

УДК 538.56 : 519.25

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕЛИНЕЙНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВОЛН В НЕДИСПЕРГИРУЮЩИХ СРЕДАХ

С. Н. Гурбатов

Рассматриваются статистические характеристики плоских случайных волн, распространяющихся в недиспергирующих средах. Найдены пространственно-временные корреляционные функции и спектры нелинейных случайных волн в пространственно-разнесенных точках. Показано, что нелинейное взаимодействие приводит, с одной стороны, к увеличению времени корреляции волны в пространственно-разнесенных точках и, с другой стороны, к уменьшению корреляции в этих точках. Рассмотрено влияние разрывов на статистические характеристики нелинейной волны. Показано, что разрывы качественно меняют пространственно-временные корреляционные функции и спектры нелинейных волн

Известно, что при распространении волн в недиспергирующих средах, из-за выполнения условий синхронизма для всех взаимодействующих гармоник, происходит существенное искажение формы и спектра нелинейной волны. Эволюция вероятностных распределений и энергетических спектров случайных волн, описываемых уравнением Римана как без учета образования разрывов, так и с учетом появления в первоначально гладком профиле ударных фронтов, была подробно исследована в работах [1-6].

Представляет интерес рассмотреть и более общие характеристики случайных волн, а именно: пространственно-временные корреляционные функции и спектры интенсивных волновых полей. В настоящей работе исследованы пространственно-временные корреляционные функции и спектры плоских нелинейных волн в недиспергирующей среде с бесконечно малым коэффициентом высокочастотной диссипации. Рассмотрена эволюция пространственно-временных характеристик случайной на входе волны как на расстояниях, меньших характерной длины образования разрыва, так и в области развитых разрывов.

1. Считая, что на входе в нелинейную среду при $x = 0$ задано стационарное случайное поле $v_0(t)$, пространственно-временную корреляционную функцию плоской волны

$$\tilde{B}(\tilde{t} - \tilde{t}'; x, x') = \langle v(\tilde{t}, x) v(\tilde{t}', x') \rangle \quad (1)$$

(здесь \tilde{t} — время, x — расстояние от входа в среду) можно выразить через функцию корреляции волны в бегущей системе координат $x = x$, $t = \tilde{t} - x/c$:

$$\tilde{B}(\tilde{t} - \tilde{t}'; x, x') = B\left(t - t' + \frac{x - x'}{c}; x, x'\right). \quad (2)$$

Рассмотрим вначале случай, когда поле в нелинейной недисперги-

рующей среде описывается уравнением Римана, появлением разрывов еще можно пренебречь, и, следовательно, поле $v(t, x)$ записывается в виде

$$v = v_0(t + \beta vx), \quad (3)$$

где $v_0(t)$ — поле на входе в нелинейную среду, β — параметр нелинейности среды.

Для нахождения пространственно-временной корреляционной функции $B(\tau; x, x')$ и взаимного спектра $S(\omega; x, x')$,

$$B(\tau; x, x') = \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega; x, x') e^{-i\omega\tau} d\omega, \quad (4)$$

используем решение Римана в спектральной форме:

$$\begin{aligned} c(\omega, x) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} v(t, x) e^{i\omega t} dt = \\ &= -\frac{1}{2\pi i \omega \beta x} \int_{-\infty}^{\infty} [e^{-i\omega \beta x v_0(t)} - 1] e^{i\omega t} dt. \end{aligned} \quad (5)$$

Для представления $c(\omega, x)$ в виде (5) необходимо провести при интегрировании неявного решения (3) замену переменных $t = \xi - \beta v_0(\xi) x$ и проинтегрировать полученное выражение два раза по частям [7]. Используя соотношение $S(\omega; x, x') \delta(\omega - \omega') = \langle c(\omega, x) c^*(\omega', x') \rangle$ для спектра $S(\omega; x, x')$, получим

$$S(\omega; x, x') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[\theta_2(-\omega \beta x, \omega \beta x'; \tau) - 1]}{\omega^2 \beta^2 x x'} e^{i\omega\tau} d\tau. \quad (6)$$

Здесь $\theta_2(u_1, u_2; \tau)$ — двумерная характеристическая функция поля на входе. Таким образом, несмотря на квадратичную нелинейность среды, в силу распределенности нелинейного взаимодействия, для определения взаимных спектров необходимо знать двумерное вероятностное распределение входного поля.

В частном случае гауссовой статистики на входе, когда двумерное вероятностное распределение определяется корреляционной функцией $B_0(\tau)$ входного поля, для взаимного спектра $S(\omega; x, x')$ имеем из (6)

$$\begin{aligned} S(\omega; x, x') &= \exp[-\sigma^2 \omega^2 \beta^2 (x^2 + x'^2)/2] \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{[\exp(B_0(\tau) \omega^2 \beta^2 x x') - 1] e^{i\omega\tau}}{2\pi \omega^2 \beta^2 x x'} d\tau, \end{aligned} \quad (7)$$

где $\sigma^2 = B_0(0)$ — дисперсия $v_0(t)$.

2. Формулы (6), (7) описывают взаимный спектр римановой волны в точках x и x' . При $\beta \rightarrow 0$, т. е. для линейной среды, $S(\omega; x, x') = S_0(\omega)$ и пространственно-временная корреляционная функция в бегущей системе координат не зависит при этом от x, x' : $B(\tau; x, x') = B_0(\tau)$. Нелинейное взаимодействие приводит к изменению спектрального состава волны и, следовательно, к изменению функции корреляции. При $x' = x$ формулы (6), (7) описывают энергетический спектр случайной римановой волны на расстоянии x от входа в нелинейную среду и переходят в полученные в работах [1, 3].

Представляет интерес рассмотреть взаимные спектры и корреляционные функции поля на входе $v_0(t)$ и поля $v(t, x)$ на расстоянии x от входа в нелинейную среду. Полагая в (6) $x' \rightarrow 0$, для спектра $S(\omega; x, 0)$ имеем в общем случае

$$\begin{aligned} S(\omega; x, 0) &= \theta_1(\omega \beta x) \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(i \omega \beta x)^{s-1}}{s!} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \kappa_{1,s}(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau = \\ &= \theta_1(\omega \beta x) \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(i \omega \beta x)^{s-1}}{s!} G_{1,s}(\omega), \end{aligned} \quad (8)$$

где $\kappa_{1,s}(\tau)$, $G_{1,s}(\omega)$ — кумулянтные функции и спектры высших порядков входного поля [8], $\theta_1(u)$ — одномерная характеристическая функция $v_0(t)$. Таким образом, для определения взаимных спектров негауссовых процессов необходимо иметь информацию о спектрах высших порядков.

Для гауссовой статистики поля $v_0(t)$ из (8) имеем

$$S(\omega; x, 0) = S_0(\omega) \exp(-\sigma^2 \beta^2 \omega^2 x^2 / 2), \quad (9)$$

т. е. взаимный спектр поля в сечениях $x' = 0$ и x пропорционален спектру на входе и экспоненциальному множителю, описывающему нелинейное взаимодействие гармоник. При этом уменьшение корреляции на частоте ω определяется величиной дисперсии входного поля σ^2 , т. е. интегралом от входного спектра, и возрастает с увеличением частоты ω . Рассмотрим для примера изменение пространственно-временных корреляционных функций гауссова случайного поля для широкополосного шума с двумя различными входными функциями корреляции:

$$B_1(\tau) = \sigma^2 \exp(-\tau^2/\tau_0^2), \quad (10)$$

$$B_2(\tau) = \sigma^2 (1 - 2\tau^2/\tau_0^2) \exp(-\tau^2/\tau_0^2).$$

Тогда для $B(\tau; x, 0)$ имеем из (4), (9), (10)

$$B_1(\tau; x, 0) = \frac{\sigma^2}{(1 + \sigma^2 \beta^2 \gamma^2 x^2)^{1/2}} \exp(-\tau^2/\tau_*^2), \quad (11)$$

$$B_2(\tau; x, 0) = \frac{\sigma^2}{(1 + \sigma^2 \beta^2 \gamma^2 x^2)^{3/2}} (1 - 2\tau^2/\tau_*^2) \exp(-\tau^2/\tau_*^2),$$

где $\gamma = \sqrt{2}/\tau_0$ — ширина спектра на входе,

$$\tau_* = \tau_0 (1 + \sigma^2 \beta^2 \gamma^2 x^2)^{1/2} \quad (12)$$

— эффективное время корреляции. Из этих формул, так же, впрочем, как и непосредственно из (9), видно, что нелинейное взаимодействие увеличивает эффективное время корреляции $\tau_*(x)$ и в то же время приводит к уменьшению коэффициента корреляции в нуле $B(0; x, 0)$ (см. рис. 1). Физически это обусловлено тем, что из-за различного наклона характеристик ридмановой волны происходит с одной стороны расширение зон временной когерентности поля, а с другой стороны — их перекрытие.

3. Для квазимонохроматического на входе сигнала в нелинейной среде происходит генерация высших гармоник, которые можно считать разнесенными по спектру, и, следовательно, в этом случае можно вводить корреляционные функции гармоник. Рассмотрим эволюцию квази-

монохроматического гауссова сигнала с корреляционной функцией $B_0(\tau) = \sigma^2 A(\tau) \cos \omega_0 \tau$. Используя разложение подынтегральной экспоненты в (7) в ряд по модифицированным функциям Бесселя, получим для взаимного спектра римановой волны

$$S(\omega; x, x') = \exp \left[-\frac{\sigma^2 \omega^2 \beta^2 (x^2 + x'^2)}{2} \right] \frac{1}{2\pi \omega^2 \beta^2 x x'} \times$$

$$\times \left[\int_{-\infty}^{\infty} (I_0(\sigma^2 \omega^2 \beta^2 x x' A(\tau)) - 1) e^{i\omega\tau} d\tau + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \times \right.$$

$$\left. \times \int_{-\infty}^{\infty} I_n(\sigma^2 \omega^2 \beta^2 x x' A(\tau)) \exp [i(\omega + n \omega_0) \tau] d\tau \right]. \quad (13)$$

Здесь слагаемые в бесконечной сумме описывают эволюцию спектра гармоник квазимонохроматической волны, появляющихся из-за нели-

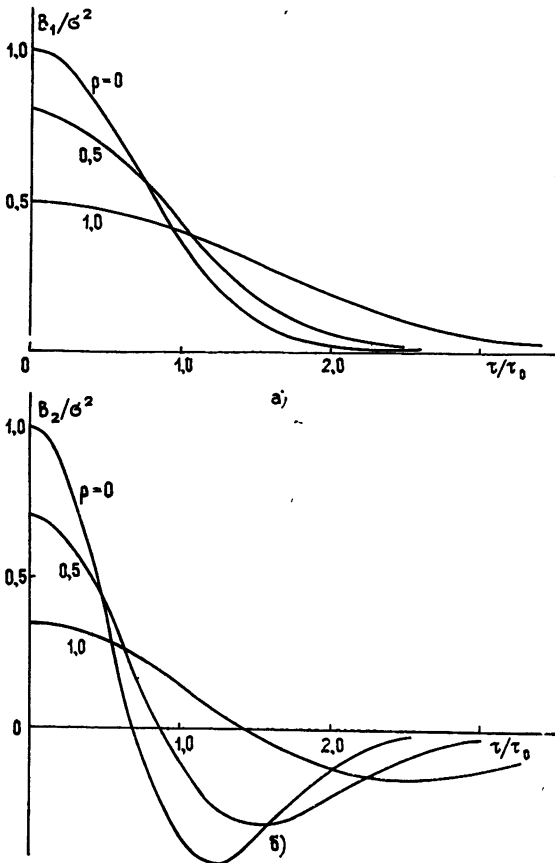


Рис. 1. Эволюция взаимной корреляционной функции $B(\tau; x, 0)$. Кривые приведены для различных входных функций корреляции: а) $B_1(\tau; x, 0)$, б) $B_2(\tau; x, 0)$ и значений параметра $\rho = \sigma\beta\gamma x = 0; 0,5; 1,0$.

нейного взаимодействия. В силу квазимонохроматичности падающей волны и выполнения условия $\gamma \ll \omega_0$, где γ — ширина спектра падающей волны, можно в аргументах функций Бесселя заменить $\omega \rightarrow n\omega_0$ и ввести корреляционные функции n -й гармоники

$$B_n(\tau; x, x') = \exp \left[-\frac{n^2(z^2 + z'^2)}{2} \right] \frac{2I_n(n^2 z z' A(\tau))}{n^2 z z'} \sigma^2 \cos n \omega_0 \tau, \quad (14)$$

где $z = \sigma \omega_0 \beta x$ — безразмерная координата. Для огибающей коэффициента корреляции n -й гармоники имеем из (14)

$$R_n(\tau; x, x') = \frac{I_n(n^2 z z' A(\tau))}{[I_n(n^2 z^2) I_n(n^2 z'^2)]^{1/2}} \approx \approx A^n(\tau) \left[1 + \frac{n^2}{8(n+1)} (2A^2(\tau) z^2 z'^2 - z^4 - z'^4) \right]. \quad (15)$$

Из (15) видно, что коэффициент корреляции n -й гармоники на начальной стадии распространения не зависит от продольных координат x и x' и равен $A^n(\tau)$. Характерный масштаб продольной корреляции x_* , определяемый из условия существенного уменьшения продольного коэффициента корреляции $R_n(0; x_*, x' \rightarrow 0)$, равен $x_* \approx (8(n+1)/n^2)^{1/4} / \sigma \omega_0 \beta$ и уменьшается как с увеличением номера гармоники, так и с увеличением интенсивности входного поля.

Кроме генерации высших гармоник, в нелинейной среде происходит детектирование высокочастотной волны и выделение низкочастотных составляющих, спектр которых описывается первым слагаемым в (13). Для функции корреляции низкочастотной компоненты, в силу условия $\gamma \ll \omega_0$ и условия $\sigma \omega_0 \beta x \leq 1$, связанного с областью применимости риманового решения, можно разложить I_0 в ряд и получить из (13)

$$B_n(\tau; x, x') = -\frac{\sigma^4 \beta^2 x x'}{2} \frac{d^2}{d\tau^2} A^2(\tau), \quad (16)$$

т. е. для низкочастотных компонент коэффициент корреляции не зависит от x, x' и пропорционален второй производной квадрата коэффициента огибающей высокочастотного входного сигнала.

Приведем для сравнения пространственно-временные функции корреляции квазимонохроматического сигнала со случайной фазовой модуляцией $v_0(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi(t))$, считая, что фаза распределена по нормальному закону и имеет структурную функцию $D_\varphi(\tau)$. Прежде всего, следует отметить, что в этом случае не происходит детектирования низкочастотных составляющих спектра. Для корреляционных функций высших гармоник, учитывая, что $\gamma \ll \omega_0$, имеем из (7)

$$B_n(\tau; x, x') = \frac{4J_n(nz)J_n(nz')}{n^2 z z'} \frac{A_0^2}{2} \exp\left(-\frac{n^2 D_\varphi(\tau)}{2}\right) \cos n \omega_0 \tau, \quad (17)$$

где $z = A_0 \omega_0 \beta x$ — безразмерная координата. Из (17) видно, что в отличие от гауссовой статистики входного поля (14) для сигналов с фазовой модуляцией форма $B_n(\tau; x, x')$ по времени не зависит от пространственного разнесения точек. Для корреляционной функции входного поля $v_0(t)$ и поля $v(t, x)$ в сечении x нелинейной среды, для гауссова квазимонохроматического входного сигнала и сигнала с фазовой модуляцией имеем соответственно из (6)

$$B(\tau; x, 0) = \sigma^2 A(\tau) \exp(-\sigma^2 \omega_0^2 \beta^2 x^2 / 2) \cos \omega_0 \tau, \quad (18)$$

$$B(\tau; x, 0) = \frac{A_0^2}{2} e^{-D_\varphi(\tau)/2} \frac{2J_1(A_0 \omega_0 \beta x)}{A_0 \omega_0 \beta x} \cos \omega_0 \tau.$$

Из (18) следует, что для сигнала с гауссовой статистикой поля на вхо-

де, при одинаковых начальных энергиях, происходит более быстрое уменьшение корреляции полей в сечениях $x' = 0$ и x .

4. До сих пор мы рассматривали пространственно-временные корреляционные функции римановой волны на расстояниях, меньших характерной длины образования разрыва, т. е. при $\sigma\omega_*\beta x \ll 1$, где σ , ω_* — характерная амплитуда и частота волны на входе. Появление разрывов в первоначально непрерывной волне существенно изменяет статистические характеристики нелинейной волны [4–6], в том числе и пространственно-временные корреляционные функции и спектры. Рассмотрим случай, когда $\sigma\omega_*\beta x \gg 1$. При этом нелинейная волна в недиспергирующей среде представляет из себя последовательность треугольных импульсов с одинаковым наклоном, равным $1/\beta x$. Для фурье-образа разрывной волны в этом случае имеем

$$c(\omega, x) = -\frac{1}{2\pi i \omega} \sum_k \Delta v_k(x) e^{i\omega t_k(x)} + \frac{1}{i\omega\beta x} \delta(\omega), \quad (19)$$

где Δv_k — амплитуда разрыва, t_k — его координата. Для взаимного спектра стационарного сигнала на разрывной стадии можно получить

$$S(\omega; x, x') = \frac{1}{2\pi\omega^2 \bar{T}} \left\langle \sum_{p=0}^{\infty} \Delta v_k(x) \Delta v_{k+p}(x') \times \right. \\ \left. \times \exp [i\omega(t_k(x) - t_{k+p}(x'))] - \frac{1}{\beta^2 x x'} \delta(\omega) \right\rangle, \quad (19')$$

где \bar{T} — среднее расстояние между разрывами, а усреднение проводится по случайным координатам t_k и амплитудам Δv_k разрывов, статистика которых определяется статистическими характеристиками входного поля.

Будем считать, что на входе задана квазимонохроматическая волна

$$v_0(t) = (a_0 + a(t)) \sin(\omega_0 t + \psi), \quad (20)$$

где ψ — случайная начальная фаза, распределенная равномерно в интервале $[-\pi, \pi]$. При этом на расстояниях $a_0\omega_0\beta x \gg 1$ амплитуды разрывов не зависят от входной амплитуды и равны $\Delta v_k = 2\pi/\omega_0\beta x$, а координаты разрывов определяются производной входной амплитуды $b = da/dt$ [6]:

$$t_k = \frac{2\pi}{\omega_0} k - \frac{\psi}{\omega_0} - \frac{\beta x}{\omega_0} b \left(\frac{2\pi}{\omega_0} k - \frac{\psi}{\omega_0} \right). \quad (21)$$

При выводе этих соотношений предполагалось, что слиянием разрывов можно пренебречь; последнее выполняется при $x_* \ll \omega_0/\beta b'_t \sim (\omega_0/\gamma)^2 (\omega_0\sigma_a\beta)^{-1}$, где σ_a и γ — характерная дисперсия и ширина спектра входной амплитудной модуляции $a(t)$. Из (19), (20) видно, что для нахождения взаимного спектра $S(\omega; x, x')$ на разрывной стадии римановой волны необходимо задавать двумерную характеристическую функцию производной амплитуды $b(t)$: $\theta_{2b}(\omega_1, \omega_2; \tau)$. Для гауссовой статистики $v_0(t)$, производя усреднение и используя формулу суммирования Пуассона, имеем для $S(\omega; x, x')$ [6]:

$$S(\omega; x, x') = \frac{1}{\omega^2 \beta^2 x x'} \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} G(\omega - k\omega_0) - \delta(\omega) \right), \quad (22)$$

$$G(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ -\beta^2 \frac{\omega^2}{2\omega_0^2} [\sigma_b^2 (x^2 + x'^2) - 2xx' B_b(\tau)] + iu\tau \right\} d\tau.$$

Здесь $B_b(\tau) = -B_a'(\tau)$ — корреляционная функция $b(t) = \partial a / \partial t$. В формуле (22) суммирование ведется по номерам гармоник пилообразной волны, и слагаемые суммы представляют собой взаимные спектры гармоник. Используя условие, что $\gamma \ll \omega_0$, где γ — ширина спектра $a(t)$, для корреляционной функции n -й гармоники имеем из (22)

$$B_n(\tau; x, x') = \frac{2}{n^2 \omega_0^2 \beta^2 x x'} \exp \left\{ -\sigma_b^2 n^2 \beta^2 [x^2 + x'^2 - 2xx' R_b(\tau)] / 2 \right\} \cos n \omega_0 \tau, \quad (23)$$

$$R_n(\tau; x, x') = \exp \left\{ -\frac{n^2}{2} [z^2 + z'^2 - 2zz' R_b(\tau)] \right\} \cos n \omega_0 \tau,$$

где $B_b(\tau) = \sigma_b^2 R_b(\tau)$, $z = \sigma_b \beta x$. Из этих формул видно, что продольный коэффициент корреляции $R_n(0; x, x') = \exp[-n^2(z - z')^2]$ экспоненциально убывает с увеличением расстояния между точками x, x' и с увеличением номера гармоники. При этом происходит перераспределение энергии по взаимному спектру: уменьшение дискретной составляющей и относительное увеличение энергии, сосредоточенной в непрерывной части спектра. Отношение энергии, содержащейся в дискретной части спектра, ко всей энергии гармоники равно $R_n(\infty; x, x') / R_n(0; x, x') = \exp(-n^2 z z')$ и уменьшается как с увеличением расстояния от входа в нелинейную среду, так и с увеличением номера гармоники.

Такая трансформация спектра на гармониках пилообразной волны связана с взаимодействием высших гармоник волны с низкочастотной составляющей, появляющейся из-за автодетектирования высокочастотной волны. Сам же взаимный спектр низкочастотной волны описывается членом $n = 0$ в выражении (22) и, как легко видеть, совпадает со взаимным спектром ридмановой волны (7). В частности, на расстояниях $\sigma_b \beta \frac{\gamma}{\omega_0} x \ll 1$, когда искажением низкочастотной волны можно пренебречь,

$$S_n(\omega; x, x') = \frac{S_b(\omega)}{\omega_0^2} = \frac{\omega^2}{\omega_0^2} S_a(\omega), \quad (24)$$

т. е. пространственно-временная корреляционная функция низкочастотных составляющих волны при этом сохраняется.

Появление разрывов в волне существенно изменяет и корреляцию поля $v(t, x)$ с полем $v_0(t)$ на входе. В этом случае удобно представить корреляционную функцию $B(\tau; x, 0)$ в виде

$$B(\tau; x, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \langle v_0(t) c(\omega, x) \rangle e^{-i\omega(t+\tau)} d\omega, \quad (25)$$

где $c(\omega, x)$ — фурье-образ пилообразной волны. Из (19), с учетом (21), используя форму суммирования Пуассона, имеем

$$c(\omega, x) = -\frac{1}{i\omega\omega_0\beta x} \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} \exp \left\{ i \frac{\omega}{\omega_0} \left[2\pi k - \psi - \right. \right. \right.$$

$$- \beta x b \left(\frac{2\pi k}{\omega_0} - \frac{\psi}{\omega_0} \right) \Big] - \omega_0 \delta(\omega) \Big] = - \frac{1}{i \omega \beta x} \times \quad (26)$$

$$\times \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[-i \beta x \frac{\omega}{\omega_0} b(t) + i(\omega + k \omega_0) t \right] dt e^{ik\psi} - \delta(\omega) \right].$$

Подставляя (26) и (20) в (25) для корреляционной функции $B(\tau; x, 0)$, имеем выражение (4), где взаимный спектр $S(\omega; x, 0)$ входа и поля в сечении x равен

$$S(\omega; x, 0) = \frac{1}{2} \exp \left(-\sigma_b^2 \beta^2 \frac{\omega^2}{2\omega_0^2} x^2 \right) \left[\frac{a_0}{\omega_0 \beta x} (\delta(\omega - \omega_0) + \right. \quad (27)$$

$$\left. + \delta(\omega + \omega_0)) - \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} S_a(\omega - \omega_0) + \frac{\omega + \omega_0}{\omega_0} S_a(\omega + \omega_0) \right].$$

Взаимный спектр содержит дискретную компоненту на частоте $\omega = \omega_0$, которая ослабляется экспоненциально по мере распространения волны, и непрерывную часть. Особенностью непрерывной части спектра является равенство ее нулю на центральной частоте $\omega = \omega_0$. Последнее связано с тем, что в отличие от начальной стадии, где волна имеет амплитудную модуляцию, при $a_0 \beta \omega_0 x \gg 1$ пилообразная волна, из-за движения разрывов, имеет фазовую модуляцию, определяемую производной начальной амплитуды. На расстояниях, когда можно пренебречь изменением экспоненциального множителя на ширине спектра модуляции, имеем следующее выражение для корреляционной функции:

$$B(\tau; x, 0) = \exp \left(-\sigma_b^2 \beta^2 x^2 / 2 \right) \left[\frac{a_0 \cos \omega_0 \tau}{\omega_0 \beta x} - \frac{dB_a}{d\tau} \sin \omega_0 \tau \right]. \quad (28)$$

Из (28) следует, что в отличие от начальной скорости стадии распространения максимум коэффициента корреляции начального поля и пилообразной волны достигается при $|\tau| \approx \tau_0$, где τ_0 — время корреляции амплитудной модуляции. Заметим, что формула (28) справедлива в области, где можно пренебречь искажением низкочастотной составляющей, появляющейся из-за автодетектирования высокочастотной модулированной волны. При этом поле пилообразной волны на высших гармониках можно приближенно записать в виде

$$v_n(t, x) \approx \frac{2}{n \omega_0 \beta x} \sin n(\omega_0 t + \psi - \beta x b(t)), \quad (29)$$

где член $\beta x b(t)$ описывает сдвиг полной фазы гармоники из-за взаимодействия ее с низкочастотной волной $v_n(t) = b(t)/\omega_0$, появившейся из-за автодетектирования высокочастотного сигнала.

В заключение отметим, что приведенное рассмотрение пространственно-временных характеристик с помощью соответствующих замен переменных [1] может быть применено для нелинейных цилиндрических и сферических волн.

Автор благодарит А. Н. Малахова и А. И. Саичева за обсуждение работы и полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. О. В. Руденко, С. И. Солуян, Теоретические основы нелинейной акустики, изд. Наука, М., 1975.
2. А. Н. Малахов, А. И. Саичев, Изв. вузов — Радиофизика, 17, № 5, 699 (1974).

3. А. И. Санчев, Изв. вузов — Радиофизика, 17, № 7, 1025 (1974).
4. О. В. Руденко, А. С. Чиркин, ДАН СССР, 225, № 3, 520 (1975).
5. С. Н. Гурбатов, А. Н. Малахов, Акуст. ж., 23, № 4, 699 (1977).
6. С. Н. Гурбатов, Л. Г. Шепелевич, Изв. вузов — Радиофизика, 21, № 11, 1627 (1978).
7. Е. Н. Пелиновский, Изв. вузов — Радиофизика, 19, № 3, 373 (1976).
8. А. Н. Малахов, Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований, изд. Сов. радио, М, 1978.

Горьковский государственный
университет

Поступила в редакцию
29 марта 1979 г.

SPACE-TIME CHARACTERISTICS OF NONLINEAR RANDOM WAVES IN NONDISPERSIVE MEDIA

S. N. Gurbatov

The author considers statistical characteristics of plane random waves propagating in nondispersive media. Space-time correlation functions and spectra on nonlinear random waves at space diversified points have been found. It is shown that nonlinear interaction leads on the one hand to the increase of time of the wave correlation at space diversified points and on the other hand — to the decrease of correlation at these points. The effect of discontinuities on statistical characteristics of a nonlinear wave is considered. It is shown that discontinuities change qualitatively the space-time correlation functions and spectra of nonlinear waves.
