ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXIII, № 4 *РАДИОФИЗИКА* *1980*

УДК 538.3

О ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ В ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ ДВИЖУЩИХСЯ СРЕД

Г. А. Лупанов, *В. Д. Пикулин, Н. С. Степанов*

Исследуется поведение электромагнитных полей в окрестности тангенциального разрыва скорости. Показывается, что, в отличие от неподвижных сред, перепад полей на такой границе определяется не только «внешними» значениями параметров среды, но зависит также от внутренней структуры переходного слоя. В частности, конечный вклад дает наличие проводимости в этом слое. Рассматривается также влияние полюсов и нулей диэлектрической проницаемости. Анализ проводится на примере феноменологической модели среды, описываемой материальными соотношениями Минковского, и холодной плазмы.

Для ряда задач физики плазмы, электроники, космической электродинамики и т. д. представляет интерес анализ структуры электромагнитных полей в неоднородно движущихся средах, в том числе потоках с резкими границами (тангенциальными разрывами). В этом предельном случае, когда толщина переходной области (в которой происходит изменение скорости и других параметров среды) мала по сравнению с характерными масштабами полей, влияние неоднородного слоя естественно попытаться учитывать при помощи соответствующих граничных условий. Существенно, что в обычной ситуации (для неподвижных сред) последние являются универсальными в том смысле, что вид их не зависит от конкретной внутренней структуры переходного слоя, и поведение полей определяется лишь «внешними» значениями параметров среды за его пределами. Например, при классическом описании электромагнитного поля при помощи четырех векторов $\boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{D}$, $\boldsymbol{H}$ эти условия в отсутствие поверхностных сторонних источников сводятся к непрерывности E_τ, H_τ или равноценным условиям для непрерывности нормальных компонент B_n, D_n. Эти же условия, как известно [1], остаются в силе в движущейся недиспергирующей и непроводящей среде.

При наличии дисперсии и проводимости среды картина оказывается сложнее. Так, нетрудно видеть, что в проводящем потоке непрерывность H_τ уже не имеет места вследствие того, что на тангенциальном разрыве появляется конвекционный поверхностный ток $j_{\text{пов}}$, обусловленный сносом индуцированных полем свободных поверхностных зарядов. И, что особенно важно, значение $j_{\text{пов}}$ зависит от конкретного закона изменения параметров внутри переходного слоя (при заданном перепаде их на границе), тем самым граничное условие для H_τ уже не является универсальным в вышеуказанном смысле [2]. Это обстоятельство, а также некоторые другие принципиальные моменты проблемы граничных условий для движущихся сред в литературе (см. библиографию к [3]) ранее должным образом не учитывались*, поэтому представляет-

---

* Например, в [4] фактически полагалось $B_\tau = \text{const}$, что неверно даже в отсутствие проводимости, в результате сделан качественно ошибочный вывод о неустойчивости поверхностных волн на границе движущейся плазмы с вакуумом.

ся полезным хотя бы на простейших конкретных моделях сред провести более подробное исследование данного вопроса.

1. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Пусть, для определенности, имеем плоскослоистую среду, движущуюся по оси x. Параметры среды, в том числе и скорость потока V, будем считать зависящими от координаты z, причем в окрестности $z=0$ величина $V(z)$ по некоторому закону меняется от $V_1=0$ в области *1* ($z_1<0$) до $V_2=V$ в области *2* ($z_2>0$). Для наших целей достаточно рассмотреть гармонические по t и x поля вида $f(z)\exp[i(\omega t-k_x x)]$.

Предположим сначала, что среда характеризуется диэлектрической и магнитной проницаемостями $\varepsilon(\omega', z)$ и $\mu(\omega', z)$, а также имеет проводимость $\sigma(\omega', z)$, которые определены в локально-сопровождающей системе отсчета; относящиеся к последней величины здесь и далее будем помечать штрихом:

$$\omega'=(\omega-k_xV)/\sqrt{1-\beta^2},\qquad k'_x=\left(k_x-\beta\frac{\omega}{c}\right)\Big/\sqrt{1-\beta^2}$$

и т. д., где $\beta(z)=V(z)/c$. Будем исходить из следующих феноменологических уравнений электродинамики движущихся сред:

$$\operatorname{rot}\boldsymbol{E}=-\frac{i\omega}{c}\boldsymbol{B},\quad \operatorname{rot}\boldsymbol{H}=\frac{i\omega}{c}\boldsymbol{D}+\frac{4\pi}{c}\boldsymbol{j};\tag{1}$$

$$\boldsymbol{B}+[\boldsymbol{E}\beta]=\mu(\boldsymbol{H}+[\boldsymbol{D}\beta]),\quad \boldsymbol{D}+[\beta\boldsymbol{H}]=\varepsilon(\boldsymbol{E}+[\beta\boldsymbol{B}]);\tag{2}$$

$$\boldsymbol{j}=\frac{\sigma}{\sqrt{1-\beta^2}}\{\boldsymbol{E}+[\beta\boldsymbol{B}]-\beta(\beta\boldsymbol{E})\}+\rho\boldsymbol{V},\qquad \operatorname{div}\boldsymbol{D}=4\pi\rho.\tag{3}$$

Последний член в выражении (3) соответствует упоминавшемуся выше конвекционному току, учет которого для проводящих неоднородно движущихся сред необходим и в отсутствие сторонних источников.

Для вывода граничных условий, как обычно, нужно проинтегрировать уравнения (1) по промежутку z_1, z_2 и корректным образом совершить предельный переход $d=z_2-z_1\to 0$ (полагая $k_{z\,1,2}d\ll 1$). Специфика движущихся сред состоит уже в том, что, например, замкнутое условие для H_τ нельзя получить из одного только второго уравнения в (1) (поскольку значение $j_{\text{пов}}$ в нем остается неопределенным), а требуется рассмотреть самосогласованную систему (1)—(3). Последняя, как и для неподвижных сред, распадается на две независимые подсистемы для ТЕ- и ТМ-полей. В первом случае ($E=E_y$) имеем

$$\frac{dE_y}{dz}=\frac{i\omega}{c}\mu H_x,\qquad \mu\frac{dH_x}{dz}=\frac{ic}{\omega}k_z^2E_y,\tag{4}$$

где обозначено $k_z^2=\mu\tilde{\varepsilon}\omega'^2/c^2-k_x'^2$, $\tilde{\varepsilon}(\omega')=\varepsilon(\omega')-i4\pi\sigma/\omega'$. Для ТМ-волн ($H=H_y$ и $E_z\neq0$) уравнения можно записать в различных видах, например,

$$\tilde{\varepsilon}\frac{dE_x}{dz}=-ick_z^2\frac{H'_y}{\omega'};\tag{5}$$

$$-\frac{d}{dz}\left(\frac{H'_y}{\omega'}\right)=\frac{i\tilde{\varepsilon}}{c}E_x+\frac{k'_xc(\tilde{\varepsilon}-\varepsilon)}{\tilde{\varepsilon}\omega'(1-\beta^2)}\frac{d\beta}{dz}\frac{H'_y}{\omega'},\tag{6a}$$

где $H'_y=(H_y+\beta D_z)/\sqrt{1-\beta^2}$.

Вывод граничных условий из уравнений (4), (5) является тривиальным, если подразумевать (как обычно делается), что правые части их являются конечными — при этом имеем известные условия непрерывности

$$[E_{x,y}] = 0, \quad [H_x] = 0. \tag{7}$$

Здесь и далее знак $[H_x]$ обозначает скачок соответствующих величин на границе: $[H_x] = H_{x2} - H_{x1}$ и т. д. Аналогичным образом, если внутри переходной области (z_1, z_2) (где $\frac{d\beta}{dz} \neq 0$) проводимость отсутствует (при этом значения $\sigma_{1,2}$ вне границы могут быть отличными от нуля), из (6а) следует

$$\left[\frac{H'_y}{\omega'}\right] = 0, \tag{8}$$

что с учетом $V_1 = 0$ эквивалентно условию $H_{y1}(1 - k_x V_2/\omega) = H_{y2} + \beta_2 D_{z2}$. В этом случае, таким образом, связь между H_{y1} и H_{y2} не зависит от профиля $\beta(z)$ и $\varepsilon(z)$ внутри слоя*. В частности, если $\sigma_2 = 0$, имеем $D_{z2} = -H_{y2} ck_x/\omega$, $H'_{y2}/\omega'_2 \equiv H_{y2}/\omega$, и равенство (8) переходит в обычное условие $[H_y] = 0$.

Если же в переходном слое $\sigma \neq 0$, правая часть уравнения (6а) содержит член $\sim \frac{d\beta}{dz}$, и предположение о конечности ее при $d \to 0$ является неправомерным. Уравнение (6а) здесь неудобно, поскольку величина $\tilde{\varepsilon}(\omega')$ имеет особенность в точке синхронизма, где $\omega = k_x V$ (при $\omega' \to 0$ $\tilde{\varepsilon}(\omega') \to -i4\pi\sigma/\omega' \to \infty$). Вводя функцию $F(z) = \omega H'_y/\omega' \tilde{\varepsilon}$, его можно переписать в виде

$$-\frac{dF}{dz} = \frac{i\omega}{c} E_x + \frac{F}{\tilde{\varepsilon}}\left(\frac{d\varepsilon}{dz} - i\frac{4\pi}{\omega'}\frac{d\sigma}{dz}\right), \tag{6б}$$

где уже в точке синхронизма величина $\tilde{\varepsilon}\omega'$ конечна. Существенно, что содержащие производные параметров члены в (6а) или (6б) нельзя свести к полным дифференциалам, что фактически и означает невозможность однозначного выражения граничных условий для H_y через «внешние» значения ε, σ, V. Интегрируя (6б), получаем

$$[\ln F] = \varkappa, \quad \varkappa = -\lim_{d \to 0} \int_{z_1}^{z_2} \left(\frac{d\varepsilon}{dz} - i\frac{4\pi}{\omega'}\frac{d\sigma}{dz}\right)\frac{dz}{\tilde{\varepsilon}(\omega')}, \tag{9}$$

где величина $\varkappa$ зависит от конкретных профилей $\varepsilon(z)$, $\sigma(z)$, $\beta(z)$. Так, например, при $\sigma \to 0$ условие (9) совпадает с (8); если же в переходном слое можно считать $\varepsilon = \varepsilon_2 = \mathrm{const}$, $\sigma = \sigma_2 = \mathrm{const}$ (так что перепад их значений ε_1 и σ_1 соответственно происходит в области $z < z_1$, где $V = 0$), то из (9) следует непрерывность $F(z)$, т. е.

$$\left[\frac{H'_y}{\omega' \tilde{\varepsilon}(\omega')}\right] = 0. \tag{10}$$

---

* Иным способом (без рассмотрения уравнения (6а)) условие (8) можно получить, полагая, что движущаяся и неподвижная среды разделены тонким вакуумным промежутком [5].

Различие между условиями (8) и (10) достаточно существенно и приводит не только к количественным, но и к качественным особенностям в поведении электромагнитных волн. Например, при условии (8) вдоль границы с тангенциальным разрывом могут распространяться поверхностные волны, являющиеся при определенных условиях неустойчивыми [6]. В то же время условие (10), как нетрудно показать, поверхностных решений в случае одной границы раздела не допускает.

Таким образом, одна из особенностей движущихся сред состоит в том, что проводимость в области перепада $V(z)$ (несмотря на $d \to 0$) вносит конечный вклад в скачок H_y. Особенно существенным этот вклад может быть в случае «сверхсветовых» потоков, когда величина ω' меняет знак и наводимый на границе конвекционный ток «резонансным» образом взаимодействует с полем.

В диспергирующих средах возможна дополнительная особенность, если имеются резонансные частоты, на которых вещественная часть $\tilde{\varepsilon}(\omega', z)$ содержит полюс. При этом предположение об ограниченности правой части (6) снова нарушается (в том числе и при $\sigma = 0$). Если априори подразумевать непрерывность E_x, то из (6а) вместо (8) теперь следует

$$\left[\frac{H'_y}{\omega'}\right] = -\frac{i}{c} E_x \lim_{d\to 0} \int_{z_1}^{z_2} \varepsilon(\omega', z) dz, \tag{11}$$

где, очевидно, аналогично с (9) значение интеграла зависит от конкретного профиля скорости $V(z)$ и параметров среды, определяющих диэлектрическую проницаемость $\varepsilon(\omega', z)$.

Строго говоря, однако, здесь правые части уравнений (4) и (5) тоже расходятся, поэтому условия (7) также нуждаются в пересмотре. Для выяснения поведения полей в подобной ситуации нужно задать конкретный профиль $\varepsilon(\omega', z)$ в окрестности особой точки. Пусть это будет точка $z = 0$, причем $\omega'(0) \neq 0$; для определенности будем считать, что магнитная проницаемость $\mu(\omega')$ особенностей не имеет. Пусть $\sigma \to 0$ и зависимость $\varepsilon(\omega', z)$ в окрестности $z = 0$ можно аппроксимировать в виде

$$\varepsilon(z) = \frac{1}{\alpha z}. \tag{12}$$

Например, для типичной «осцилляторной» модели дисперсии среды

$$\varepsilon(\omega') = 1 - \frac{\omega_p^2(z)}{\omega'^2(z) - \omega_0^2} \tag{13}$$

при $\beta^2 \ll 1$ и линейном профиле $V(z)$ вблизи $z = 0$ (где $\omega'(0) = \pm\,\omega_0$) имеем $\alpha = 2k_x \omega'(0)\omega_p^{-2}(0)\dfrac{dV}{dz}$.

Подстановка (12) в (6б) приводит к следующему эталонному уравнению для H_y:

$$\frac{d^2 H_y}{dz^2} + \frac{1}{z}\frac{dH_y}{dz} + \frac{a}{z} H_y = 0, \tag{14}$$

где $a = \omega'^2(0)\mu(0)/\alpha c^2$. Представляя решение (14) в виде обобщенных степенных рядов, нетрудно найти

$$\begin{aligned} H_y(z) &= (C_1 + C_2 \ln z)(1 - az + \ldots) + C_2(2az + \ldots), \\ E_x(z) &= i\frac{\alpha c}{\omega}\left[(C_1 + C_2 \ln z)(-az + \ldots) + C_2(1 + az + \ldots)\right], \end{aligned} \tag{15}$$

где $C_{1,2}$ — константы. Следовательно, в точке $z=0$ поле H_y имеет логарифмическую расходимость, а величина E_x непрерывна. Тем самым оправдывается соотношение (11), связывающее значения H_y по разные стороны от особой точки. Подставляя (12) в (11) (или, что равноценно, дважды интегрируя (14)), при $\sigma=0$ имеем

$$[H_y]=C_2\lim_{d\to 0}\int_{z_1}^{z_2}\frac{dz}{z}=\pm i\pi C_2, \tag{16}$$

где, согласно (15), $C_2=-iE_x(0)\omega/c\alpha$. Знак в (16), определяемый направлением обхода полюса в комплексной плоскости z, можно уточнить, полагая, что частота имеет исчезающе малую мнимую поправку $i\gamma$ (причем $\gamma<0$, что соответствует «адиабатическому» включению поля), так что теперь $\varepsilon(z)=(\alpha z-i\delta)^{-1}$, где $\delta\sim\gamma\to 0$. В результате получаем граничное условие

$$[H_y]=E_x\frac{\pi\omega}{c|\alpha|}\operatorname{sign}\delta. \tag{17}$$

В частности, в случае (13) имеем $\delta=2\gamma\omega'(0)\omega_p^{-2}(0)$ и $\operatorname{sign}\delta=-\operatorname{sign}\omega'(0)$.

Таким образом, величина скачка H_y, т. е. вносимых резонансной областью ($\varepsilon\to\infty$) поверхностных токов, зависит от градиента скорости в резонансной точке; при этом знаки в (17), т. е. фаза поверхностных токов $\left(\text{независимо от знака } \frac{dV}{dz}\right)$, в до- и сверхсветовом значении $\omega'(0)$ оказываются противоположными.

Условия (7) нуждаются в уточнении также в случае, если в пределах переходного слоя диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(\omega')$ проходит через нуль. Строго говоря, последняя проблема не является специфичной для движущихся сред и возникает также, если $V=0$ и $\omega'=\omega$, но ε явно зависит от z. Здесь мы ограничимся случаем линейного профиля $\varepsilon(z)$ в окрестности особой точки $\varepsilon=\alpha z$, причем $\omega'(0)\neq 0$ и $\sigma\to 0$. Эталонное уравнение для анализа структуры поля в окрестности $z=0$, вытекающее из (6), теперь имеет вид

$$\frac{d^2H_y}{dz^2}-\frac{1}{z}\frac{dH_y}{dz}-k_x'^2(0)H_y=0. \tag{18}$$

Снова представляя решение (18) в виде обобщенных рядов, нетрудно найти

$$\begin{aligned} H_y&=C_1\left(1+\frac{k_x'^2(0)}{2}z^2\ln z+\ldots\right)+C_2(z^2+\ldots),\\ E_x&=i\,\frac{c}{\omega}\,\frac{k_x'^2(0)}{\alpha}\,C_1\left(\ln z+\frac{1}{2}+\ldots\right). \end{aligned} \tag{19}$$

По сравнению с (16) здесь, наоборот, величина H_y при $z=0$ остается непрерывной, а $E_x(z)$ имеет логарифмическую расходимость*. Аналогично с (16) и (17), предполагая «адиабатическое» включение поля, нетрудно найти граничные условия для E_x:

* Связанный с этим эффект «разбухания» поля в плазме рассматривался в [7, 8] и др., однако обсуждаемый здесь вопрос о граничных условиях в среде с резко меняющимися параметрами в них не затрагивается.

$$[E_x] = -\frac{\pi c}{\omega |\alpha|} k_x'^2(0) H_y \operatorname{sign} \delta, \tag{20}$$

где $\delta = -\operatorname{Im} \tilde{\varepsilon} \to 0$.

Таким образом, обычно подразумеваемое условие непрерывности E_τ здесь не имеет места, причем знак скачка E_x при заданном профиле $\varepsilon(z)$ зависит от знака $\omega'(0)$, как и в случае (17).

2. ХОЛОДНАЯ ПЛАЗМА

Использованные выше феноменологические уравнения Минковского (2) эквивалентны, очевидно, предположению о пространственно-локальной зависимости $\boldsymbol{D}(\boldsymbol{E})$ и $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{H})$ в сопутствующей системе отсчета, т. е. пренебрежению пространственной дисперсией операторов $\varepsilon(\omega')$ и $\mu(\omega')$. Соответственно анализ конкретных микроскопических моделей движущейся среды показывает, что уравнения (2) оказываются справедливыми, если поляризуемость атомов (молекул) описывается в дипольном приближении [9]. В общем случае связь между векторами поля будет в явном виде содержать производные скорости среды $V(z)$ [1]. Неприменимы уравнения (2) и для плазменных потоков, поскольку в уравнениях для последних также существенны нелокальные операторы типа $(\boldsymbol{v}\nabla)$. Поэтому, вообще говоря, граничные условия для тангенциальных разрывов в плазме нельзя получить как частный случай из результатов предыдущего раздела, просто подставляя в них соответствующие выражения для диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\omega')$, найденные для однородной среды.

В связи с этим мы на простейшей модели, не претендующей на полноту (высокочастотные поля в холодной электронной плазме без внешнего магнитного поля), исследуем структуру полей в плоскослоистом потоке плазмы. Как обычно для плазмоподобных сред, теперь не будем вводить векторы $\boldsymbol{H}$ и $\boldsymbol{D}$, и вместо второго уравнения в (1) пишем

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{B} = \frac{i\omega}{c} \boldsymbol{E} + \frac{4\pi}{c} e(N\boldsymbol{v} + N_s \boldsymbol{V}),$$

где $N(z)$ и $V(z)$ — невозмущенная концентрация электронов и скорость потока, N_s и $\boldsymbol{v}$ — высокочастотные возмущения соответствующих величин. Материальные свойства среды будем задавать релятивистским уравнением движения электронов

$$\begin{gathered} i(\omega - k_x V - i\nu_0 \sqrt{1-\beta^2}) \left[\boldsymbol{v} + \beta \frac{(\beta \boldsymbol{v})}{1-\beta^2} \right] + \sqrt{1-\beta^2} \times \\ \times (\boldsymbol{v}\nabla) \frac{V}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{e}{m} (\boldsymbol{E} + [\beta \boldsymbol{B}]) \end{gathered} \tag{21}$$

(где ν_0 — эффективная частота столкновений в локально-сопровождающей системе отсчета) совместно с уравнением непрерывности

$$i\omega N_s + \operatorname{div}(N_s \boldsymbol{V} + N\boldsymbol{v}) = 0. \tag{22}$$

Разделяя, как и выше, исходные уравнения на подсистемы для ТЕ- и ТМ-полей, нетрудно убедиться, что в первом случае они совпадают с (4), если в последние подставить $\tilde{\varepsilon}(\omega') = 1 - \omega_p^2/\omega'(\omega' - i\nu_0)$, $\mu = 1$ и соответственно положить $\boldsymbol{H}' = \boldsymbol{B}'$. Иными словами, для ТЕ-волн в холодной плазме феноменологический подход, основанный на уравнениях (2), справедлив. Что же касается ТМ-волн, то таким способом можно получить лишь уравнения (5), а вместо (6а) из (21), (22) следует

$$-\frac{d}{dz}\left(\frac{B'_y}{\omega'}\right)=\frac{i}{c}\,\tilde{\varepsilon}(\omega')E_x+\frac{i\nu_0}{\omega'-i\nu_0}\,\frac{k'_x c(\tilde{\varepsilon}-1)}{\tilde{\varepsilon}\,\omega'(1-\beta^2)}\,\frac{d\beta}{dz}\,\frac{B'_y}{\omega'}\,, \tag{23}$$

где $B'_y=(B_y+\beta E_z)/\sqrt{1-\beta^2}$. Как видно, при учете столкновений ($\nu_0\neq 0$) уравнение (23) не сводится к (6), что фактически обусловлено упоминавшимися выше нелокальными членами типа $(\boldsymbol{v}\nabla)V$, содержащимися в (21) и отсутствующими в (2).

Переходя к граничным условиям, заметим, что согласно (23) вид последних снова зависит от структуры переходного слоя, причем особого рассмотрения требует точка синхронизма $\omega'=0$, которая в данном случае совпадает с полюсом $\tilde{\varepsilon}(\omega')$. Что же касается особенностей, связанных с нулем $\varepsilon(\omega', z)$ и существенных при $\nu_0\to 0$, то здесь применимы результаты феноменологической теории, в том числе формулы (18)—(20), в которых под α и δ следует теперь понимать*

$$\alpha=\frac{1}{\omega_p^2}\left(\frac{d\,\omega'^2}{dz}-\frac{d\,\omega_p^2}{dz}\right)\Bigg|_{\omega'=\pm\omega_p},\quad \delta=-\frac{2\gamma}{\omega'}\,.$$

Для вывода граничного условия для B_y уравнение (23) удобно преобразовать к виду

$$-\frac{d}{dz}\left[\frac{B'_y}{\omega'-i\nu_0}\,\Phi(z)\right]=\frac{i}{c}\,\frac{\omega'}{\omega'-i\nu_0}\,\tilde{\varepsilon}(\omega')\Phi(z)E_x, \tag{24}$$

где

$$\Phi(z)=\exp\left[i\int\limits_{z_1}^{z}\frac{\nu_0\,\dfrac{d\omega'}{dz'}}{\omega'(\omega'-i\nu_0)\,\tilde{\varepsilon}}\,dz'+i\int\limits_{z_1}^{z}\frac{\dfrac{d\nu_0}{dz'}}{\omega'-i\nu_0}\,dz'\right].$$

За исключением точки $\varepsilon(\omega')=0$ величина $E_x(z)$ является непрерывной, в том числе, как показывает анализ эталонного уравнения, и в точке $\omega'=0$ (а поле B'_y в этой точке является конечным). С учетом этого из (24) в общем случае следует граничное условие

$$\left[\frac{B'_y}{\omega'-i\nu_0}\,\Phi(z)\right]=\frac{1}{c}\,E_x J, \tag{25}$$

$$J=-i\lim_{d\to 0}\int\limits_{z_1}^{z_2}\frac{\omega'\,\tilde{\varepsilon}(\omega')}{\omega'-i\nu_0}\,\Phi(z)dz.$$

Величина J в правой части (25) равна нулю, если синхронизм не достигается ($\omega'\neq 0$) или же частота столкновений в переходном слое достаточно велика, так что величина $\omega'\tilde{\varepsilon}$ не имеет особенности — в этих случаях, таким образом, на тангенциальном разрыве сохраняется комбинация $B'_y\,\Phi(z)/(\omega'-i\nu_0)$. Например, когда в области (z_1, z_2) $\omega_p=\mathrm{const}$ и $\nu_0=\mathrm{const}$, имеем

* Для границы неподвижной плазмы с вакуумом влияние плазменного резонанса на затухание поверхностных волн рассмотрено в [8].

$$\Phi(z) = \left(\frac{\omega' - i\nu_0/2 - \sqrt{\omega_p^2 - \nu_0^2/4}}{\omega' - i\nu_0/2 + \sqrt{\omega_p^2 - \nu_0^2/4}} \right)^{\frac{i\nu_0/2}{\sqrt{\omega_p^2 - \nu_0^2/4}}}. \tag{26}$$

При $\nu_0 \to 0$ $\Phi(z) \to 1$ и граничные условия сводятся к сохранению B'_y/ω', это фактически совпадает с (8).

Если же величина $\omega'(z)$ переходит через нуль, а плазму в переходном слое можно считать бесстолкновительной ($\nu_0 \ll |\omega' \pm \omega_p|$), следует учесть вклад особой точки $\omega' = 0$ в интеграл в (25). В результате вычисления дают

$$\left[\frac{B'_y}{\omega'}\right] = \frac{E_x J}{c}, \quad J = \frac{1}{k_x^2 \frac{dV}{dz}} \frac{d}{dz}\left(\omega_p^2 \Big/ \frac{dV}{dz}\right), \tag{27}$$

где все производные берутся в точке синхронизма. Величина J фактически учитывает черенковское излучение (или поглощение) электромагнитных волн «резонансными» частицами плазмы, движущимися синхронно с электромагнитной волной ($V = \omega/k_x$). Для оценки роли этих частиц приведем выражение для коэффициента отражения ТМ-волн от тангенциального разрыва с учетом граничного условия (27):

$$R = \frac{\varepsilon_1 k_{z2} - \varepsilon_2 k_{z1} - J k_{z1} k_{z2}}{\varepsilon_1 k_{z2} + \varepsilon_2 k_{z1} + J k_{z1} k_{z2}}. \tag{28}$$

Для сравнения заметим, что условие (8) дает аналогичное выражение, но без членов, пропорциональных J [10]. Пусть, например, $\frac{dV}{dz} > 0$, тогда при $\frac{d^2V}{dz^2} = 0$ и $\frac{d\omega_p^2}{dz} > 0$, так же как при $\frac{d\omega_p^2}{dz} = 0$ и $\frac{d^2V}{dz^2} < 0$, имеем $J < 0$, и коэффициент отражения из-за влияния резонансных частиц возрастает, что и понятно, поскольку здесь число электронов, отдающих энергию полю, превосходит их число, поглощающих энергию. Отметим, что для замагниченной плазмы с плавным профилем $V(z)$ подобные вопросы обсуждались в [11]; влияние особых точек на неустойчивость волн в потенциальном приближении рассматривалось в [12], однако особенности структуры полей в области с быстрым изменением параметров в данных работах не исследовались.

В заключение отметим, что одним из факторов, ограничивающих значения полей в особых точках, является тепловое движение частиц плазмы (влияние его в случае неподвижных сред обсуждалось, например, в [7, 8]). Не останавливаясь здесь подробно на этой проблеме, ограничимся замечанием, что при конечной ширине переходного слоя обсуждающиеся выше эффекты остаются, вообще говоря, в силе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, Гостехиздат, М., 1957.
2. Н. С. Степанов, В. Д. Пикулин, Л. А. Зелексон, VII Всесоюзный симпозиум по дифракции и распространению волн (Ростов-на-Дону, 1977), Краткие тексты докладов, 1, М., 1977, с. 115.
3. Б. М. Болотовский, С. Н. Столяров, Эйнштейновский сборник — 1974, изд. Наука, М., 1976.
4. S. R. Seshadri, J. Appl. Phys., 44, № 8, 3543 (1973).

5 В. Г. Гавриленко, Г. А. Лупанов, Н. С. Степанов, ЖТФ, 41, № 3, 534 (1971).
6. В. Д. Пикулин, Н С. Степанов, ЖТФ, 45, № 11, 2288 (1975).
7. Н. Г. Денисов, ЖЭТФ, 31, № 4(10), 609 (1956).
8. К. Н. Степанов, ЖТФ, 35, № 6, 1002 (1965).
9. A. N. Kaufman, Ann. of Phys., 18, № 2, 264 (1962).
10. В. Д. Пикулин, Н. С. Степанов, ЖТФ, 48, № 4, 649 (1978).
11. В. Г Гавриленко, Л. А. Зелексон, Изв. вузов — Радиофизика, 20, № 7, 982 (1977).
12. Н. Е. Андреев, А Ю. Кирий, М. А. Панченко, В. В. Фролов, Физика плазмы, 3, № 6, 1273 (1977).

Горьковский государственный университет

Поступила в редакцию 2 апреля 1979 г.

BOUNDARY CONDITIONS IN ELECTRODYNAMICS OF MOVING MEDIA

G. A Lupanov, V. D. Pikulin, N. S. Stepanov

The behaviour of electromagnetic fields is studied in the vicinity of a tangential discontinuity of the velocity. It is shown that in contrast to immovable media the field drop at such boundary is defined not only by «external» values of the medium parameters but depends also on the internal structure of the transition layer In particular, the finite contribution gives the presence of conductivity in this layer. The effect of poles and zeros of the dielectric permittivity is considered. The analysis is made by the example of a phenomenological model of a medium described by material Minkovskij relations and a cold plasma.