

УДК 538.574.6

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ НА ОГРАНИЧЕННОЙ ЛЕНТОЧНОЙ РЕШЕТКЕ

Л. Н. Литвиненко, С. Л. Просвирнин, И. И. Резник

Получено приближенное решение двумерной задачи дифракции электромагнитных волн на ограниченной по числу лент решетке. Основу метода составляет алгоритм решения задачи дифракции волнового пучка на бесконечной решетке. Результаты приближенного решения сравниваются с известными экспериментальными и теоретическими данными.

1. Как известно, ленточные дифракционные решетки нашли широкое применение в различных квазиоптических устройствах. В ряде случаев размеры решетки могут быть меньше ширины падающего на нее волнового пучка. Поэтому представляет определенный интерес решение задачи дифракции на ограниченной решетке. Здесь будет рассмотрено приближенное решение двумерной задачи дифракции, т. е. мы будем предполагать, что в направлении, совпадающем с направлением лент, решетка безгранична и падающее на нее поле однородно. В поперечном направлении решетка ограничена, а фаза и амплитуда падающего на нее поля может быть функцией координаты.

Следует заметить, что в настоящее время существует строгое решение задачи о дифракции на ограниченной по числу лент решетке [1]. Решение найдено в виде интегрального уравнения Фредгольма второго рода относительно амплитуды Фурье рассеянного поля. Интегральный оператор уравнения становится сложнее с возрастанием числа лент решетки, однако, если ее размер мал по сравнению с длиной волны, оператор имеет малую норму. Если же размер решетки соизмерим или значительно превосходит длину волны, возникают существенные трудности в получении решения уравнения даже при использовании современных вычислительных машин.

Очевидно, что поле вблизи решетки, имеющей большие размеры по сравнению с длиной волны, мало отличается от поля вблизи бесконечной решетки. Для решения задачи о дифракции волн на бесконечной решетке разработан алгоритм, позволяющий найти решение при любых практически важных соотношениях между периодом решетки l и длиной волны λ . Используя это обстоятельство и эффективные алгоритмы, разработанные для решения задачи о дифракции волн на бесконечной решетке, удастся получить достаточно точный для практических целей и сравнительно простой алгоритм решения задачи дифракции на ограниченной решетке.

2. Результаты теоретического и экспериментального исследования взаимодействия между возбужденной падающей волной и невозбужденной частями бесконечной решетки [2] свидетельствуют о том, что оно в определенном смысле мало и требует учета только вблизи частот скольжения. Поэтому для приближенного определения характеристик рассеяния ограниченной по числу лент решетки можно использовать алгоритм решения задачи дифракции волнового пучка на бесконечной решетке [3].

Введем бесконечно тонкий плоский пространственный фильтр со

следующими свойствами: в полосе шириной $2D$ электромагнитное поле любой структуры проходит без изменений, во всей остальной плоскости он представляет собой идеальный неотражающий экран. Пусть на фильтр, расположенный в плоскости XOY так, что полоса пропускания параллельна оси OX и начало координат размещается посередине полосы, из полупространства $z > 0$ падает пучок электромагнитных волн

$$\psi_0(y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} q(\xi) e^{ik[\xi y - \gamma(\xi)z]} d\xi,$$

где $q(\xi)$ — амплитуда Фурье поля пучка, $k = 2\pi/\lambda$, $\gamma(\xi) = \sqrt{1 - \xi^2}$. Функция $\psi_0(y, z)$ представляет собой E_x - или H_x -компоненту электромагнитного поля пучка соответственно для случая E -поляризации или H -поляризации. Для простоты мы будем рассматривать лишь эти два случая поляризации электромагнитного поля. Прошедшее через фильтр поле

$$\psi(y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} b(\xi) e^{ik[\xi y - \gamma(\xi)z]} d\xi$$

имеет амплитуду Фурье

$$b(\xi) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} q(\eta) \frac{\sin kD(\xi - \eta)}{\xi - \eta} d\eta.$$

Закроем бесконечную решетку со стороны падающего поля пространственным фильтром так, чтобы ленты в полосе пропускания были параллельны и симметричны относительно ее краев, а края полосы пропускания располагались в щелях решетки. Для простоты ограничимся случаем дифракции наклонно падающей плоской электромагнитной волны. Амплитуда Фурье поля, прошедшего через фильтр, при падении на него плоской волны под углом α имеет вид

$$q(\xi) = \frac{1}{\pi} \frac{\sin kD(\xi + \sin \alpha)}{\xi + \sin \alpha}.$$

Амплитуду Фурье прошедшего через решетку поля легко найти, если известен ее оператор прохождения [3]. Будем считать, что ширина полосы пропускания фильтра кратна периоду решетки $2D/l = m$ и фильтр расположен вплотную к решетке. Тогда амплитуда Фурье поля, прошедшего через решетку, может быть найдена по формуле

$$b(\xi) = \frac{1}{\pi} \sin kD(\xi + \sin \alpha) \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^{nm} \frac{b_n \left(\xi - \frac{n}{\kappa} \right)}{\xi + \sin \alpha - \frac{n}{\kappa}}, \quad (1)$$

где $b_n(\xi)$ — амплитуда основной волны или дифракционной гармоники прошедшего поля при падении на бесконечную решетку плоской электромагнитной волны под углом α ($\xi = -\sin \alpha$) с единичной амплитудой, $\kappa = l/\lambda$. Полоса пропускания фильтра выбрана кратной периоду решетки, так как в этом случае формулы оказываются наиболее простыми. Это ограничение не является принципиальным.

Формула (1) уже дает приближенное решение задачи, но его можно попытаться уточнить. Рассмотрим более подробно те факторы, которыми обуславливаются отличия поля, рассеянного на ограниченной решетке, и поля, рассеянного безграничной решеткой при падении на

нее волнового пучка, созданного пространственным фильтром. Будем называть активными те ленты решетки, которые возбуждены непосредственно электромагнитным полем, прошедшим фильтр, и пассивными — остальные ленты решетки. Благодаря взаимодействию элементов решетки на пассивных лентах наводятся токи, которые дают вклад в прошедшее поле и, в свою очередь, оказывают влияние на распределение токов на активных элементах. При дифракции на ограниченной решетке такое взаимодействие отсутствует. Поэтому следует попытаться свести к минимуму его влияние на величину и распределение прошедшего поля.

Закроем решетку пространственным фильтром со стороны прошедшего поля. Это даст возможность исключить в прошедшем поле ту его часть, которая создается непосредственно пассивными элементами. Влияние пассивных элементов на активные остается, но вклад в прошедшее поле за счет этого влияния существенно меньше, чем вклад за счет влияния активных элементов на пассивные. Использование второго фильтра дает наиболее сильный эффект в точках скольжения, когда взаимодействие элементов решетки наиболее сильное.

Амплитуду Фурье рассеянного на ограниченной решетке поля $b^p(\xi)$ можно получить, вычитая из амплитуды Фурье прошедшего поля амплитуду Фурье поля после первого фильтра.

3. Для того, чтобы оценить точность решения задачи дифракции на ограниченной решетке предложенным методом, проведен ряд расчетов.

На рис. 1 показаны полученные экспериментально и методом геометрической теории дифракции диаграммы направленности поля, рассеянного двумя лентами [4, 5], и наши результаты. Совпадение теоретических и экспериментальных результатов оказывается хорошим. Более того, расчеты показали, что влияние второго фильтра незначительно.

На рис. 2 для сравнения показаны результаты строгого [1] и приближенного расчетов сечения рассеяния ограниченной решетки из 2, 5 и 10 лент, ширина которых равна ширине щелей, в зависимости от параметра kL ($2L$ — размер решетки) в случае дифракции H -поляризованной волны. Сечение рассеяния определялось по формуле

$$\frac{\sigma}{2} = \frac{\pi}{k\tilde{D} \cos \alpha} \int_{-1}^1 |b^p(\xi)|^2 \sqrt{1 - \xi^2} d\xi,$$

где \tilde{D} — общая ширина лент. Наблюдается достаточно хорошее совпадение результатов. Расхождение результатов, полученных с двумя фильтрами и без второго фильтра (влияние пассивных элементов решетки), отмечено только вблизи длин волн, соответствующих точкам скольжения для бесконечной решетки.

Хорошее совпадение результатов приближенного решения с результатами строгого решения задачи свидетельствует о возможности успешного использования алгоритма решения задачи дифракции волнового пучка на бесконечной решетке для приближенного определения характеристик полей, рассеянных ограниченной решеткой, причем точность такого решения возрастает с увеличением числа лент. Отметим, что приближенный расчет амплитуды Фурье рассеянного поля занимает около 5 минут машинного времени на ЭВМ М-222. Аналогичные расчеты с помощью строгого решения требуют порядка N минут, если N — число лент решетки [1].

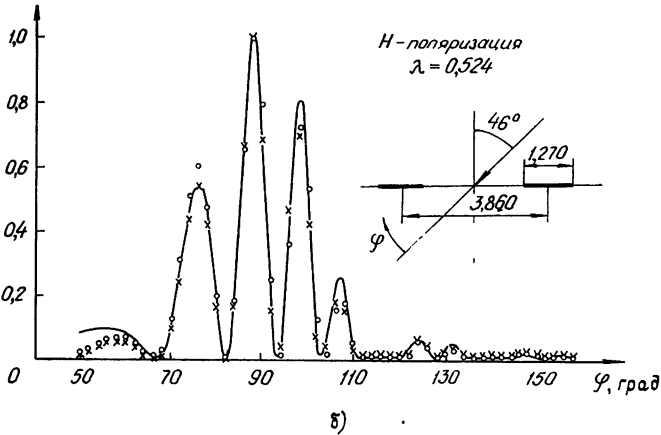
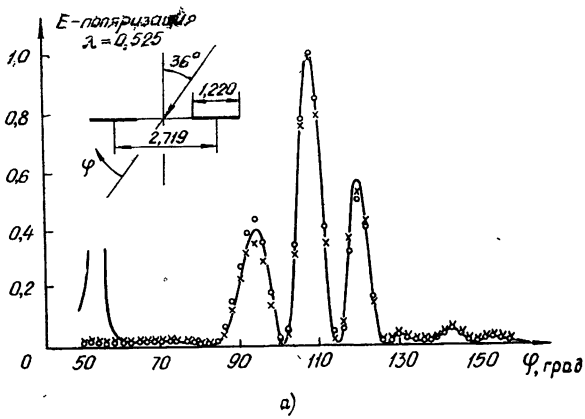


Рис. 1. Диаграмма направленности поля, рассеянного двумя лентами: сплошная кривая — геометрическая теория дифракции [4, 5], кружки — эксперимент [4, 5], крестики — результаты вычислений по развитой методике.

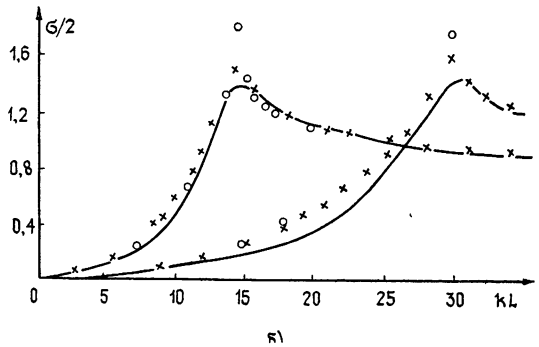
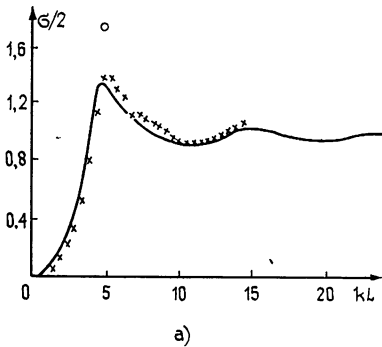
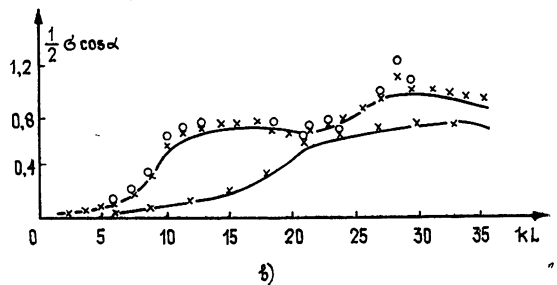


Рис. 2. Сечение рассеяния ограниченной решетки: а) 2 ленты, $\alpha = 0^\circ$; б) верхняя кривая — 5 лент, нижняя кривая — 10 лент, $\alpha = 0^\circ$; в) верхняя кривая — 5 лент, нижняя кривая — 10 лент, $\alpha = 30^\circ$; сплошная кривая — строгое решение [1]; крестики — два фильтра; кружки — формула (2); если точки совпадают, результаты отмечены одним значком для двух фильтров.



4. Благодаря тому, что взаимодействие между активными и пассивными элементами решетки мало всюду, за исключением областей вблизи точек скольжения, можно получить простую приближенную формулу для определения сечения рассеяния ограниченной решетки.

Известно, что сечение рассеяния σ системы параллельных металлических лент, расположенных в одной плоскости, можно определить, если известна амплитуда Фурье рассеянного поля (см., например, [6]):

$$\frac{\sigma}{2} = - \frac{\pi}{k\tilde{D}} \operatorname{Re} b^p(-\sin_1 \alpha).$$

Предположим, что поля, рассеянные ограниченной решеткой и возбужденной частью бесконечной решетки, совпадают. Как легко видеть из (1),

$$b(-\sin \alpha)_1 = \frac{kD}{\pi} b_0(-\sin \alpha),$$

а рассеянное поле при $\xi = -\sin \alpha$ определяется по формуле

$$b^p(-\sin \alpha) = \frac{kD}{\pi} [b_0(-\sin \alpha) - 1].$$

Таким образом, приближенно сечение рассеяния может быть найдено по формуле

$$\frac{\sigma}{2} = - \frac{D}{\tilde{D}} [\operatorname{Re} b_0(-\sin \alpha) - 1]. \quad (2)$$

Результаты, которые получаются по формуле (2), отличаются от найденных с помощью двух фильтров и строгого решения только вблизи частот скольжения (см. рис. 2).

ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Борзенков, В. Г. Сологуб, Препринт № 52 ИРЭ АН УССР, Харьков, 1975.
2. Д. Д. Иванченко, Н. Н. Колчигин, Л. Н. Литвиненко, С. Л. Просвирнин, И. И. Резник, Изв. вузов — Радиофизика, 22, № 9, 1109 (1979).
3. Л. Н. Литвиненко, С. Л. Просвирнин, И. И. Резник, Изв. вузов — Радиофизика, 22, № 7, 871 (1979).
4. J. Lazar, L. A. DeAcetis, Appl. Opt., 7, № 8, 1609 (1968).
5. L. A. DeAcetis, J. Lazar, Appl. Opt., 12, № 12, 2804 (1973).
6. Х. Хенл, А. Мауэ, К. Вестпфаль, Теория дифракции, изд. Мир, М., 1964.

Институт радиофизики и электроники
АН УССР

Поступила в редакцию
1 июня 1979 г.

APPROXIMATE SOLUTION OF A PROBLEM OF DIFFRACTION BY A LIMITED GRATING OF STRIPS

L. N. Litvinenko, S. L. Prosvirnin, I. I. Reznik

An approximate solution has been obtained of two-dimensional problem of electromagnetic wave diffraction by a grating limited by a number of strips. The basis of the method is an algorithm of the problem solution of the wave beam diffraction by an infinite grating. Results of the approximate solution are compared with the known experimental and theoretical data.