

Рассмотрим численный пример. Для метрового диапазона радиоволн диэлектрическая проницаемость льда равна 1,7 [4]. Подставляя это значение в (10) и пренебрегая в правой части этих неравенств f , что лишь ослабляет неравенства, найдем для средней поляризуемости снежинки $1 < \frac{4\pi}{3} \frac{\epsilon + 2}{\epsilon - 1} \frac{\alpha}{V} < 1,06$. Отсюда видно, что в этом случае погрешность оценок (10) не превышает 3%, а этот результат следует признать довольно хорошим, если учесть сложность задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, Гостехиздат, М., 1957.
2. Г. Поляя, Г. Сегё, Изопериметрические неравенства в математической физике, Физматгиз, М., 1962.
3. А. Л. Бердичевский, В. Л. Бердичевский, ДАН СССР, 224, № 2, 313 (1975).
4. В. И. Розенберг, Рассеяние и ослабление электромагнитного излучения атмосферными частицами, Гидрометеоздат, Л., 1972.

Красноярский государственный
университет

Поступила в редакцию
13 июня 1979 г.

УДК 538.561

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ РЕШЕТКИ ИЗ КОНЕЧНОГО ЧИСЛА КРУГОВЫХ ЦИЛИНДРОВ

А. И. Глушцов

В [1] методом разделения переменных с использованием теорем сложения для цилиндрических волновых функций рассмотрена задача электромагнитного возбуждения решетки из конечного числа параллельных круговых металлических цилиндров продольным дипольным источником. В настоящей заметке приводятся некоторые из результатов расчета, иллюстрирующие возможности алгоритма численного решения, разработанного на основе [1].

В случае продольного электрического диполя суммарное поле в волновой зоне в экваториальной плоскости определяется выражением

$$E_{\theta} = -k^2 \rho^{-1} \exp [ik\rho - ik\rho^0 \cos(\varphi - \varphi^0)] S(\varphi),$$

где множитель ослабления

$$S(\varphi) = 1 + \exp [ik\rho^0 \cos(\varphi - \varphi^0)] \sum_{j=1}^N \exp [ik\rho_j, 0 \cos(\varphi - \varphi_j, 0)] \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-i)^n X_n^j J_n(ka_j) \exp(in\varphi),$$

ρ , φ и ρ^0 , φ^0 — полярные координаты (с центром O) точек наблюдения и расположения источника соответственно, $\rho_j, 0$, $\varphi_j, 0$ — полярные координаты точки O в j -й локальной системе координат с центром O_j , связанным с j -м цилиндром, a_j — радиус j -го цилиндра, N — число цилиндров в решетке, k — волновое число. Величины X_n^j находятся из бесконечной системы линейных уравнений

$$X_n^j + \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq j}}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_{nm}^{sj} X_m^s = f_n^j \\ (j = 1, \dots, N, \quad n = 0, \pm 1, \dots)$$

с матричными элементами

$$a_{nm}^{sj} = \frac{J_m(ka_s) H_{m-n}^{(1)}(kl_{sj}) \exp [i(m-n)\varphi_{sj}]}{H_n^{(1)}(ka_j)}$$

и правыми частями

$$f_n^l = - \frac{H_n^{(1)}(k \rho_j^0) \exp(-\ln \varphi_j^0)}{H_n^{(1)}(ka_j)}$$

Здесь l_{sj} , φ_{sj} — полярные координаты точки O в s -й локальной системе координат.

Для получения численных результатов бесконечная система заменяется усеченной: $n, m = 0, \pm 1, \dots, \pm M$. Порядок усечения M выбирается из условия $M = [2ka_{\max}]$, где $a_{\max} = \max_{1 \leq j < N} \{a_j\}$. Если $ka_{\max} \ll 1$, то достаточно ограничиться значением $M = 0$.

При заданном M размерность матрицы усеченной системы, равная $(2M + 1)N$, определяет наибольшее число элементов решетки при расчетах на ЭВМ. Например, используя только оперативную память ЭВМ «Минск-32», можно решать системы с комплексной матрицей порядка 150×150 , т. е. при $M = 1$ наибольшее число элементов решетки $N = 50$, а при $M = 0$ это число увеличивается в три раза.

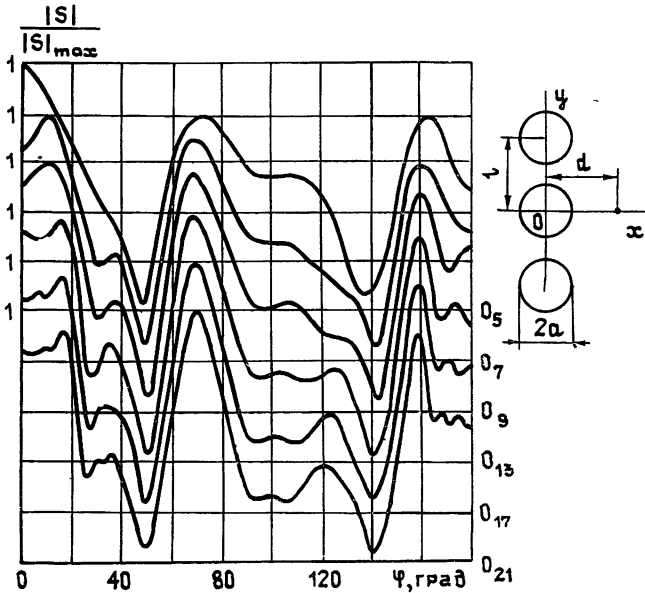


Рис. 1.

В качестве примера приведем результаты расчета поля излучения продольного электрического диполя, расположенного у плоской периодической конечной решетки из круговых цилиндров (рис. 1). Диаграммы направленности (нормированная величина $|S(\varphi)|$) рассчитывались при $a = 0,1l$, $kl = kd = 1,5\pi$ для различного числа цилиндров $N = 5, 7, 9, 13, 17, 21$. Здесь l — расстояние между осями соседних цилиндров, a — радиус цилиндров, d — расстояние от источника до оси центрального цилиндра. Бесконечная решетка с такими же параметрами рассмотрена в [2]. Следует отметить, что существенные отличия приведенных диаграмм направленности от [2] имеются даже при наибольшем из рассмотренных значений $N = 21$, хотя на диаграммах прослеживается тенденция к образованию минимума излучения в направлении $\varphi = 90^\circ$ (в случае бесконечной решетки излучение вдоль решетки отсутствует).

Так как при E -поляризации на цилиндрических проводниках наводятся лишь продольные токи, то приближенное решение задачи возбуждения цилиндрического тела произвольного поперечного сечения продольным электрическим диполем можно получить, заменив сплошную поверхность тела решеткой из круговых цилиндров. Для получения удовлетворительных результатов радиусы цилиндров необходимо брать значительно меньше длины волны, а расстояния между соседними цилиндрами — меньше половины длины волны. На рис. 2 представлены диаграммы направленности в случае некоторых простых тел, для которых известно строгое решение. Рис. 2а относится к ситуации, когда поверхность бесконечной ленты шириной $L = 1,25\lambda$ заменяется плоской решеткой из $N = 11$ цилиндров радиуса $a = 0,03\lambda$. Расстояние между осями цилиндров $l = 0,125\lambda$, удаление диполя от поверхности ленты $d = l$, взаимное располо-

жение диполя и ленты указано на рисунке. Некоторое расхождение с точным решением [3] (пунктирная линия) объясняется недостаточно малым радиусом цилиндров. На рис. 2б изображены диаграммы направленности диполя у эквидистантной криволинейной решетки, образующей поверхность кругового цилиндра. Расчеты производились для значений радиуса моделируемого цилиндра $ka_1 = 1$ и $ka_2 = 2$, число элементов в решетке $N = 36$ и $N = 72$ соответственно, расстояние от источника до поверхности цилиндра в обоих случаях $kd = \pi/2$. Радиусы цилиндров в решетке брались достаточно малыми, $ka = 0,005$, так что результаты практически совпали со строгим решением [4].

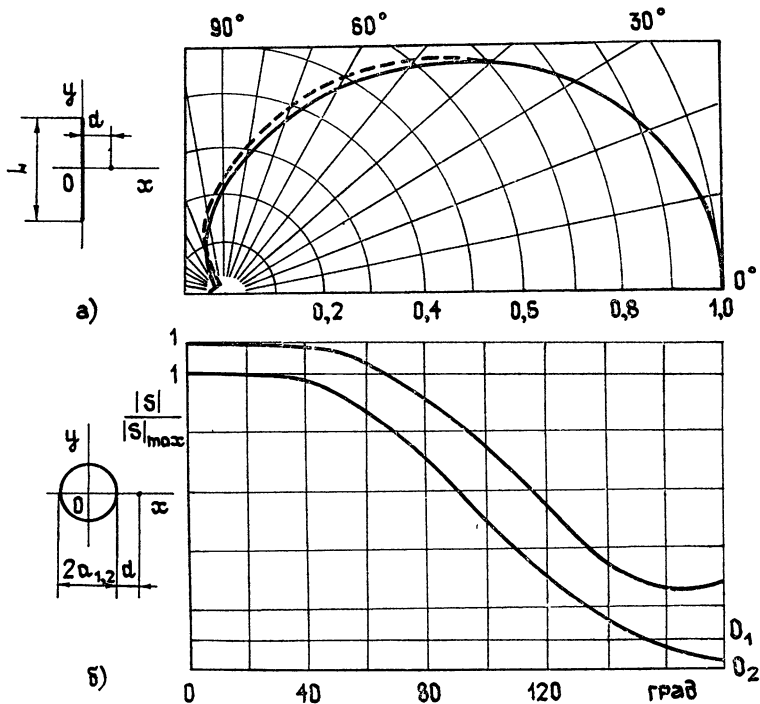


Рис. 2.

Разработанный алгоритм численного решения позволяет изучать направленность излучения электрического диполя, расположенного вблизи решетки со сложной формой поперечного сечения (например, в виде кривой второго порядка), и может применяться при расчете отражателей антенн и обтекателей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. А. Иванов, Дифференциальные уравнения, 4, № 3, 1127 (1968).
2. Т. Н. Галишникова, А. С. Ильинский, сб Вычислительные методы и программирование, изд. МГУ, вып. 24, 235 (1976).
3. Г. З. Айзенберг, В. Г. Ямпольский, С. Н. Терешин, Антенны УКВ, ч. 1, изд. Связь, М., 1977.
4. Г. Т. Марков, А. Ф. Чаплин, Возбуждение электромагнитных волн, изд. Энергия, М.—Л., 1967.

Белорусский государственный
университет

Поступила в редакцию
8 февраля 1979 г,
после доработки
24 июля 1979 г.