ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXIII, № 6 РАДИОФИЗИКА 1980

УДК 538.56 : 519.25

СТАТИСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПОЛЯ, ПРОШЕДШЕГО ЧЕРЕЗ ХАОТИЧЕСКИЙ ЭКРАН В ПОГЛОЩАЮЩЕЙ СРЕДЕ

В. Г. Гавриленко, В. В. Тамойкин

Рассмотрена задача о прохождении волны через случайный фазовый экран, расположенный в среде с регулярным поглощением. Показано, что при наличии асимметрии, вызванной либо наклонным падением волны, либо анизотропией поглощающей среды, возможно усиление флуктуаций поля при удалении от экрана и смещение максимума углового спектра интенсивности волны. В приближении метода плавных возмущений анализируются также аналогичные эффекты при распространении волны в протяженной поглощающей среде с неоднородностями.

В большинстве случаев при исследовании статистических свойств волновых полей в хаотически неоднородных средах поглощение волн считается малым и, как правило, не принимается во внимание [1]. Существует, однако, ряд работ [2–6], учитывающих поглощение и вызванные им эффекты. Это, в первую очередь, относится к задачам распространения света в мутных средах, в которых рассматриваются уравнения переноса интенсивности [2] и корреляционной функции [3] в среде, где существенно и рассеяние, и поглощение. Кроме того, в целом цикле статей (см., например, [4–6]) методом плавных возмущений изучаются свойства волн в поглощающих средах с плавными хаотическими неоднородностями. При этом показано, что наличие взаимной корреляции флуктуаций действительной и мнимой частей комплексной диэлектрической проницаемости приводит либо к уменьшению, либо к увеличению флуктуаций уровня волны по сравнению со случаем отсутствия поглощения.

В данной работе анализируются ситуации, в которых возможен эффект увеличения относительных флуктуаций параметров волны, вызванный регулярным поглощением в среде. В частности, рассмотрено прохождение волны через хаотический экран и распространение волны в протяженной поглощающей турбулентной среде.

Пусть в плоскости $z = 0$ расположен бесконечный хаотический фазовый экран, через который проходит плоская монохроматическая волна. Будем считать статистические свойства экрана (и, следовательно, поля на экране) известными.

Чтобы найти поле в полупространстве $z > 0$, заполненном однородной поглощающей средой, удобно разложить поле на экране в спектр Фурье по плоским волнам вида

$$\boldsymbol{E}(0, \varkappa_x, \varkappa_y) = \chi(\boldsymbol{\varkappa}) \{\boldsymbol{C}_1(\boldsymbol{\varkappa}) + \boldsymbol{C}_2(\boldsymbol{\varkappa})\}, \tag{1}$$

где $\boldsymbol{\varkappa} = \{\varkappa_x, \varkappa_y, 0\}$, $\chi(\boldsymbol{\varkappa})$ — двумерный спектр случайного поля на экране, $\boldsymbol{C}_1(\boldsymbol{\varkappa})$, $\boldsymbol{C}_2(\boldsymbol{\varkappa})$ — векторные амплитуды нормальных плоских волн (обыкновенной и необыкновенной). Спектр поля на произвольном расстоянии z от экрана имеет вид [7]

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E}(z, \varkappa_x, \varkappa_y) = \chi(\boldsymbol{\varkappa}) \{\boldsymbol{C}_1(\boldsymbol{\varkappa}) \exp[-i k_z^{(1)}(\boldsymbol{\varkappa}) z] + \\ + \boldsymbol{C}_2(\boldsymbol{\varkappa}) \exp[-i k_z^{(2)}(\boldsymbol{\varkappa}) z]\} = \boldsymbol{C}_1(\boldsymbol{\varkappa}) E_1(z, \boldsymbol{\varkappa}) + \boldsymbol{C}_2(\boldsymbol{\varkappa}) E_2(z, \boldsymbol{\varkappa}). \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь $\tilde{k}_z^{(1)}(\varkappa)$ и $\tilde{k}_z^{(2)}(\varkappa)$ — продольные комплексные волновые числа нормальных волн. Они должны быть найдены из решения дисперсионного уравнения для среды, заполняющей полупространство $z > 0$. В случае, когда масштаб случайных неоднородностей экрана велик по сравнению с длиной волны, спектр $\chi(\varkappa)$ является «острой» функцией с максимумом при $\varkappa = \varkappa_0$, где вектор $\varkappa_0$ отличен от нуля при наклонном падении волны на плоскость экрана. Это обстоятельство позволяет приближенно записать решение дисперсионного уравнения для каждой из нормальных волн в виде

$$\tilde{k}_z(\varkappa) = k_z - iq + (\alpha - i\beta)(\varkappa_y - \varkappa_y^0) + \delta\varkappa_x^2 + \gamma(\varkappa_y - \varkappa_y^0)^2 + \dots, \tag{3}$$

где

$$k_z - iq = \tilde{k}_z(\varkappa_0), \qquad \alpha - i\beta = \left.\frac{\partial\tilde{k}_z}{\partial\varkappa_y}\right|_{\varkappa=\varkappa_0},$$

$$\delta = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\left.\frac{\partial^2\tilde{k}_z}{\partial\varkappa_x^2}\right|_{\varkappa=\varkappa_0}, \qquad \gamma = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\left.\frac{\partial^2\tilde{k}_z}{\partial\varkappa_y^2}\right|_{\varkappa=\varkappa_0},$$

$$\varkappa_x^0 = 0, \qquad \left.\frac{\partial\tilde{k}_z}{\partial\varkappa_x}\right|_{\varkappa=\varkappa_0} = 0, \qquad \left.\frac{\partial^2\tilde{k}_z}{\partial\varkappa_x\,\partial\varkappa_y}\right|_{\varkappa=\varkappa_0} = 0.$$

При выводе формулы (3) учтено, что поглощение волны в среде достаточно мало, так что

$$q \ll k_z, \qquad \beta \ll \alpha. \tag{4}$$

Используя (2) и (3), можно получить выражение для поля в произвольной точке, а следовательно, и его корреляционные функции. Например, поперечная автокорреляционная функция комплексного поля необыкновенной волны имеет вид

$$R_{E_1E_1^*}(\rho, z) = \exp(-2q_1z + i\varkappa_y^0\rho_y)\int_{-\infty}^{\infty} G_0'(\varkappa)\exp(-2\beta_1 z\,\varkappa_y + i\varkappa\rho)\,d\varkappa. \tag{5}$$

Здесь $\rho = \{\rho_x, \rho_y, 0\}$, $G_0'(\varkappa) = G_0(\varkappa - \varkappa_0)$, $G_0(\varkappa)\delta(\varkappa - \varkappa') = \langle\chi(\varkappa)\chi^*(\varkappa')\rangle$. Предполагается, что неоднородности хаотического экрана статистически однородны и изотропны. Тогда функция $G_0'(\varkappa)$ имеет «острый» максимум при $\varkappa = 0$.

Проанализируем влияние поглощения в наиболее интересном случае сильных фазовых флуктуаций поля за экраном. При этом [1] функция $G_0'(\varkappa)$ имеет вид гауссовой кривой:

$$G_0'(\varkappa) = \frac{l_E^2}{4\pi}\exp\left(-\frac{1}{4}\varkappa^2 l_E^2\right), \tag{6}$$

где l_E — масштаб корреляции флуктуаций комплексного поля на экране.

Отнормируем для наглядности выражение (5) на корреляционную функцию комплексного поля невозмущенной волны, которая существовала бы в поглощающей среде, без фазового экрана. В результате с учетом (6) получим

$$\Gamma_{E_1E_1^*}(\rho, z) = \exp\left\{\left(\frac{2\beta_1 z}{l_E}\right)^2\right\}\exp\left\{-\frac{\rho^2}{l_E^2} - i\frac{4\beta_1 z}{l_E^2}\rho_y\right\}. \tag{7}$$

Из выражения (7) видно, что наличие поглощения (в случае, когда коэффициент $\beta \neq 0$) приводит к несохранению при удалении от экрана даже нормированной корреляционной функции комплексного поля. Причем, независимо от знака β, наблюдается экспоненциальный рост интенсивности относительных флуктуаций комплексного поля отдельной нормальной волны. Из анализа условий применимости полученных выражений [8], однако, следует, что функция $R_{EE^*}(\rho, z)$ убывает с ростом z, но медленнее, чем в отсутствие хаотического экрана. Кроме того, наблюдаются осцилляции корреляционной функции вдоль оси y с пространственной частотой $4\beta z/l_E^2$. Это, очевидно, означает, что максимум двумерного спектра мощности волны сдвигается в поглощающей среде по отношению к гипотетическому случаю отсутствия поглощения на величину $\Delta \varkappa_y = -4\beta z/l_E^2$, которая может превышать характерную ширину спектра $2\pi/l_E$ *.

Если функция $G_0'(\varkappa)$ имеет негауссов вид, то, как видно из (5), будет также меняться масштаб корреляции комплексного поля и, соответственно, ширина углового спектра мощности.

Рассмотрим теперь несколько конкретных примеров поглощающих сред, в которых наблюдаются отмеченные выше эффекты.

1. Изотропная поглощающая среда при наклонном падении волны. Пусть граница среды совпадает с плоскостью, где помещен хаотический экран. Тогда

$$k_z = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon' - \varkappa_y^{0^2}}, \qquad q = \frac{\omega^2}{c^2}\frac{\varepsilon''}{2k_z}, \qquad \alpha = -\frac{\varkappa_y^0}{k_z}, \qquad \beta = \frac{\varkappa_y^0}{k_z^2} q. \tag{8}$$

Здесь ε' и $-\varepsilon''$ — действительная и мнимая части диэлектрической проницаемости.

2. Замагниченная плазма с наклонным магнитным полем. Предположим, что холодная электронная плазма находится в очень сильном однородном магнитном поле с вектором $\boldsymbol{B}$, ориентированным в плоскости yz под углом ϑ к оси z. В этом случае [9] при нормальном падении волны с вектором $\boldsymbol{E}$, лежащим в плоскости yz, на экран:

$$\begin{gathered} k_z = \frac{\omega}{c}\sqrt{\frac{1-v}{1-v\cos^2\vartheta}}, \qquad q = \frac{1}{2}k_z s\frac{v\sin^2\vartheta}{(1-v\cos^2\vartheta)(1-v)}. \\ \alpha = \frac{v\cos\vartheta\sin\vartheta}{1-v\cos^2\vartheta}, \qquad \beta = -s\frac{v\cos\vartheta\sin\vartheta}{(1-v\cos^2\vartheta)^2}, \end{gathered} \tag{9}$$

где $v = \omega_p^2/\omega^2$, $s = \nu/\omega$, ω_p — плазменная частота, ν — эффективная частота соударений электронов.

3. Движущаяся замагниченная плазма. Пусть теперь магнитное поле направлено вдоль оси y и плазма движется в этом же направлении с постоянной нерелятивистской скоростью V. При этом для ТМ-волны в случае нормального падения

$$\begin{gathered} k_z = \frac{\omega}{c}\sqrt{1-v}, \qquad q = \frac{1}{2}k_z s\frac{v}{1-v}, \\ \alpha = -\frac{V}{c}\frac{v}{\sqrt{1-v}}, \qquad \beta = \frac{1}{2}s\frac{V}{c}\frac{v}{\sqrt{1-v}}\left(3+\frac{v}{1-v}\right). \end{gathered} \tag{10}$$

---

* Отметим, что аналогичный эффект смещения углового распределения яркости известен при распространении наклонно падающего света в мутной воде [2].

4. Квазипродольное распространение волн в магнитоактивной плазме. Если при нормальном падении волны на границу плазмы с наклонным магнитным полем выполняются условия квазипродольного распространения [9], интересующие нас выражения принимают вид

$$k_z = \frac{\omega}{c}\sqrt{1 - \frac{v}{1 \pm \sqrt{u}\,|\cos\vartheta|}}, \qquad q = \frac{1}{2}\,\frac{\omega^2}{c^2}\,\frac{s}{k_z}\,\frac{v}{(1 \pm \sqrt{u}\,|\cos\vartheta|)^2},$$
$$\alpha = \pm\,\frac{v\sqrt{u}\sin\vartheta}{2(1 \pm \sqrt{u})}, \qquad \beta = \pm\, s\,\frac{v(2 \pm \sqrt{u})\sin\vartheta}{2(1 \pm \sqrt{u})}, \tag{11}$$

где $u = \omega_B^2/\omega^2$, $\omega_B = eB/mc$, $s \ll \sqrt{u}$, $v \ll 1$, $\sin\vartheta \ll \cos\vartheta$.

Аналогичный эффект усиления относительных флуктуаций параметров волны имеет место и в протяженной поглощающей среде с объемными случайными неоднородностями [8]. Без учета изменения поляризации и взаимодействия нормальных волн для отдельной нормальной волны в случае малых флуктуаций параметров плавнонеоднородной среды можно получить уравнение для двумерного спектра поправки первого порядка к комплексной фазе волны $\tilde{\Phi}_1(\varkappa, z)$:

$$\frac{\partial^2 \tilde{\Phi}_1}{\partial z^2} - 2i\tilde{k}_z(\varkappa_0)\frac{\partial \tilde{\Phi}_1}{\partial z} - \left[\varkappa_x^2 + \varkappa_y^2 - 2\tilde{k}_z(\varkappa_0)\left.\frac{\partial \tilde{k}_z}{\partial \varkappa_y}\right|_{\varkappa=\varkappa_0}\varkappa_y\right]\tilde{\Phi}_1 =$$
$$= -2\tilde{k}_z(\varkappa_0)\,\frac{\partial \tilde{k}_z(\varkappa_0)}{\partial p}\,p_1(\varkappa, z), \tag{12}$$

где p — некоторый параметр, характеризующий свойства среды (например, концентрация электронов в плазме), а $p_1(\varkappa, z)$ — двумерный спектр флуктуирующей части этого параметра, причем $|p_1| \ll p$. Это уравнение достаточно хорошо описывает поле волны в первом и втором из рассмотренных выше случаев.

Решение уравнения (12) методом плавных возмущений [1] дает возможность определить статистические характеристики комплексной фазы. Например, функция $F_1(z, \varkappa)$, определяемая как $F_1(z, \varkappa)\,\delta(\varkappa - \varkappa') = \langle \tilde{\Phi}_1(z, \varkappa)\,\tilde{\Phi}_1^*(z, \varkappa)\rangle$, имеет вид

$$F_1(z, \varkappa) = \pi\,\frac{\partial \tilde{k}_z}{\partial p}\,\frac{\partial \tilde{k}_z^*}{\partial p}\,\Phi_p(\varkappa_x, \varkappa_y, \alpha\varkappa_y)\,\frac{1 - e^{2\beta\varkappa_y z}}{-2\beta\varkappa_y}, \tag{13}$$

где $\Phi_p(\varkappa)$ — трехмерный спектр мощности флуктуирующего параметра среды.

Зная $F_1(z, \varkappa)$, нетрудно вычислить средние квадраты флуктуаций уровня $\langle\chi^2\rangle$ и фазы $\langle s^2\rangle$ нормальной волны в зоне Фраунгофера по отношению к отдельным неоднородностям. В изотропном случае получаем

$$\langle\chi^2\rangle = \langle s^2\rangle = \pi^2\,\frac{\partial \tilde{k}_z}{\partial p}\,\frac{\partial \tilde{k}_z^*}{\partial p}\,\frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}}\int_0^z d\xi\int_0^\infty \times$$
$$\times\,\Phi_p(\varkappa)\,I_0\left(2\,|\beta|\,\frac{\varkappa\xi}{\sqrt{1+\alpha^2}}\right)\varkappa\,d\varkappa, \tag{14}$$

где $I_0(z)$ — функция Бесселя мнимого аргумента нулевого порядка. Выражение (14) показывает, что при $\beta \neq 0$ флуктуации могут быть гораздо больше, чем в отсутствие поглощения ($I_0(z)$ — возрастающая функция, превышающая единицу). При малых флуктуациях комплексной фазы удается выразить также двумерный спектр мощности отдельной нормальной волны:

$$\Psi(\varkappa_x, \varkappa_y) = e^{-2qz}\{[1 + 2\langle\chi\rangle - \langle\chi^2\rangle - \langle s^2\rangle]\,\delta(\varkappa - \varkappa_0) + \\ + F_1(z, \varkappa_x, \varkappa_y - \varkappa_y^0)\}. \tag{15}$$

Анализ последней формулы показывает, что некогерентная часть спектра мощности может стать существенно несимметричной по отношению к когерентной [2].

При $\alpha = -\varkappa_y^0 / k_z$ и $\beta = q\varkappa_y^0 / k_z^2$ формулы (13)—(15) переходят в соответствующие выражения работы [8].

Похожая ситуация имеет место для модулированной по частоте волны в среде с поглощением, где гармонические составляющие с различными частотами затухают по-разному. Это обстоятельство приводит к дополнительному искажению формы импульса [10]. При случайной частотной модуляции в турбулентной нестационарной среде из-за этого более быстро растут с расстоянием флуктуации частоты и деформируется временной спектр мощности волны [11].

Заметим также, что аналогичные эффекты должны иметь место и в активной (усиливающей) среде, а именно: при наличии неоднородностей среды (экрана) средняя интенсивность поля растет с расстоянием быстрее, чем в отсутствие неоднородностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. М. Рытов, Ю. А. Кравцов, В. И. Татарский, Введение в статистическую радиофизику, часть II, изд. Наука, М., 1978.
2. Л. П. Иванов, Физические основы гидрооптики, Минск, изд. Наука и техника, 1975.
3. Л. С. Долин, Изв вузов — Радиофизика, 11, № 6, 840 (1968).
4. Н. Г. Денисов, Л. П. Полянин, Изв. вузов — Радиофизика, 2, № 6, 1010 (1959).
5. Н. А. Арманд, А. О. Изюмов, Л. В. Соколов, Радиотехника и электроника, 16, № 8, 1333 (1971).
6. М. Б. Каневский, Изв. вузов — Радиофизика, 15, № 12, 1939 (1972).
7. В. В. Тамойкин, И. Г. Замек, Изв. вузов — Радиофизика, 17, № 1, 31 (1974).
8. В. Г. Гавриленко, V Всесоюзный симпозиум по распространению лазерного излучения в атмосфере, Тезисы докладов, ч. 2, Томск, 1979, с. 140.
9. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, изд. Наука, М., 1967.
10. Л. А. Вайнштейн, УФН, 118, вып. 2, 339 (1976).
11. В. Г. Гавриленко, В. Н. Конков, Н. А. Чурилина, Изв. вузов — Радиофизика, 21, № 10, 1537 (1978).

Научно-исследовательский радиофизический институт

Поступила в редакцию 24 октября 1979 г.

STATISTICAL PROPERTIES OF A FIELD PASSING THROUGH A RANDOM SCREEN IN THE ABSORBING MEDIUM

V. G. Gavrilenko, V. V. Tamoikin

A problem is considered on the wave passing through a random phase screen located in the medium with regular absorption. It is shown that in the presence of the asymmetry induced by either the oblique incidence of a wave or by anisotropy of the absorbing medium the amplification of the field fluctuation is possible when moving from the screen and shifting the maximum of the angular spectrum of the wave intensity. In the approximation of the smooth disturbance method the similar effects are also analysed when a wave propagates in an extent absorbing medium with inhomogeneities.