ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXIII, № 6 *РАДИОФИЗИКА* *1980*

УДК 621.372.822

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ ЗАРЯДА В ВОЛНОВОДЕ С НЕСТАЦИОНАРНЫМ ЗАПОЛНЕНИЕМ

В. А. Давыдов

Рассмотрено излучение заряда, движущегося в волноводе, заполненном диэлектриком, диэлектрическая проницаемость которого резко меняется во времени. Показано, что при движении заряда вдоль оси волновода излучаются только ТМ-волны. Для прямоугольного волновода вычислены поля и энергия излучения.

Появление работ [1, 2] об излучении движущихся зарядов в среде с мгновенно меняющейся диэлектрической проницаемостью вызвало интерес к излучению источников в нестационарных средах. Было рассмотрено излучение «черенковского» заряда в резко нестационарной среде [3], излучение в средах со ступенчатым [4] и плавным [5] законами изменения диэлектрической проницаемости ε во времени, а также излучение зарядов в среде с меняющейся во времени изотропией [6].

Представляет интерес расчет излучения заряда в случае, когда диэлектрическая проницаемость меняется в какой-то ограниченной области пространства. В качестве такой области рассмотрим волновод прямоугольного сечения с осью z; координаты его боковых стенок следующие: $x=0,\ 2a$; $y=0,\ 2b$. Диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей волновод, в момент времени $t=0$ скачком изменяется от ε_2 до ε_2. Пусть заряд q движется равномерно со скоростью V по оси волновода и в момент времени $t=0$, когда происходит скачок диэлектрической проницаемости, находится в точке с координатами $x=a$, $y=b$, $z=0$. Плотность заряда и плотность тока описываются следующими выражениями:

$$\begin{gathered}\rho = q\,\delta(x-a)\,\delta(y-b)\,\delta(z-Vt),\\ j = qV\,\delta(x-a)\,\delta(y-b)\,\delta(z-Vt).\end{gathered} \tag{1}$$

Поскольку у вектора магнитного поля заряда, движущегося вдоль оси z, отсутствует z-компонента и магнитное поле непрерывно в момент скачка диэлектрической проницаемости, то у магнитного поля излучения также будет отсутствовать z-компонента. Иными словами, в случае движения заряда вдоль оси волновода излучаются только ТМ-волны. Поэтому для дальнейших расчетов достаточно найти только z-компоненту электрического поля излучения [7]. Уравнение для z-компоненты электрического поля $E_{z,1}$ до скачка диэлектрической проницаемости имеет вид

$$\Delta E_{z,1} - \frac{\varepsilon_1}{c^2}\frac{\partial^2 E_{z,1}}{\partial t^2} = 4\pi\left(\frac{1}{\varepsilon_1}\frac{\partial\rho}{\partial z} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial j_z}{\partial t}\right). \tag{2}$$

Разложив искомое решение и правую часть по собственным функциям волновода, получим решение уравнения (2):

$$E_{z,1} = \frac{2iq}{ab}\sum_{m_1 m_2}\int dh\,(-1)^{m_1+m_2}\sin\left[\frac{(2m_1+1)\pi x}{2a}\right]\times \tag{3}$$

$$\times \sin\left[\frac{(2m_2+1)\pi y}{2b}\right] \frac{h\left(\frac{1}{\varepsilon_1}-\frac{V^2}{c^2}\right)}{\frac{\varepsilon_1}{c^2}(hV)^2-k^2} \exp\left[ih(z-Vt)\right],$$

где

$$k^2 = h^2 + \left[\frac{(2m_1+1)\pi}{2a}\right]^2 + \left[\frac{(2m_2+1)\pi}{2b}\right]^2.$$

Z-компоненту электрического поля после скачка диэлектрической проницаемости ищем в виде суммы решения неоднородного уравнения (2) с ε_1, замененным на ε_2, и решения однородного уравнения, т. е. свободного поля излучения:

$$E_{z,2} = \frac{2iq}{ab} \sum_{m_1 m_2} \int dh(-1)^{m_1+m_2} \sin\left[\frac{(2m_1+1)\pi x}{2a}\right] \times$$

$$\times \sin\left[\frac{(2m_2+1)\pi y}{2b}\right] e^{ihz} \left[\frac{h\left(\frac{1}{\varepsilon_2}-\frac{V^2}{c^2}\right)}{\frac{\varepsilon_2}{c^2}(hV)^2-k^2} e^{-ihVt} + \right. \tag{4}$$

$$\left. + A_1 \exp\left(-i\frac{kc}{\sqrt{\varepsilon_2}}t\right) + A_2 \exp\left(i\frac{kc}{\sqrt{\varepsilon_2}}t\right)\right].$$

Члены с неизвестными коэффициентами A_1 и A_2 в (4) есть искомые z-компоненты полей излучения. Найдем их, воспользовавшись условиями непрерывности в момент скачка диэлектрической проницаемости электрической индукции $\boldsymbol{D}$ и ее производной по времени $\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$. Для определения A_1 и A_2 получается система уравнений

$$\frac{h\left(1-\varepsilon_1\frac{V^2}{c^2}\right)}{\frac{\varepsilon_1}{c^2}(hV)^2-k^2} = \frac{h\left(1-\frac{V^2}{c^2}\varepsilon_2\right)}{\frac{\varepsilon_2}{c^2}(hV)^2-k^2} + \varepsilon_2 A_1 + \varepsilon_2 A_2,$$

$$\frac{h^2V\left(1-\varepsilon_1\frac{V^2}{c^2}\right)}{\frac{\varepsilon_1}{c^2}(hV)^2-k^2} = \frac{h^2V\left(1-\frac{V^2}{c^2}\varepsilon_2\right)}{\frac{\varepsilon_2}{c^2}(hV)^2-k^2} + kc\sqrt{\varepsilon_2}A_1 - kc\sqrt{\varepsilon_2}A_2, \tag{5}$$

решение которой имеет вид

$$A_{1,2} = \pm \frac{V^2}{c^2}\frac{h}{2k\varepsilon_2} \frac{(\varepsilon_1-\varepsilon_2)(k^2-h^2)}{\left(\frac{\varepsilon_1}{c^2}(hV)^2-k^2\right)\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{c}hV \mp k\right)}. \tag{6}$$

В формуле (6) верхние знаки относятся к A_1, а нижние — к A_2. Для нахождения полей волн, распространяющихся вдоль положительного направления оси волновода (оси z), необходимо учесть, что в этом направлении будет излучаться волна не только с амплитудой A_1, но и с амплитудой A_2, в выражении (6) для которой k заменено на $-k$. Итак, компонента E_z-волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси z, равна

$$E_z = \frac{2qV^2}{c^2ab} \sum_{m_1 m_2} \int dh (-1)^{m_1+m_2} \sin\left[\frac{(2m_1+1)\pi x}{2a}\right] \sin\left[\frac{(2m_2+1)\pi y}{2b}\right] \times$$
$$\times \frac{h}{k\varepsilon_2} \frac{(\varepsilon_1-\varepsilon_2)(k^2-h^2)}{\left(\frac{\varepsilon_1}{c^2}(hV)^2 - k^2\right)\left(k - \frac{\sqrt{\varepsilon_2}hV}{c}\right)} \sin\left(hz - \frac{kc}{\sqrt{\varepsilon_2}}t\right). \tag{7}$$

Для расчета энергии излучения необходимо знать все компоненты электрического и магнитного полей излученных волн. Аналогично тому, как это делается в [7] для волновода без заполнения, получим, что в волноводе, заполненном средой с диэлектрической проницаемостью ε у ТМ-волны, имеющей z-компоненту электрического поля вида $E_z = E_z^0 e^{i(hz-\omega t)}$, все остальные амплитуды компонент электрического и магнитного полей будут следующим образом выражаться через E_z^0:

$$E_x^0 = \frac{ih}{(k^2-h^2)} \frac{\partial E_z^0}{\partial x}, \qquad E_y^0 = \frac{ih}{(k^2-h^2)} \frac{\partial E_z^0}{\partial y},$$
$$H_x^0 = -\frac{i\omega\varepsilon}{c(k^2-h^2)} \frac{\partial E_z^0}{\partial y}, \qquad H_y^0 = \frac{i\omega\varepsilon}{c(k^2-h^2)} \frac{\partial E_z^0}{\partial x}, \tag{8}$$

где $k = \frac{\omega\sqrt{\varepsilon}}{c}$. Используя (7) и (8), получим для нашего случая выражения для оставшихся амплитуд компонент электрического и магнитного полей, которые из-за громоздкости не приводятся. Теперь можно вычислить энергию излучения на скачке диэлектрической проницаемости. Воспользовавшись ортогональностью собственных функций волновода, получим

$$W = \frac{q^2V^4\pi^2(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^2}{4c^4ab} \int dh \sum_{m_1 m_2} \frac{h^2\left[\frac{(2m_1+1)^2}{a^2} + \frac{(2m_2+1)^2}{b^2}\right]}{\left(1 - \frac{(hV)^2}{k^2c^2}\varepsilon_1\right)^2\left(1 - \frac{hV}{kc}\sqrt{\varepsilon_2}\right)^2}. \tag{9}$$

Выражение (9) представляет собой общее выражение для энергии, излученной на скачке. Рассмотрим теперь излучение таких волн, волновые векторы которых удовлетворяют следующим условиям:

$$k_x \gg 1/a, \quad k_y \gg 1/b. \tag{10}$$

Для волн, удовлетворяющих условию (10), можно заменить суммирование по m_1 и m_2 в (9) интегрированием по dk_x и dk_y по формуле

$$\sum_{m_1 m_2} = \frac{ab\, dk_x dk_y}{4\pi^2}. \tag{11}$$

Теперь, положив $h = k\cos\theta$, $k_x = k\sin\theta\cos\varphi$, $k_y = k\sin\theta\sin\varphi$, получим из (9), используя (11), энергию излучения на частоте $kc/\sqrt{\varepsilon_2}$ для волн, волновые векторы которых удовлетворяют условию (10):

$$W_\omega = \int \frac{q^2 V^4 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 \sin^2\theta \cos^2\theta \, d\Omega}{c^5 \sqrt{\varepsilon_2}\, 4\pi^2 (1 - \beta^2 \varepsilon_1 \cos^2\theta)^2 \left(1 - \beta\sqrt{\varepsilon_2}\cos\theta\right)^2}, \tag{12}$$

что совпадает с выражением, полученным Гинзбургом и Цытовичем для энергии излучения заряда на скачке диэлектрической проницаемости в безграничной среде [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. В Л. Гинзбург, Изв. вузов — Радиофизика, **16**, № 4, 512 (1973).
2. В. Л. Гинзбург, В. Н. Цытович, ЖЭТФ, **65**, 132 (1973).
3. В. А. Давыдов, Вестник МГУ, серия Физика, астрономия, **18**, № 6, 64 (1977).
4. В. А. Давыдов, Вестник МГУ, серия Физика, астрономия, **19**, № 3, 58 (1978).
5. В. А. Давыдов, Изв. вузов — Радиофизика, **22**, № 1, 95 (1979).
6. Г. М. Манева, Краткие сообщения по физике, ФИАН, № 2, 21 (1977).
7. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, Физматгиз, М., 1959, с. 372.

Московский государственный университет

Поступила в редакцию 5 апреля 1979 г.

RADIATION OF A CHARGE IN A WAVEGUIDE WITH NONSTATIONARY FILLING

V. A. Davydov

The consideres radiation of a charge moving in the waveguide filled by a dielectric the dielectric permittivity of which is sharply change with time. It is shown that when a charge moves along the waveguide axis only TM waves radiate. For a rectangular waveguide, fields and radiation energy have been calculated