ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXIII, № 6 РАДИОФИЗИКА 1980

УДК 534.21

ЧЕРЕНКОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ АКУСТИКО-ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН ГОРИЗОНТАЛЬНО ДВИЖУЩИМИСЯ ИСТОЧНИКАМИ. II

В. Д. Липовский

Рассмотрено излучение акустико-гравитационных волн (АГВ) горизонтально движущимся источником массы на конечном отрезке траектории. Вычислены потери на когерентное излучение АГВ произвольным источником. Получены оценки, определяющие область применимости результатов для движения по бесконечной траектории [1] к задаче об излучении АГВ источником, движущимся на конечном интервале.

В [1] было рассмотрено черенковское излучение акустико-гравитационных волн (АГВ) горизонтально движущимся источником в безграничной изотермической атмосфере, причем длина его пробега предполагалась бесконечной. Реальные объекты, как правило, являются эффективными источниками возмущений атмосферы на конечных отрезках траектории, так что необходима оценка области применимости результатов [1], которая может получена по аналогии с соответствующим расчетом в электродинамике [2]. При этом черенковское условие в анизотропных средах и, следовательно, ограничения на спектральные интервалы излучения выражаются в терминах углов в пространстве точек наблюдения [3, 4]. Распределение интенсивности также будет являться функцией угла в координатном пространстве, поэтому предварительно удобно привести явный вид полей и распределения интенсивности для точечного источника, движущегося по бесконечной траектории.

1. Мы ограничимся рассмотрением полей, генерируемых источником массы — обобщение на другие виды источников очевидно. В [1] указано, что величина $P = p\exp(k_0 z)$ удовлетворяет уравнению

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\Box - \frac{\omega_a^2}{c_s^2}\right) + \omega_b^2\,\Delta_2\right] P = -\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_b^2\right)\frac{\partial}{\partial t}\,q\exp(k_0 z),$$
$$\Box = \Delta - \frac{1}{c_s^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}, \qquad \Delta_2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} = \Delta - \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \tag{1}$$

где p — возмущение давления под действием источника массы q, $c_s = (\gamma g H)^{1/2}$ — скорость звука, γ — отношение удельных теплоемкостей, H — высота изотермической атмосферы ($k_0 = 1/2H$), g — ускорение силы тяжести, $\omega_a = c_s k_0$ — частота отсечки акустической ветви АГВ, а $\omega_b = (\gamma - 1)^{1/2} g/c_s$ — частота Брента — Вяйсяля. Уравнение (1) приведено в декартовой системе координат с осью z, направленной вертикально вверх.

Для точечного источника массы $q = q_0\delta(x - V_0 t)\,\delta(\boldsymbol{r})$ (V_0 — его скорость, $\boldsymbol{r} = (y, z)$, q_0 — расход массы) решение (1) имеет вид

$$P(\boldsymbol{R}, t) = \int \frac{d\omega}{2\pi}\, e^{-i\omega t} P_\omega(\boldsymbol{R}), \qquad \boldsymbol{R} = (x, y, z); \tag{2}$$

$$P_\omega(\boldsymbol{R}) = -\frac{i\omega}{V_0}\, q_0(\omega^2 - \omega_b^2)\exp(i\omega x/V_0)\int \frac{d^2k_\perp}{(2\pi)^2}\,\frac{\exp(i\boldsymbol{k}_\perp \boldsymbol{r})}{D(\boldsymbol{k}_\perp, \omega)}, \tag{3}$$

где $D=(\omega^2-\omega_b^2)k_y^2+\omega^2 k_z^2+\omega^2[(1-M^2)\omega^2+M^2\omega_a^2-\omega_b^2]/V_0^2$, $M=V_0/c_s$ — число Маха, а $\boldsymbol{k}_\perp=(k_y,k_z)$. В [1] отмечено, что следует различать три диапазона скоростей движения: $M>1$, $\omega_b/\omega_a<M<1$ и $M<\omega_b/\omega_a$; будем обозначать величины, относящиеся к ним, соответственно индексом $j=1, 2, 3$. Введем полярную систему координат в $\boldsymbol{r}$-пространстве ($y=r\cos\varphi$, $z=r\sin\varphi$) и замену переменных в $\boldsymbol{k}_\perp$-пространстве:

$$\varkappa_y^2=\frac{\omega^2-\Omega_c^2}{\omega^2}k_y^2, \qquad \varkappa_z^2=\frac{\omega^2-\Omega_c^2}{\omega^2-\omega_b^2}k_z^2, \tag{4}$$

где $\Omega_c=\omega_b\sin\varphi$. Выражение (3) с учетом (4) можно преобразовать к виду

$$P_{j\omega}(x,\boldsymbol{r})=-\frac{iq_0}{V_0}\exp(i\omega x/V_0)(\omega^2-\omega_b^2)^{1/2}G_{j\omega}(\boldsymbol{r}); \tag{5}$$

$$G_{j\omega}(\boldsymbol{r})=\frac{1}{4\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}d\varkappa\,\frac{\varkappa H_0^{(1)}(\varkappa r)}{\varkappa^2-\varkappa_j^2}. \tag{6}$$

В (6) $H_0^{(1)}(x)$ — функция Ханкеля, $\varkappa^2=\varkappa_y^2+\varkappa_z^2$, а

$$\varkappa_1^2(\omega,\varphi)=\frac{(\omega^2-\Omega_0^2)(\omega^2-\Omega_c^2)}{V_0^2\alpha^2(\omega^2-\omega_b^2)}, \qquad \Omega_0^2=\alpha^2(M^2\omega_a^2-\omega_b^2),$$

$$\varkappa_2^2(\omega,\varphi)=\frac{(\omega^2+\Gamma_0^2)(\omega^2-\Omega_c^2)}{V_0^2\beta^2(\omega_b^2-\omega^2)}, \qquad \Gamma_0^2=\beta^2(M^2\omega_a^2-\omega_b^2), \tag{7}$$

$$\varkappa_3^2(\omega,\varphi)=\frac{(\omega^2-\omega_0^2)(\omega^2-\Omega_c^2)}{V_0^2\beta^2(\omega_b^2-\omega^2)}, \qquad \omega_0^2=\beta^2(\omega_b^2-M^2\omega_a^2),$$

$$\alpha=(M^2-1)^{-1/2}, \qquad \beta=(1-M^2)^{-1/2}.$$

Из (6) следует, что излучение существует при $\varkappa_j^2>0$. При этом в (6) возникает неоднозначность, связанная с обходом полюса на пути интегрирования. Устранив ее стандартным приемом (условие излучения в форме принципа причинности [5]), имеем при $\varkappa_j^2>0$

$$G_{j\omega}(\boldsymbol{r})=\frac{i}{4}\begin{cases}H_0^{(1)}(\varkappa_j r), & \partial\varkappa_j^2/\partial\omega>0\\ -H_0^{(2)}(\varkappa_j r), & \partial\varkappa_j^2/\partial\omega<0\end{cases}. \tag{8}$$

Рассмотрим $M>1$: акустические волны излучаются при $\omega>\Omega_0$, гравитационные — при $|\Omega_c|<\omega<\omega_b$. Если $\varkappa_1^2>0$, то $\operatorname{sgn}(\partial\varkappa_1^2/\partial\omega)=\operatorname{sgn}(\omega)$, т. е. решение имеет вид запаздывающих потенциалов*. При $\omega_b/\omega_a<M<1$ акустическая ветвь не излучается, а спектральный интервал для гравитационной ветви такой же, как и при $M>1$. Если $M<\omega_b/\omega_a$, то излучаются только гравитационные волны, причем области излучения определяются неравенствами $\max(\omega_0,|\Omega_c|)<\omega<\omega_b$ и $\omega<\min(\omega_0,|\Omega_c|)$. Здесь следует рассматривать отдельно угловые области $\omega_0>|\Omega_c|$ и $\omega_0<|\Omega_c|$. Не останавливаясь на несложном анализе, укажем, что (8) имеет вид опережающих потенциалов при

* Везде, где не требуется интегрирование по ω, мы считаем $\omega>0$. Соответствующие выражения для полей при $\omega<0$ могут быть получены взятием комплексного сопряжения. Формально и они содержатся в (8).

$\omega < \min(\omega_0, |\Omega_c|)$. Другой любопытной особенностью излучения при $M < \omega_b/\omega_a$ является возможность излучения гравитационных волн вверх, если $\omega < \omega_0 < |\Omega_c|$, это излучение отсутствует как при $M > \omega_b/\omega_a$, так и для неподвижного источника АГВ. Разумеется, эти результаты находятся в соответствии с [1]: например, существование решений в виде опережающих потенциалов связано с наличием спектрально-угловой области с «отрицательной» групповой скоростью.

Точное интегрирование выражения (5) по ω не выполнимо. Представляется возможным лишь получение асимптотических формул на больших расстояниях от оси движения и на различных расстояниях от фронта волны: техника таких вычислений развита, например, в [6], образец такого анализа для неподвижного точечного источника АГВ содержится в [7]. Мы ограничимся замечанием, что граничные частоты интервалов излучения определяют асимптотический характер осцилляций поля далеко за фронтом волны. В рассматриваемой задаче некоторые из этих частот зависят от числа Маха (ω_0 и Ω_0), поэтому появляется представляющая интерес для эксперимента возможность определения скоростей движущихся в атмосфере источников АГВ.

Для определения интенсивности излучения вычислим поток энергии через цилиндрическую поверхность, окружающую траекторию источника, т. е.

$$I = \int d\,\Sigma\, p\boldsymbol{v} = r\int\limits_{-\infty}^{\infty} dx \int\limits_{0}^{2\pi} d\varphi\, P V_r, \tag{9}$$

где $\boldsymbol{v}$ — возмущение поля скоростей, а $V_r = v_r \exp(-k_0 z)$. Фурье-компонента $V_{r\omega}(\boldsymbol{R})$ связана с $P_\omega(\boldsymbol{R})$ соотношением, следующим из системы уравнений для АГВ (см. [1]):

$$V_{r\omega} = (i\,\omega\,\rho_{00}\cos\varphi)^{-1}\,\partial P_\omega/\partial y. \tag{10}$$

В (10) ρ_{00} — невозмущенная плотность атмосферы на высоте движения излучателя. Учитывая (2), (5), (8)—(10) и известные формулы теории цилиндрических функций [8], имеем

$$I_j = \frac{q_0^2}{8\pi^2\rho_{00}V_0}\int d\omega\, d\varphi\, \frac{\omega^2-\omega_b^2}{\omega^2-\Omega_c^2}\,\omega\,\mathrm{sgn}\left(\frac{\partial \varkappa_j^2}{\partial\omega}\right)\theta(\varkappa_j^2)\,\theta(\omega), \tag{11}$$

где $\theta(x)$ — функция Хэвисайда. Разумеется, (11) и соответствующая формула для точечного источника в [1] совпадают после выполнения интегрирования по углам.

2. Рассмотрим излучение источника массы на конечном участке траектории, т. е. положим в правой части (1)

$$q = \tilde{q}(x - V_0 t, \boldsymbol{r})\,\theta(t_0^2 - x^2/V_0^2). \tag{12}$$

В (12) $\theta(x)$ — функция Хэвисайда, а $2t_0$ — время движения. Применив к уравнению (1) с источником (12) преобразование Фурье по времени, получим

$$\left[(\omega^2-\omega_b^2)\Delta_2 + \omega^2\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c_s^2}(\omega^2-\omega_a^2)\right]P_\omega(\boldsymbol{R}) =$$

$$= \frac{i\omega}{V_0}(\omega^2-\omega_b^2)\,q_\omega(\boldsymbol{r})\,\theta(t_0^2 - x^2/V_0^2)\exp(i\omega x/V_0 + k_0 z), \tag{13}$$

$$q_\omega(\boldsymbol{r}) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} dx\,\tilde{q}(x, \boldsymbol{r})\exp(-i\omega x/V_0).$$

Решение уравнения (13) имеет вид

$$P_\omega(\boldsymbol{R}) = \frac{i\omega}{V_0}(\omega^2-\omega_b^2)\int d^3R' G_\omega(\boldsymbol{R}-\boldsymbol{R}')\, q_\omega(\boldsymbol{r}')\,\theta(t_0^2 - x'^2/V_0^2)\times$$
$$\times\exp(i\omega x'/V_0 + k_0 z'), \tag{14}$$

где $G_\omega(\boldsymbol{R})$ — функция Грина уравнения (13):

$$G_\omega(\boldsymbol{R}) = -\frac{1}{4\pi}(\omega^2-\omega_b^2)^{-1/2}(\omega^2R^2-\omega_b^2z^2)^{-1/2}\exp\left[\frac{i}{c_s}\left(\frac{\omega^2-\omega_a^2}{\omega^2-\omega_b^2}\right)^{1/2}\times\right.$$
$$\left.\times(\omega^2R^2-\omega_b^2z^2)^{1/2}\right]\qquad(\omega>0), \tag{15}$$
$$G_{-\omega}(\boldsymbol{R}) = G_\omega^*(\boldsymbol{R}).$$

Рассмотрим поле на больших расстояниях от траектории движения, т. е. положим в (14)

$$[\omega^2(\boldsymbol{R}-\boldsymbol{R}')^2 - \omega_b^2(z-z')^2]^{1/2} \approx R(\omega^2-\Omega_c^2\sin^2\theta)^{1/2} -$$
$$-\frac{x'\omega^2\cos\theta + y'\omega^2\sin\theta\cos\varphi + z'(\omega^2-\omega_b^2)\sin\theta\sin\varphi}{(\omega^2-\Omega_c^2\sin^2\theta)^{1/2}}, \tag{16}$$

где θ и φ — углы в сферической системе координат: $x=R\cos\theta$, $y=R\sin\theta\cos\varphi$, $z=R\sin\theta\sin\varphi$. Заменим в (14) в экспоненте функции Грина (15) соответствующий радикал выражением в правой части (16), а в предэкспоненциальном множителе удержим только первый член в правой части (16)*. Выполнив интегрирование в полученном выражении, имеем

$$P_\omega(\boldsymbol{R}) = \frac{e^{iKR}}{2\pi i R}(\omega^2-\omega_b^2)^{1/2}(\omega^2-\Omega_c^2)^{-1/2}F(\omega, s)\,\Phi(\omega,\theta,\varphi)\quad(\omega>0),$$
$$P_{-\omega}(\boldsymbol{R}) - P_\omega^*(\boldsymbol{R}), \tag{17}$$

где

$$\Phi = \frac{\sin[\omega t_0(1-MN\cos\theta)]}{1-MN\cos\theta},$$
$$N^2 = \frac{\omega^2(\omega^2-\omega_a^2)}{(\omega^2-\omega_b^2)(\omega^2-\Omega_c^2\sin^2\theta)},\quad K^2 = \frac{(\omega^2-\omega_a^2)(\omega^2-\Omega_c^2\sin^2\theta)}{(\omega^2-\omega_b^2)c_s^2} > 0, \tag{18}$$

а величина F — формфактор источника:

$$F(\omega, s) = \int d^2r\, q_\omega(\boldsymbol{r})\exp(-i\boldsymbol{s}\boldsymbol{r} + k_0 z),$$
$$\boldsymbol{s} = \frac{\omega}{c_s}N\sin\theta\,\boldsymbol{e}_\perp,\qquad \boldsymbol{e}_\perp = (\cos\varphi, (1-\omega^2/\omega_b^2)\sin\varphi). \tag{19}$$

Результат интегрирования (17) по ω имеет вид

---

* Условия применимости этого приближения имеют громоздкий вид, поэтому мы их приводить не будем (см., например, аналогичные условия для анизотропной среды, имеющей резонансное направление, в [9])

$$P(\boldsymbol{R},\ t) = -\frac{1}{2\pi^2 R}\int\limits_{\omega>0} d\omega\,\frac{(\omega^2-\omega_b^2)^{1/2}}{(\omega^2-\Omega_c^2\sin^2\theta)^{1/2}}\times$$
$$\times\ |\boldsymbol{F}(\omega,\ \boldsymbol{s})|\,\Phi(\omega,\ \theta,\ \varphi)\sin(\omega t - KR - \psi), \tag{20}$$

где $\psi = \arg F(\omega,\ \boldsymbol{s})$. Из системы уравнений для АГВ в [1] следует, что $P_\omega(\boldsymbol{R})$ и $V_{R\omega}(\boldsymbol{R})$ связаны соотношением

$$V_{R\omega} = (i\,\omega\,\rho_{00}\cos\theta)^{-1}\,\partial P_\omega/\partial x,$$

откуда, вычислив V_R с той же степенью точности, получим

$$V_R(\boldsymbol{R},\ t) = -\frac{1}{2\pi^2 R\,\rho_{00}\,c_s}\int\limits_{\omega>0} d\omega\,\frac{(\omega^2-\omega_a^2)^{1/2}}{\omega^2-\Omega_c^2\sin^2\theta}\,\omega\,|F(\omega,\ \boldsymbol{s})|\times$$
$$\times\,\Phi(\omega,\ \theta,\ \varphi)\sin(\omega t - KR - \psi). \tag{21}$$

Потери источника на излучение определяются выражением

$$W = \int\limits_{-\infty}^{\infty} dt \int d\varphi\, d\theta \sin\theta\, R^2 P(\boldsymbol{R},\ t) V_R(\boldsymbol{R},\ t). \tag{22}$$

Подставив в (22) выражения (20) и (21) и проинтегрировав по t, получим

$$W = \frac{1}{4\pi^3\rho_{00}\,c_s}\int\frac{d\omega\, d\varphi\, d\theta}{(\omega^2-\Omega_c^2\sin^2\theta)^{3/2}}\sin\theta\,\omega\,(\omega^2-\omega_a^2)^{1/2}(\omega^2 -$$
$$-\ \omega_b^2)^{1/2}\,[\Phi(\omega,\ \theta,\ \varphi,)]^2\,|F(\omega,\ \boldsymbol{s})|^2. \tag{23}$$

Интегрирование в (23) распространяется на $\omega > 0$ и области, определенные неравенством (18). Перейдя в (23) от интегрирования по θ к новой переменной интегрирования $\xi = 1 - MN\cos\theta$, имеем

$$W^a = \frac{1}{4\pi^3\rho_{00}\,V_0}\int\limits_{\omega_a}^{\infty} d\omega\,(\omega^2-\omega_b^2)\int\limits_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{\omega^2-\Omega_c^2}\int\limits_{1-u}^{1+u} d\xi\,\times$$
$$\times\,\frac{\sin^2\xi\tau}{\xi^2}\,|F(\omega,\ \boldsymbol{s}(\xi))|^2; \tag{24}$$

$$W^g = \frac{1}{4\pi^3\rho_{00}\,V_0}\Bigg\{\int\limits_0^{\omega_b} d\omega\,(\omega_b^2-\omega^2)\int\limits_{\omega>|\Omega_c|}\frac{d\varphi}{\omega^2-\Omega_c^2}\int\limits_{1-u}^{1+u} d\xi\,\frac{\sin^2\xi\tau}{\xi^2}\times$$
$$\times\,|F(\omega,\ \boldsymbol{s}(\xi))|^2 + \int\limits_0^{\omega_b} d\omega\,(\omega_b^2-\omega^2)\int\limits_{\omega<|\Omega_c|}\frac{d\varphi}{-\omega^2+\Omega_c^2}\times \tag{25}$$
$$\times\left[\int\limits_{-\infty}^{1-u} + \int\limits_{1+u}^{\infty}\right] d\xi\,\frac{\sin^2\xi\tau}{\xi^2}\,|F(\omega,\ \tilde{\boldsymbol{s}}(\xi))|^2\Bigg\}.$$

В (24) и (25) W^a и W^g — соответственно потери на излучение акустической и гравитационной ветвей АГВ, $\tau = \omega t_0$, $u = M^2(\omega^2 - \omega_a^2)/(\omega^2 - \omega_b^2)$, а

$$s(\xi) = \frac{\omega^2}{V_0(\omega^2 - \Omega_c^2)^{1/2}} [-(1-\xi)^2 + u^2]^{1/2} e_\perp,$$

$$\tilde{s}(\xi) = \frac{\omega^2}{V_0(\Omega_c^2 - \omega^2)^{1/2}} [(1-\xi)^2 - u^2]^{1/2} e_\perp.$$

Выясним поведение (24) и (25) при $\tau \gg 1$: очевидно, что вклад $\sim \tau$ в них появляется, если точка $\xi = 0$ находится в области интегрирования, что, в свою очередь, накладывает ограничение на величину u, т. е. в (24) и (25) выделяются области интегрирования, соответствующие $\varkappa_j^2 > 0$ (см. (7)). При $\tau \gg 1$ величина $\sin^2 \xi\tau/\xi^2 \to \pi\tau\delta(\xi)$, откуда после несложного анализа из (24) и (25) следует формула, описывающая когерентный вклад в потери источника на излучение:

$$W_j = 2t_0 I_j = \frac{2t_0}{8\pi^2 \rho_{00} V_0} \int d\omega d\varphi \frac{\omega^2 - \omega_b^2}{\omega^2 - \Omega_c^2} \omega \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial \varkappa_j^2}{\partial \omega}\right) \times \theta(\omega)\, \theta(\varkappa_j^2)\, |F(\omega, A\varkappa_j e_\perp)|^2, \tag{26}$$

где $|A\varkappa_j e_\perp|^2 = s^2(0) = \tilde{s}^2(0)$, а $A = \omega^2/|\omega^2 - \Omega_c^2|$. Для точечного источника ($F = q_0$) (26) переходит в (11). Выражение (26) эквивалентно формуле для интенсивности излучения АГВ в [1]: например, после интегрирования по φ для гауссова распределения источника массы мы получим соответствующие результаты [1].

3. Прокомментируем полученный результат (26): критерием справедливости формул для интенсивности в [1] и (11) для движения на конечном отрезке является требование $\omega t_0 \gg 1$ или $L \gg 2V_0/\omega$, где $L = 2V_0 t_0$ — длина пробега излучателя. Разумеется, это условие такое же, как и в электродинамике [2], так как оно носит интерференционный характер. Проверим возможности его выполнения для сверхзвукового движения источника с малыми, но конечными масштабами распределения. Если M не близко к 1, то акустическая ветвь излучается при $\Omega_0 < \omega < \omega_{\max} \sim V_0/b$, где $\omega_{\max}$ — частота обрезания акустической ветви при больших ω, b — продольный масштаб распределения источника [1]. Требование $\Omega_0 t_0 \gg 1$ приводит к $L \gg 4MH(M^2-1)^{1/2}/(M^2 - 1 + \delta^2)^{1/2}$, где $\delta^2 = 1 - \omega_b^2/\omega_a^2 = (2-\gamma)^2/\gamma^2 = 9/49$ при $\gamma = 1{,}4$. Для источника малых размеров $\omega_{\max} \gg \Omega_0$, и если $M \gg 1$, то $L \gg 4MH \gg b$. Таким образом, для эффективного излучения низких частот ($\omega \gtrsim \Omega_0$) требуется большой пробег гиперзвукового источника, а для излучения высоких (а ими определяется интенсивность для излучателя малых размеров) достаточно $L \gg b$, что легко выполняется. Если $M \approx 1$ ($M > 1$), то акустическая ветвь излучается при $\omega > \Omega_0$, а неравенство $\Omega_0 t_0 \gg 1$ приводит к $L \gg 4H(M^2-1)^{1/2}/\delta$, т. е. при околозвуковой скорости движения излучение акустических волн легко формируется при малых пробегах излучателя. Однако следует помнить, что в этом случае интенсивность излучения очень мала [1]. Если $M > 1$, то гравитационные волны излучаются при $\omega_b > \omega > \Omega_{c,\min} \sim \omega_b \Delta\varphi$, где $\Delta\varphi \ll 1$ — угловое «размытие» резонансного направления ($\varphi_\delta = \arcsin \omega/\omega_b$) для источника с конечным поперечным масштабом a. Величина $\Delta\varphi$ стоит в аргументах логарифмов в формулах (30), (36), в [1]. Условие $\omega_b t_0 \gg 1$ дает $L \gg 4MH/(1-\delta^2)^{1/2} \sim MH$ при $M \gg 1$ и $L \gg 4H/(1-\delta^2)^{1/2} \sim H$, если $M \approx 1$. Требование $\Omega_{c,\min} t_0 \gg 1$ приводит к $L \gg 8MH^2/[a(1-\delta^2)] \sim MH^2/a$, если $M \gg 1$, и $L \gg 8H^2/[a\delta(1 - \delta^2] \sim H^2/a$ при $M \approx 1$. Следовательно, при гиперзвуковых скоро-

стях для формирования черенковского излучения гравитационных волн нужен значительно больший пробег, чем при околозвуковом движении. Далее, для формирования излучения гравитационной ветви АГВ на низких частотах ($\omega \gtrsim \Omega_{c,\,\min}$) необходим очень большой пробег излучателя ($H \gg a$), что связано с сильным влиянием резонансного направления.

Из (23) следует, что черенковское условие имеет вид $\xi = 1 - MN(\omega, \theta, \varphi) \cos\theta = 0$, т. е. аналогично условию в $\boldsymbol{k}$-пространстве. Возможность такой эквивалентной записи отмечена в [3, 4]. Действительно, заменим в (2), (5) и (8) функции Ханкеля их асимптотиками и положим $\varkappa = \omega \operatorname{tg}\theta/V_0$, тогда фаза в интеграле (2) равна $\omega\,[t \mp N(r\sin\theta \pm x\cos\theta)/c_s] \mp \pi/4$ и формально совпадает с соответствующим выражением для изотропной среды [2]. Связь величины N с показателем преломления можно выяснить, следуя [4]. Найдем функцию Грина (15) уравнения (13) при помощи преобразования Фурье, затем выполним интегрирование по абсолютной величине волнового числа с помощью теории вычетов, а оставшийся интеграл по угловым переменным на больших расстояниях можно вычислить методом стационарной фазы. При этом оказывается, что значение показателя преломления n (см. формулу (6) в [1]) в стационарной точке

$$n_{st} = N\left(1 - 2\frac{\Omega_c^2}{\omega^2}\sin^2\theta + \frac{\omega_b^2\,\Omega_c^2}{\omega^4}\sin^2\theta\right)^{1/2},$$

а величина K в (17) равна произведению $\omega n_{st}/c_s$ на косинус угла между стационарным направлением в $\boldsymbol{k}$-пространстве и направлением на точку наблюдения. Естественно, для точечного источника вычисления асимптотическим методом дают точный результат (15).

Автор выражает благодарность В. Н. Красильникову за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Д. Липовский, Изв. вузов — Радиофизика, **23**, № 2, 159 (1980).
2. И. Е. Тамм, Собрание трудов, т. 1, изд. Наука, М., 1976, с. 77.
3. С. Н. Столяров, Изв. вузов — Радиофизика, **6**, № 6, 1268 (1963).
4. Б. М. Болотовский, О. С. Мергелян, С. Н. Столяров, Изв. АН Арм. ССР, Физика, **4**, № 4, 203 (1969).
5. Б. М. Болотовский, С. Н. Столяров, Проблемы теоретической физики, Сборник памяти И. Е. Тамма, изд. Наука, М., 1972, с. 267.
6. L. B. Felsen, IEEE Trans. Ant. Prop., **AP-17**, № 2, 191 (1969).
7. C. H. Liu, K. C. Yeh, Tellus, **23**, № 2, 150 (1971).
8. Г. Бэйтмен, А. Эрдейи, Высшие трансцендентные функции, 2, изд. Наука, М., 1966.
9. Н. С. Беллюстин, В. П. Докучаев, Изв. вузов — Радиофизика, **18**, № 1, 17 (1975).

Ленинградский государственный университет

Поступила в редакцию 23 апреля 1979 г.

CHERENKOV RADIATION OF ACOUSTO-GRAVITATION WAVES BY A HORISONTALLY MOVING SOURCES. II

V D. Lipovskij

Radiation of acousto-gravitation waves (AGW) by a horisontally moving source of a mass at a finite length of the trajectory is considered. Losses for the coherent radiation of AGW by an arbitrary source have been calculated. Estimations have been obtained defining the applicability region of the results for the motion along the infinite trajectory to the problem on AGW radiation by a source moving at a finite interval.