. На резонансной частоте, как видно из рис. 1, поле на пластинке достигает амплитуды падающей волны, но максимальное значение достигается на C_2 . Ниже резонансной частоты поле снижается, например, при $x = 0,65$ $u_{\max} = 0,8$, максимум поля расположен на границе C_2 . При удалении от C_2 поле на пластинке быстро убывает, поэтому выход частоты вниз за пределы полосы согласования не опасен. Напротив, если x больше резонансного значения, локальный максимум располагается между C_1 и C_2 , что приводит к увеличению теплового нагрева пластинки. Например, при $x = 0,9$ величина $|u|$ на пластинке достигает значения 1,01 в точке, лежащей между C_1 и C_2 .

Отвлечемся от концепции плоской волны и обратимся к представлению поля в неоднородной области в виде (3). Рис. 1 показывает, что в исследуемой системе происходит интенсивная трансформация энергии падающей волны H_{10} в более высокие гармоники H_{m0} . В результате этого процесса в сечении $z = z_{\max}$ амплитуда волны H_{10} оказывается пре-небрежимо малой по сравнению с остальными. Подавляется не только H_{10} , но и все волны низших типов, поле определяется в основном двумя-тремя нормальными волнами с высокими номерами. Для примера в табл. 1 приведены значения коэффициентов $R_m^{(N)}$ и $T_m^{(N)}$ для случая $\alpha = 45^\circ$, $d = 0,125$, $x = 0,75$ при стандартных значениях ϵ . Видно, что значения $T_m^{(N)}$ при $m = 8, 9, 10$ примерно на порядок превосходят остальные коэффициенты. Это подтверждает представление (19) для поля в области D_0 . В самом деле, из (19) видно, что поле в сечении $z = z_{\max}$ должно образовываться из волн H_{m0} , индекс которых должен определяться формулой

$$m = E [2x \sqrt{\text{Re } \epsilon_+} \cos \alpha]. \quad (20)$$

Для случая с указанными выше параметрами из (20) получим $m = 9$, что в точности соответствует величине $T_m^{(N)}$, приведенной в табл. 1. Примечательно, что область действия соотношения (20) шире, чем для (19). При $x > 1,0$ (19) нарушается, но (20) остается справедливым и в этом случае, но большое значение имеют не 2—3, как при $x < 1,0$, а большее количество коэффициентов T_m . Для иллюстрации приведена табл. 2, в которой представлены значения $R_m^{(N)}$ и $T_m^{(N)}$ при $N = 26$ и следую-

Таблица 1

m	R_m	T_m
1	0,036053	0,000116
2	0,059447	0,000297
3	0,015014	0,000354
4	0,006201	0,000552
5	0,003041	0,001111
6	0,001645	0,001000
7	0,000951	0,002581
8	0,000579	0,032738
9	0,000368	0,047912
10	0,000243	0,014113
11	0,000166	0,002063
12	0,000116	0,000523
13	0,000084	0,000162
14	0,000062	0,000056
15	0,000046	0,000027

ших параметрах системы: $\alpha = 45^\circ$; $d = 0,125$; $\kappa = 1,6$ и стандартных значениях ϵ . Соотношение (20) служит и для определения N , достаточного для получения точного результата: при $N > 2\kappa\sqrt{\text{Re}\epsilon_+} \cos\alpha$ значение $R_m^{(N)}$ будет близко к соответствующему точному значению R_m . Такая большая роль высших типов волн для поглощающей системы ранее не была отмечена.

Таблица 2

m	R_m	T_m	m	R_m	T_m
1	0,5728568	0,0000028	14	0,0005964	0,0034520
2	0,2604255	0,0000123	15	0,0004502	0,0058881
3	0,6321655	0,0000058	16	0,0003463	0,0049628
4	0,1062311	0,0000354	17	0,0002706	0,0072624
5	0,0392923	0,0000318	18	0,0002146	0,0105423
6	0,9190195	0,0000638	19	0,0001723	0,0063623
7	0,0102338	0,0001049	20	0,0001400	0,0008372
8	0,0059300	0,0001047	21	0,0001148	0,0074215
9	0,0036521	0,0002047	22	0,0000951	0,0040569
10	0,0022664	0,0003036	23	0,0000795	0,0025959
11	0,0015993	0,004105	24	0,0000668	0,0013729
12	0,0011195	0,0007565	25	0,0000567	0,0005381
13	0,0008070	0,0015307	26	0,0000483	0,0002094

Рассмотрим теперь выбор параметров поглощающей системы. Зададим полосу частот $\kappa_1 < \kappa < \kappa_2$ и максимально допустимый уровень отраженной волны $H_{10} = R_{\max}$. По этим данным нужно определить α и d , причем угол α должен иметь максимально возможное значение. Резонансную частоту системы обозначим κ_0 . В модели плоских волн голдина d должна быть равна

$$d_0^{(1)}(\kappa_0, \alpha) = (4\kappa_0(\text{Re}\epsilon_n)^{1/2})^{-1}.$$

Значение d , полученное в численном эксперименте, обозначим $d_0^{(2)}(\kappa_0, \alpha)$. Оказалось, что при $\alpha = 45^\circ$ разница $d_0^{(1)}(\kappa, \alpha) - d_0^{(2)}(\kappa, \alpha) > 0$ и в диапазоне $0,5 < \kappa < 1,0$ составляет от 2 до 5%; эта разница максимальна при $\kappa = 0,65$. Наличие такой разницы связано с углом наклона пластинки, при $\alpha \rightarrow 90^\circ$ разница исчезает. Это отличие не связано с углом падения волны W_2 на C_2 — это эффект, обусловленный наличием стенок волновода. Для расчета может оказаться полезной зависимость

$$R_0(\kappa_0, \alpha, d_0^{(2)}(\kappa_0, \alpha)),$$

это минимально возможный коэффициент отражения при заданных α и κ_0 , при оптимальном выборе d . Эта зависимость приведена на рис. 3.

Рассмотрим выбор угла α . Обозначим относительную ширину основной полосы поглощения на уровне ρ через $\xi(\rho)$:

$$\xi(\rho) = \frac{\kappa_2(\rho) - \kappa_1(\rho)}{\kappa_0}, \quad (21)$$

где κ_0 — резонансная частота, на которой $R(\kappa_0, \alpha, d) = \min_x R(x, \alpha, d)$; κ_1 и κ_2 — два наименьших корня уравнения $R(x, \alpha, d) = \rho$ при $\alpha = \text{const}$, $d = \text{const}$. Зависимости $\xi(\rho)$ при $d = 0,125$ и различных углах α приведены на рис. 4. Из этого рисунка видно, что чем меньше заданное R_{\max} и шире диапазон $\kappa_2 - \kappa_1$, тем более пологой должна быть пластина.

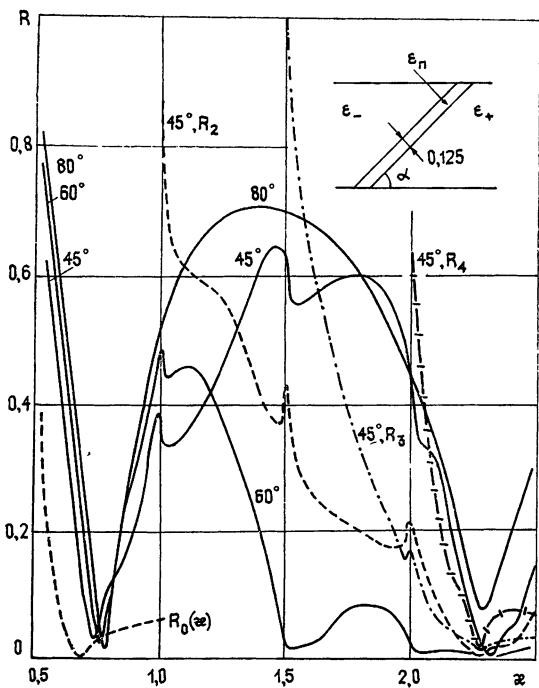


Рис. 3.

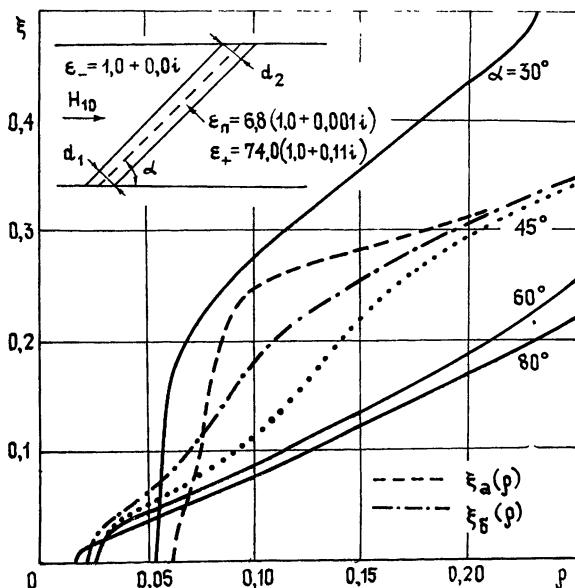


Рис. 4.

Рассмотрим зависимость $R(x)$ в более широком диапазоне частот (рис. 3) для углов $\alpha = 45, 60, 80^\circ$. Уже при $x = 1,0$ монотонность кривой $R(x)$ нарушается для $\alpha = 60^\circ$ и $\alpha = 45^\circ$, а при больших α кривые характеризуются провалами и наличием максимумов. Главные минимумы, определяемые условиями $d = d_0(x)$, $d = 3d_0(x)$ и т. д., сохраняются, они также могут быть использованы для согласования в области больших частот (многоволновом режиме).

Если отказаться от требования плоскопараллельности и допустить возможность использования клиновидных пластинок (C_1 и C_2 — отрезки, но C_1 не параллельно C_2), то открываются новые возможности оптимизации данной системы. Будем считать, что α — среднее арифметическое углов наклона границ C_1 и C_2 . Используя короткие пластинки (т. е. большие α), можно получить столь же широкую полосу частот, как и при использовании более длинной плоскопараллельной пластиинки. Обозначим толщину нижнего конца клиновидной пластиинки d_1 , верхнего — d_2 . Были просчитаны следующие случаи: а) $d_1 = 0,100$, $d_2 = 0,125$. б) $d_1 = 0,110$, $d_2 = 0,125$ (значения ϵ — те же), при среднем угле наклона 45° . Соответствующие зависимости относительной ширины полосы пропускания $\xi_a(\rho)$ и $\xi_b(\rho)$ представлены на рис. 4. Из сопоставления кривых $\xi_a(\rho)$ и $\xi_b(\rho)$ при $\alpha = 30^\circ$ видно, что использование клиновидной пластиинки при $\alpha = 45^\circ$ эквивалентно плоскопараллельной пластиинке при $\alpha = 30^\circ$; длина же последней в 1,4 раза больше. Более узкая часть пластиинки должна быть смешена в сторону, откуда падает первичная волна. При этом наличие раствора границ C_1 и C_2 приводит к тому, что поле распространяется практически по всей длине пластиинки, достигая областей, прилегающих к верхней стенке волновода. Для примера приведен рис. 5, где $d_1 = 0,110$; $d_2 = 0,125$; $\alpha = 45^\circ$; $x = 0,85$, при этом $R = 0,081$. Видно, что по сравнению с рис. 1 поле занимает большую часть области между C_1 и C_2 .

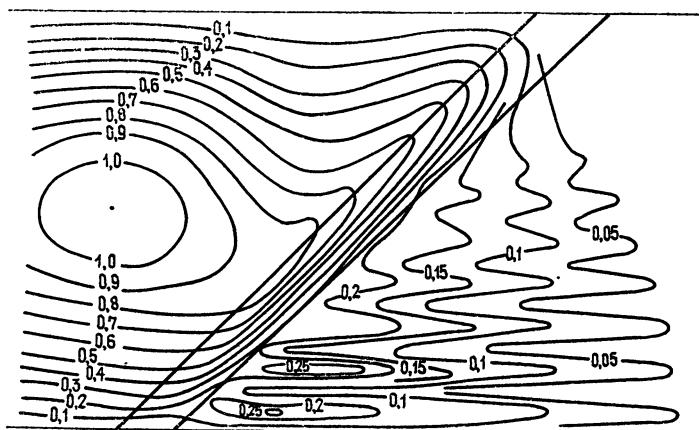


Рис. 5.

Поглощающие системы в волноводе могут быть построены с использованием твердых диэлектриков с высокой мнимой частью ϵ , например, $\epsilon_+ = 25,0 (1,0 + 0,1i)$. Приведем семейство зависимостей $R(x)$ при $\alpha = 45^\circ$, $\epsilon_+ = 2,55 + 0i$ и трех значениях толщины: $d = 0,21$; $d = 0,27$; $d = 0,33$. Для $d = 0,21$ и $0,27$ представлены также зависимости $R_2(x)$. Характер поля в такой системе качественно не отличается от представленного на рис. 1, выполняется и соотношение (20). Имеется возможность оптимизации с использованием клиновидной согласующей пластиинки.

Приведенные результаты показывают, что метод поперечных сечений, соединенный с методом направленной ортогонализации, очень удобен для задач дифракции электромагнитных волн в волноводах. Большшим преимуществом этого метода является его общность, т. е. возможность исследовать волноводы с переменным сечением и произвольным неоднородным заполнением [11]. Вместе с тем, метод требует весьма большого времени работы ЭВМ. Время, затраченное на получение результатов, представленных на рис. 1—6, превышает 200 часов на машине БЭСМ-6. Время счета в малой степени зависит от формы границ

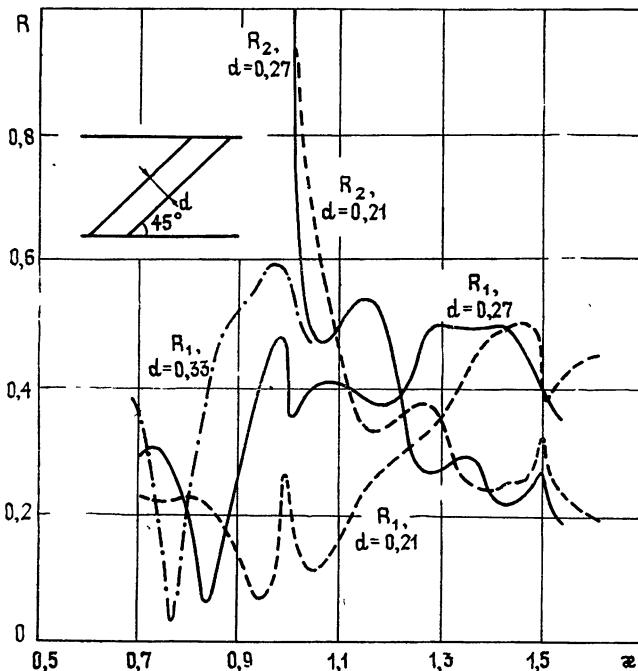


Рис. 6.

раздела сред с разными ϵ и определяется в основном длиной неоднородности, волновым числом и максимальным значением $\epsilon(x, z)$. Заметим, что практически без дополнительных вычислений можно получить не только коэффициенты отражения и прохождения, но и электрическое поле в неоднородной области, что позволяет во многих случаях найти пути оптимизации СВЧ элементов. Другие методы (интегральных уравнений, полуобращения) этим свойством не обладают. Практически все приведенные результаты не могут быть получены каким-либо другим методом, а также методом поперечных сечений без применения направленной ортогонализации.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Ч. Ким, Е. И. Нefедов, Е. И. Попов, в кн. Радиотехника, Харьков, вып 21, 1972, с. 170.
2. А. С. Ильинский, А. А. Быков, в кн. Численные методы в электродинамике, М., вып 1, 1976, с. 3.
3. О. К. Ильинская, А. А. Кириленко, Л. А. Рудь, Радиотехника и электроника, 23, № 1, 41 (1978).
4. А. Г. Свешников, ЖВММФ, 3, № 1, 170 (1963).
5. А. Г. Свешников, ЖВММФ, 3, № 2, 314 (1963).

6. С. К. Годунов, УМН, 16, № 3, 171 (1961).
7. M. Scott, N. Watts, SIAM J. Numer. Anal., 14, № 1, 40 (1977).
8. Н. С. Бахвалов, Численные методы, М., 1976.
9. О. К Ильинская, Г. И. Веселов, Радиотехника и электроника, 20, № 11, 2272 (1975)
- 10 S C Kashyap, IEEE Trans, MTT-23, № 2, 257 (1975)
- 11 А С Ильинский, А Г. Свешников, ЖВММФ, 8, № 2, 363 (1968)

Московский государственный
университет

Поступила в редакцию
4 июня 1979 г.

NUMERICAL INVESTIGATION OF ONE MODEL OF AN ABSORBING SYSTEM
IN THE WAVEGUIDE

A S Il'inskij, A A Bykov

By the method of transverse sections a numerical investigation of the absorbing system in a plane waveguide is carried out. A system consisting of a plane-parallel plate made of a dielectric with $\epsilon = 6,8$ and $\operatorname{tg} \delta = 0,001$ located slopely between two ideally conducting planes is studied. The dependence of reflection coefficients on the frequency is given, the distribution of the electric field is investigated. Besides, calculation results are specified for a plate in the form of trancated wedge.

.