

УДК 538.574.8

## К ЭФФЕКТУ УСИЛЕНИЯ ФЛУКТУАЦИЙ ПРИ ОТРАЖЕНИИ В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ

*С. С. Коваль, Г. Я. Патрушев, А. И. Петров, В. В. Покасов*

В приближении метода плавных возмущений рассмотрены флуктуации поля волнового пучка, отраженного от зеркальной плоскости в турбулентной атмосфере. Исследована зависимость характеристик флуктуаций от угла отражения.

При рассеянии волн на телах, помещенных в случайно-неоднородную среду, возникают своеобразные явления, связанные с двукратным прохождением волны через одни и те же неоднородности при прямом и обратном распространении. Это приводит к усилению средней интенсивности [1, 2], увеличению флуктуаций интенсивности и фазы волны [3-7], увеличению смещения изображения источника [8].

Имеющиеся количественные результаты характеристик флуктуаций интенсивности и фазы [3-7] относятся только к случаю обратного рассеяния. В то же время на практике довольно широко используются случаи бокового рассеяния (бистатистическая схема измерений). Очевидно, усиление флуктуаций поля волны будет и в этом случае, если падающая и отраженная волны проходят часть трассы по одним и тем же случайным неоднородностям. Размеры этого участка в общем случае будут зависеть от условий рассеяния.

В настоящей работе в приближении метода плавных возмущений рассмотрены пространственные и временные характеристики флуктуаций поля уровня амплитуды и фазы волнового пучка при боковом отражении от плоского зеркала. Показано, что усиление флуктуаций уровня амплитуды существенно, если угол отражения не превышает двух угловых размеров первой зоны Френеля. Для фазовых флуктуаций усиление остается значительным, даже если угол отражения равен угловому размеру внешнего масштаба турбулентности; при этом их временные спектры сдвигаются в сторону низких частот по отношению к спектрам, соответствующим случаю прямого распространения.

Будем считать, что поле в начальной плоскости  $x = 0$  имеет комплексную амплитуду

$$u(\rho, \theta_0) = \exp\left(-\frac{\rho^2}{2a^2} + ikz\theta_0\right), \quad \theta_0 \ll 1, \quad (1)$$

где  $\rho\{y, z\}$  — радиус-вектор точки наблюдения,  $1/a^2 = 1/\alpha_0^2 + ik/F_0$ ,  $\alpha_0$  — эффективный радиус пучка,  $F_0$  — радиус кривизны фазового фронта,  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число,  $\theta_0$  — угол в плоскости  $xz$  между осью пучка и нормалью к поверхности зеркала, расположенного на расстоянии  $x = L$ . Решая задачу о распространении пучка (1) методом плавных возмущений в приближении марковского случайного процесса и гипотезы замороженной турбулентности для поля показателя преломления [9], аналогично [7] можно получить следующие интегральные

представления для пространственно-временных корреляционных функций уровней амплитуды  $B_x(\rho_1, \rho_2, \theta_0, \tau)$  и фазы  $B_s(\rho_1, \rho_2, \theta_0, \tau)$  отраженного излучения в плоскости  $x = 0$ :

$$\begin{aligned}
 B_{x,s}(\rho_1, \rho_2, \theta_0, \tau) &= B_{1x,s}(\rho_{10}, \rho_{20}, \tau) + 2\pi^2 \operatorname{Re} \int_0^{2L} dx \times \\
 &\times \int_0^\infty x \Phi_n(x) \{ J_0(xN) H(\gamma) H^*(\tilde{\gamma}) \pm H(\gamma) H(\tilde{\gamma}) J_0(xP) \} dx, \\
 N &= \left\{ \rho_1^2 \gamma^2 + \rho_2^2 \tilde{\gamma}^{*2} + v^2 \tau^2 + \theta_0^2 \left( \frac{2L-x}{1+iD(2L)} - \frac{x}{1-iD^*(2L)} \right)^2 - \right. \\
 &\quad \left. - 2\rho_1 \rho_2 \tilde{\gamma} \tilde{\gamma}^* + 2v(\rho_1 \gamma - \rho_2 \tilde{\gamma}^*) \tau - 2\theta_0 \left( \frac{2L-x}{1+iD(2L)} - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{x}{1-iD^*(2L)} \right) (\gamma \rho_1 - \tilde{\gamma}^* \rho_2) z_0 - 2\theta_0 v z_0 \left( \frac{2L-x}{1+iD(2L)} - \frac{x}{1-iD^*(2L)} \right) \right\}^{1/2}, \\
 P &= \left\{ \gamma^2 \rho_1^2 + \tilde{\gamma}^2 \rho_2^2 + \theta_0^2 \frac{(2L-x)^2}{(1+iD(2L))^2} - 2\gamma \tilde{\gamma} \rho_1 \rho_2 + 2v(\rho_1 \gamma - \rho_2 \tilde{\gamma}^*) \tau - \right. \\
 &\quad \left. - 2\theta_0 \frac{2L-x}{1+iD(2L)} (\rho_1 \gamma - \rho_2 \tilde{\gamma}^*) z_0 - 2\theta_0 \frac{2L-x}{1+iD(2L)} v z_0 \tau + v^2 \tau^2 \right\}^{1/2}, \\
 H(\gamma) &= ik \exp \left( -i\gamma \frac{2L-x}{2k} x^2 \right), \quad \gamma(x) = \frac{1+iD(x)}{1+iD(2L)}, \\
 \tilde{\gamma}(x) &= \gamma(2L-x), \quad D(2L) = \frac{2L}{k a_0^2} + i \frac{2L}{F_0} = a + ib.
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

В выражении (2)  $z_0$  — единичный орт, направленный вдоль оси  $z$ ,  $v(x)$  — поперечная к трассе скорость ветра,  $\Phi_n(x)$  — трехмерная спектральная плотность показателя преломления,  $B_{1x,s}(\rho_{10}, \rho_{20}, \tau)$  — пространственно-временная корреляционная функция на прямой трассе длиной  $2L$ , совпадающая с соответствующей функцией, приведенной в [10], если векторы точек наблюдения  $\rho_{10}, \rho_{20}$  отсчитывать относительно невозмущенной оси отраженного пучка:

$$\rho_{10,20} = \rho_{1,2} + 2L \theta_0 z_0.$$

При анализе флуктуаций логарифма амплитуды будем использовать колмогоровскую модель спектра атмосферной турбулентности

$$\Phi_n(x) = AC_n^2 x^{-11/3} \exp(-x^2/x_m^2), \quad A = 0,033, \quad x_m l_0 = 5,92. \tag{3}$$

Здесь  $C_n^2$  — структурная характеристика,  $l_0$  — внутренний масштаб турбулентности.

При рассмотрении фазовых флуктуаций, которые существенно зависят от вида спектра в области малых волновых чисел, удобно использовать следующую аппроксимацию [9]:

$$\Phi_n(x) = AC_n^2 x^{-11/3} [1 - \exp(-x^2/x_0^2)] \quad (x_0 l_0 = 2\pi), \tag{4}$$

где  $L_0$  — внешний масштаб турбулентности.

Тогда, проводя в выражении (2) интегрирование по  $x$  и вводя безразмерные величины для пространственной корреляционной функции уровня амплитуды, будем иметь

$$B_{\chi}(\rho_1, \rho_2, \theta_0) = B_{1\chi}(\rho_{10}, \rho_{20}) + 7,068\sigma_{\chi\rho}^2(2L) \operatorname{Re} \int_0^1 \left[ B_2^{5/6} \times \right. \\ \left. \times {}_1F_1\left(-\frac{5}{6}, 1; -\frac{\tilde{N}^2}{4B_2}\right) - B_1^{5/6} {}_1F_1\left(-\frac{5}{6}, 1; -\frac{\tilde{P}^2}{4B_1}\right) \right] dx, \quad (5)$$

$$\sigma_{\chi\rho}^2(2L) = 0,308C_n^2 k^{7/6}(2L)^{11/6}, \quad B_1 = s_m^2 + \frac{i}{2}(\gamma(1-x) - \tilde{\gamma}^*x),$$

$$B_2 = s_m^2 + \frac{i}{2}(\gamma(1-x) + \tilde{\gamma}x), \quad s_m^2 = \frac{k}{2L x_m^2},$$

$$\tilde{N} = N \left( \frac{k}{2L} \right)^{1/2}, \quad \tilde{P} = P \sqrt{\frac{k}{2L}},$$

${}_1F_1(\alpha, \beta, z)$  — вырожденная гипергеометрическая функция.

Мы не будем приводить из-за громоздкости выражение для корреляционной функции фазы, поскольку, как это видно из выражений (2) — (4), оно имеет аналогичную структуру и может быть легко записано по аналогии с формулой (5). Флуктуации уровня амплитуды на прямой трассе  $B_{1\chi}(\rho_{10}, \rho_{20})$  были проанализированы подробно в работе [11].

На рис. 1 приведена зависимость отношения дисперсий  $k_1 = B_{\chi,s}(\rho_1, \rho_1, \theta_0)/B_{\chi,s}(0, 0, 0)$  на оси пучка  $\rho_1 = 2L\theta_0$  от угла  $\theta_0$ .

По оси абсцисс отложены углы  $\tilde{\theta} = \theta_0\sqrt{2kL}$  и  $\tilde{\theta}_1 = \tilde{\theta}/31,6$ . Множитель 31,6 введен с целью совмещения масштабов на графике соответственно для амплитудных и фазовых флуктуаций. Пунктирными линиями показано отношение дисперсий  $B_{1\chi}(0, 0)/B_{\chi}(0, 0, 0)$  флуктуаций на прямой трассе удвоенной длины и трассы с отражением. Как видно из этих данных, усиление флуктуаций интенсивности в отраженном сигнале существенно при углах отражения, не превышающих двух угловых размеров первой зоны Френеля. При больших углах флуктуации уровня амплитуды асимптотически приближаются к значению, соответствующему случаю прямого распространения. Заметим, что в случае сферической волны, как это легко установить из (5), зависимость от угла  $\theta_0$  отсутствует. Это связано с тем, что в этом случае для волны нет выделенного направления в пространстве. Поэтому при  $a = \infty$  под углом  $\theta_0$  на рис. 1 и 2 следует понимать угловое расстояние точки наблюдения относительно источника излучения.

Для фазовых флуктуаций (кривая 4) эффект усиления практически одинаков для всех дифракционных размеров размеров излучателя. При угле отражения, равном угловому размеру внешнего масштаба турбулентности  $\tilde{\theta}_1 = 8$ , и выполнении условия  $\sqrt{\lambda L} < L_0$  усиление флуктуаций составляет 0,84 от максимального значения, равного 2 при обратном отражении [6, 7].

Графики коэффициентов пространственной корреляции  $b_{\chi}(\rho)$  плоской и сферической волн приведены на рис. 2. Здесь по оси абсцисс отложена половина расстояния между точками наблюдения, нормированная на размер зоны Френеля:  $\tilde{\rho} = \rho\sqrt{k/2L}$ . Для сферической волны

характерна существенная зависимость коэффициента корреляции от величины углового положения «центра тяжести» точек наблюдения. Для плоской волны и узкого коллимированного пучка, как следует из расчетов, зависимость от угла  $\theta_0$  незначительная. Практически эти величины совпадают с нормированными корреляционными функциями на прямой трассе [11].

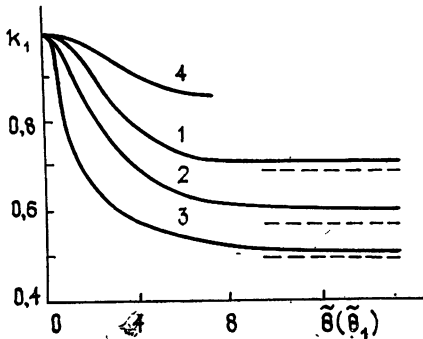


Рис. 1.

Рис. 1. Зависимость отношения дисперсии флуктуаций на оси пучка  $k_1 = B_{\chi, s}(2L\theta_0, 2L\theta_0, \theta_0)/B_{\chi, s}(0, 0, 0)$  от угла отражения  $\theta_0$ :

1 —  $a=0$ ; 2 —  $a=1$ ; 3 —  $a=10^8$  (сф. волна),  $b=0$ ,  $s_m^2 = 0,2 \cdot 10^{-3}$ ;  
4 — фазовые флуктуации;  $L_0/L = 0,01$ ,  $k/2L = 4,85 \cdot 10^4$ .

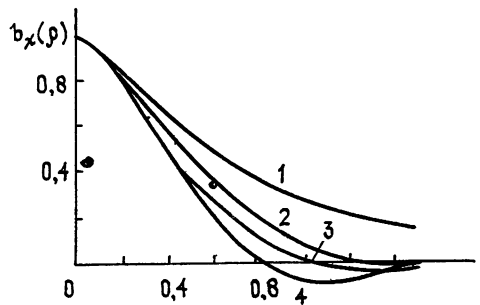


Рис. 2.

Рис. 2. Коэффициент корреляции флуктуаций уровня амплитуды  $b_{\chi}(\rho)$ :  
1 —  $a=10^8$ ,  $\tilde{\theta}=2$ ; 2 —  $a=10^8$ ,  $\tilde{\theta}=0$ ; 3 —  $a=0$ ,  $\tilde{\theta}=2$ ; 4 —  $a=0$ ,  $\tilde{\theta}=0$ .

При рассмотрении временных спектров флуктуаций будем считать, что векторы точки наблюдения  $\rho_1 = \rho_2 = \rho$  и средней скорости ветра  $\mathbf{v}(\mathbf{x})$  параллельны и направлены вдоль оси  $z$ . Тогда, проводя интегрирование по  $\tau$  и по волновым числам  $\mathbf{x}$  в формуле Хинчина — Винера, связывающей спектр  $W_{\chi}(\rho, \omega, \theta_0)$  по положительным частотам  $\omega$  с корреляционной функцией  $B_{\chi}(\rho, \theta_0, \tau)$ , получим

$$\begin{aligned} \omega W_{\chi}(\rho, \omega, \theta_0) &= \omega W_{1\chi}(\rho_{10}, \omega) + 7,5\sigma_{\chi\rho}^2(2L)\Omega^{-5/3} \times \\ &\times \operatorname{Re} \int_0^1 \{ \Lambda(\gamma_1 - \tilde{\gamma}^*) \cos [\Omega(\rho(\gamma - \tilde{\gamma}^*) - \tilde{\theta}(1 - 2x))] - \\ &- \Lambda(\gamma_1 \tilde{\gamma}) \cos [\Omega(\rho(\gamma - \tilde{\gamma}) - \tilde{\theta}(1 - 2x))] \} dx, \\ \Lambda(\gamma_1 \tilde{\gamma}) &= \frac{\Gamma(4/3)}{\Gamma(11/6)} {}_1F_1 \left[ -\frac{5}{6}, \frac{1}{3}; -\Omega^2 \left( s_m^2 + \frac{i}{2} (\gamma(1-x) + \tilde{\gamma}x) \right) \right] + \\ &+ \frac{\Gamma(-4/3)}{\Gamma(1/2)} \left[ \Omega^2 \left( s_m^2 + \frac{i}{2} (\gamma(1-x) + \tilde{\gamma}x) \right) \right]^{4/3} \times \\ &\times {}_1F_1 \left[ \frac{1}{2}, \frac{7}{3}; -\Omega^2 \left( s_m^2 + \frac{i}{2} (\gamma(1-x) + \tilde{\gamma}x) \right) \right], \end{aligned} \quad (6)$$

$$\Omega = \omega/\omega_0, \quad \omega_0 = v \sqrt{\pi/\lambda L},$$

$W_{1\chi}(\rho_{10}, \omega)$  — временной спектр флуктуаций уровня амплитуды на прямой трассе, приведенный в [12].

Спектральную плотность фазовых флуктуаций  $W_s(\rho, \omega, \theta_0)$  можно записать на основе формул (4), (6) очевидным образом.

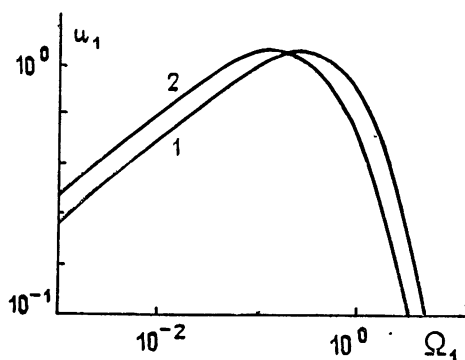


Рис. 3. Временной спектр флуктуаций фазы отраженного сигнала

$$u_1 = \frac{\omega W_s(L_0, \omega, \theta_0)}{B_s(L_0, L_0, \theta_0)};$$

$$1 - \tilde{\theta}_1 = 0; \quad 2 - \tilde{\theta}_1 = 8; \quad L_0/L = 0,01, \quad k/2L = 4,85 \cdot 10^4.$$

Проведенные расчеты спектров флуктуаций уровня амплитуды показали, что при угле отражения, соответствующем нескольким зонам Френеля, они незначительно сдвигаются в сторону низких частот относительно спектров при прямом распространении. Большой низкочастотный сдвиг имеет место для фазовых флуктуаций, спектры которых приведены на рис. 3. Здесь по оси абсцисс отложена безразмерная частота  $\Omega_1 = \omega/\omega_1$ , где  $\omega_1 = v/2\pi L_0$  — характерная частота, определяемая временем переноса неоднородностей на расстояние порядка внешнего масштаба турбулентности. Появление низкочастотного сдвига, очевидно, можно объяснить тем, что при увеличении угла отражения увеличивается время перемещения неоднородностей показателя преломления через трассу распространения. Следует отметить, что величина сдвига не зависит от дифракционного размера излучающей апертуры и определяется только условиями распространения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. Г. Виноградов, Ю. А. Кравцов, В. И. Татарский, Изв. вузов — Радиофизика, 16, № 7, 1064 (1973).
2. М. С. Беленький, В. Л. Миронов, Квантовая электроника, вып. 5 (11), 38 (1972).
3. А. Г. Виноградов, Ю. А. Кравцов, VI Всесоюзный симпозиум по дифракции и распространению волн, Краткие тексты докладов, 1, Москва — Ереван, 1973, с. 294.
4. В. П. Аксенов, В. А. Банах, В. Л. Миронов, Квантовая электроника, 3, 10, 2266 (1976).
5. Н. Г. Денисов, Л. М. Ерухимов, Геомагнетизм и аэронавигация, 6, № 4, 695 (1966).
6. В. П. Лукин, I Всесоюзное совещание по атмосферной оптике, Тезисы докладов, ч. 1, Томск, 1976, с. 129.
7. Г. Я. Патрушев, Квантовая электроника, 5, № 11, 2342 (1978).
8. В. Л. Миронов, В. В. Носов, Изв. вузов — Радиофизика, 20, № 10, 1530 (1977).
9. Лазерное излучение в турбулентной атмосфере, под ред. В. И. Татарского, изд. Наука, М., 1976.

10. A. Ishimaru, Proc. IEEE, 57, № 4, 407 (1969).
11. В. Л. Миронов, Г. Я. Патрушев, Изв. вузов — Радиофизика, 15, № 6, 865 (1972).
12. В. Л. Миронов, Г. Я. Патрушев, Квантовая электроника, 2, № 8, 1737 (1975).

Институт оптики атмосферы  
СО АН СССР

Поступила в редакцию  
4 мая 1978 г.,  
после переработки  
16 июля 1979 г.

TO THE EFFECT OF FLUCTUATION AMPLIFICATION WHEN REFLECTING  
IN A TURBULENT ATMOSPHERE

*S. S. Koval', G. Ya. Patrushev, A. I. Petrov, V. V. Pokasov*

Field fluctuations of a wave beam reflected from a mirror plane in a turbulent atmosphere are considered in the approximation of smooth disturbance method. The dependence of fluctuation characteristics on the reflection angle is investigated.

---