

УДК 538.56

ДИФFUЗИЯ ПРИМЕСЕЙ И ДЕФЕКТОВ И ФЛИККЕРНЫЕ ФЛУКТУАЦИИ ЧИСЛА НОСИТЕЛЕЙ В ПРОВОДЯЩИХ СРЕДАХ

А. В. Якимов

Показано, что в проводящих средах, термодинамически неравновесных из-за наличия градиента концентрации легирующих примесей и дефектов, возникают фликкерные флуктуации числа носителей тока. Теоретически определен вид и уровень спектра этих флуктуаций, а также его зависимость от температуры. Полученные результаты хорошо согласуются с известными экспериментальными данными.

До сих пор вопрос о природе фликкерных флуктуаций, именуемых также фликкерными (или $1/f$) шумами, окончательно не решен. В [1] высказывалось предположение, что эти флуктуации обусловлены процессом старения (деградации) элемента. Здесь же была предложена математическая модель случайных процессов фликкерного типа, трактуемая их как пуассоновскую суперпозицию медленно затухающих импульсов.

В работе [2] на основе представлений, развитых в [1], было показано, что диффузия примесных атомов через $p-n$ -переход, вызывая его деградационное «расплывание», приводит к появлению фликкерных флуктуаций параметров данного перехода. Однако применение модели [2], учитывающей лишь процесс «расплывания» $p-n$ -перехода, затруднительно, например, для численного расчета фликкерных шумов тока в таких объектах, как обратносмещенный $p-n$ -переход, диод Ганна, точечный контакт.

В настоящей работе на основании тех же представлений о роли диффузии примесных атомов и дефектов, что и в [2], предлагается новая модель фликкерных флуктуаций в реальных объектах, позволяющая определить вид и уровень спектра фликкерных флуктуаций числа носителей в рабочем объеме анализируемого объекта. Эта модель позволяет объяснить многие фундаментальные свойства фликкерных флуктуаций, такие, как уровень и частотная зависимость спектра, изменение его величины и формы при вариации температуры окружающей среды, выявленные экспериментально, например, в работах [3–8].

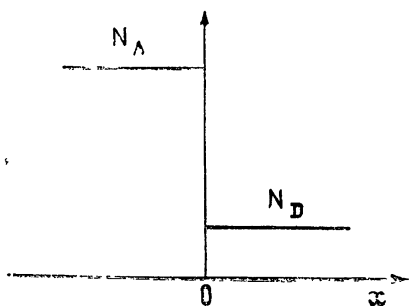


Рис. 1.

1. Рассмотрим одномерную модель потенциального барьера, в окрестности которого, как известно [1], и происходит генерация фликкерных флуктуаций. Считаем, что профиль легирования является резким (см. рис. 1). Если роль данного потенциального барьера играет $p-n$ -переход, то N_A и N_D имеют смысл концентраций акцепторных и донорных атомов на единицу длины. Считаем $N_A \gg N_D$.

С течением времени происходит термодинамическое старение перехода, заключающееся в диффузии акцепторных атомов в n -область, а донорных — в p -область. Кроме этого, в объеме полупроводника могут диффундировать дефекты и примесные атомы с его поверхности.

Для простоты рассмотрим диффузию только акцепторных примесей. Считаем, что каждый атом примеси, попадая в n -область, отдает лишь один подвижный носитель (либо захватывает один электрон). Если данный атом «уходит» из n -области, то с ним исчезает и один носитель (или освобождается захваченный им электрон).

Обозначим через $n(t)$ число носителей, внесенных за счет диффузии в n -область, тогда можно записать

$$n(t) = \sum_{\nu} F(t - t_{\nu}),$$

где $F(t) = 1(t) - 1(t - \theta)$ — элементарный импульс, обусловленный актом внесения одного носителя. Здесь $1(t)$ — единичная функция Хевисайда, θ — длительность импульса, равная времени пребывания отдельного примесного атома в n -области и являющаяся случайной величиной.

Обозначим через $g(\theta)$ вероятностное распределение для длительности θ . Тогда спектр мощности $S_n(\omega)$ для $n(t)$ равен

$$S_n(\omega) = \frac{\lambda}{\pi \omega^2} \int_0^{\infty} g(\theta) [1 - \cos \omega \theta] d\theta, \quad (1)$$

где λ — средняя частота «впрыскивания» примесных атомов в n -область.

2. Рассмотрим возможный вид вероятностного распределения $g(\theta)$. Из условия нормировки следует, что при больших длительностях θ функция $g(\theta)$ должна убывать быстрее, чем θ^{-1} . Если при этом $g(\theta)$ убывает не медленнее, чем θ^{-2} (при $\theta \rightarrow \infty$), то случайный процесс $n(t)$ является нестационарным.

Для определения возможного вида распределения $g(\theta)$ обратимся к простейшей одномерной дискретной диффузии примесного атома. В этом случае считаем $t_m = m t_0$. Здесь в качестве t_0 может быть выбрано среднее время пребывания примесного атома в данном междуузлии кристаллической решетки образца, m — число «шагов» диффузионного процесса. На каждом шаге координата атома $x_m = x(t_m)$ может с равной степенью вероятности изменяться на $+a$ либо на $-a$, где a — постоянная кристаллической решетки.

Определим распределение $g(\theta)$, введя вместо θ дискретное время $l = \theta / t_0$, в течение которого $x_m > 0$ (при условии $x_0 = x_l = 0$, $0 < m < l$). В этом случае имеем [9]

$$g_l = \begin{cases} 0, & l - \text{нечетное} \\ \frac{(l-2)!}{[(l/2)!]^2} l 2^{-l}, & l - \text{четное} \end{cases}$$

При достаточно больших временах, используя формулу Стирлинга, найдем

$$g(\theta) \equiv g_l 2 t_0 = \left(\frac{t_0}{2\pi\theta^2} \right)^{1/2}$$

т. е. при росте θ распределение $g(\theta)$ убывает, как $\theta^{-3/2}$.

В общем случае выражение для $g(\theta)$ можно аппроксимировать следующим распределением:

$$g(\theta) = (\sigma - 1)t_0^{\sigma-1} \theta^{-\sigma} 1(\theta - t_0) \quad (\sigma > 1). \quad (2)$$

3. Используя (2), определим конкретный вид спектра $S_n(\omega)$, заданный соотношением (1). Производя соответствующие вычисления, получим

$$S_n(\omega) = \frac{\lambda t_0 A(\sigma, \omega)}{2\omega^{\sigma-\sigma}}, \quad (3)$$

где $A(\sigma, \omega) = \frac{(\sigma - 1)t_0^{\sigma-2}}{\pi} 2 \int_{\frac{\omega t_0}{2}}^{\infty} \frac{1 - \cos z}{z^{\sigma}} dz$. В частности, полагая в (2) $\sigma = 2$, имеем (при $\omega \ll t_0^{-1}$)

$$S_n(\omega) = \frac{\lambda t_0}{2\omega}. \quad (4)$$

Именно этот спектр, расходящийся при $\omega \rightarrow 0$, как $1/\omega$, и будем анализировать далее.

Отсутствие нижней частоты перегиба в данном спектре обусловлено тем, что рассмотрен образец с полубесконечной областью n -типа. Ограниченность этой области приводит к появлению ограничения на предельно возможную длительность элементарного импульса θ и, как следствие, к появлению нижней частоты перегиба в спектре $S_n(\omega)$. Однако в реальных системах данным ограничением можно пренебречь.

Отметим, что при $\sigma = 2$ процесс $n(t)$ является нестационарным. Полагая $n(t \leq t_0) = 0$, найдем, что его среднее и среднеквадратичное значения растут во времени по логарифмическому закону:

$$\langle n(t) \rangle = \langle n^2(t) \rangle = \lambda t_0 \ln(t/t_0). \quad (5)$$

Произведение λt_0 в (4), (5) имеет смысл числа акцепторных атомов, находящихся в первом периоде кристаллической решетки n -типа.

4. Перейдем к определению характерного времени t_0 , определяющего верхнюю частоту перегиба спектра ($\omega^{\text{в}} \sim t_0^{-1}$). Согласно [10]

$$t_0 = \tau_0 \exp(E_A/kT). \quad (6)$$

Здесь E_A — энергия, необходимая для перехода атома примеси в соседнее междузлие, k , T — постоянная Больцмана и абсолютная температура, τ_0 — средний период колебаний примесного атома в решетке, определяемый ее периодом a и среднеквадратичной скоростью атома v_x ,

$$\tau_0 = a/v_x, \quad v_x = \sqrt{kT/M},$$

где M — масса примесного атома.

5. Средняя частота λ определяется следующим образом:

$$\lambda = \frac{1}{2} N_n v_x \exp(-E_A/kT). \quad (7)$$

Здесь N_n — концентрация активированных акцепторных атомов в p -области. Таким образом, $\lambda t_0 = N_n a/2$, а соотношение (4) принимает вид

$$S_n(\omega) = \frac{N_n a}{4\omega}. \quad (8)$$

6. Рассмотрим в качестве примера $p^+ - n - n^+$ -кремниевый диод, обладающий поперечным сечением $A_0 = 10^{-4} \text{ см}^2$, шириной n -области

$\omega = 10^{-4}$ см и уровнем легирования: для p^+ -области — $N_A = 10^{15}$ см⁻³, для n -области — $N_D = 10^{12}$ см⁻³. Диффузию атомов из n^+ -области рассматривать не будем, считая, что она дает такой же вклад во флуктуации числа носителей в n -области, как и диффузия акцепторов из p^+ -области.

Экспериментально наблюдаемый спектр относительных флуктуаций сопротивления такого диода имеет порядок величины [3]

$$S_{\delta r}(\omega) = 10^{-12}/\omega.$$

Полагая, что флуктуации сопротивления обусловлены флуктуациями полного числа носителей в n -области, и используя (4), (8), имеем

$$S_{\delta r}(\omega) = \frac{\lambda t_0}{(N_D \omega)^2} \frac{1}{2\omega} = \frac{N_n a}{4(N_D \omega)^2} \frac{1}{\omega}.$$

В этом случае для объяснения экспериментально наблюдаемого уровня шумов необходимо допустить, что $\lambda t_0 = 2 \cdot 10^4$. Отсюда, считая $a = 5 \cdot 10^{-8}$ см, находим $N_n = 0,8 \cdot 10^{12}$ см⁻³, т. е. в процессе диффузии принимает участие примерно один из тысячи акцепторных атомов. Именно такое количество этих атомов должно находиться в междуузлиях решетки для того, чтобы привести к указанному уровню флуктуаций.

7. Перейдем к рассмотрению шумов точечного контакта, экспериментально исследованных Хоухе и др. [5, 6].

Если обозначить через R и ρ радиус контакта и удельное сопротивление использованного материала, то для спектра относительных флуктуаций сопротивления данного контакта имеем [5]

$$S_{\delta r}(\omega) = \frac{\alpha \pi^2 r_0^3}{20 N \rho^3} \frac{1}{2\omega} = \frac{\alpha}{40 \pi R^3 N} \frac{1}{\omega}.$$

Здесь $r_0 = \rho/(\pi R)$ — сопротивление контакта, N — концентрация подвижных носителей в образце, $40 \pi R^3 N$ — удвоенное количество носителей в области контакта, α — феноменологическая константа Хоухе.

Возвращаясь к модели, описанной в пп. 1—5 настоящей работы, считаем, что атомы диффундируют по поверхности контактирующих тел. Попадая в область контакта, они создают дополнительные проводящие перемычки сечением $\pi a^2/4$, примыкающие к основной перемычке, имеющей площадь πR^2 . При этом эффективную «глубину» точечного контакта (равную $10R$) считаем практически постоянной в силу малости сечения дополнительных перемычек ($a \ll R$).

Относительное изменение сопротивления контакта, вызванное «прилипанием» одного атома к основной перемычке, равно $\delta r = (a/2R)^2$. Отсюда, по аналогии с (4), имеем (при $\omega \ll t_0^{-1}$)

$$S_{\delta r}(\omega) = \left(\frac{a}{2R}\right)^4 \frac{\lambda t_0}{2\omega}.$$

Причем $\lambda t_0 = 2 \pi R/a_n$ — число атомов, диффундирующих вдоль периметра контакта, a_n — среднее расстояние между этими атомами.

Если согласно [5] полагать $\alpha = 2 \cdot 10^{-3}$ см⁻¹, то имеем $a_n/a = 1,2 \cdot 10^4$. Т. е. в диффузии участвует примерно один из 10^4 поверхностных атомов. Причем, как следует из экспериментальных данных [5], для различных образцов величина α может отклоняться от вышеприведенного феноменологического значения на $1 \div 2$ порядка в сторону как больших, так и меньших значений.

С точки зрения приведенной модели эти отклонения могут быть объяснены как влиянием загрязнения поверхности, так и наличием шероховатостей на поверхности контактирующих тел.

8. Рассмотрим температурную зависимость спектра фликкерных флуктуаций сопротивления p - n -перехода и точечного контакта.

Возвращаясь к п. 6, допустим, что энергия E_A равна, скажем, $0,5$ эВ, тогда при $\tau_0 = 2,5 \cdot 10^{-12}$ с имеем $t_0 = 5 \cdot 10^{-4}$ с, т. е. верхняя частота перегиба составляет $\omega_0/2\pi = 320$ Гц (при $T = 300$ К). При росте температуры должно наблюдаться увеличение этой частоты, что и было экспериментально обнаружено в работе [4].

Считаем, что для перехода акцепторного атома из узла в междуузлия кристаллической решетки необходима энергия E_n . Тогда

$$N_n = N_A \exp(-E_n/kT). \quad (9)$$

Т. е. для объяснения экспериментально наблюдаемого при комнатной температуре уровня флуктуаций необходимо положить $E_n = 0,185$ эВ, а в случае точечного контакта $E_n = (0,180 \div 0,364)$ эВ. Из (8), (9) также следует, что уровень флуктуаций должен сильно зависеть от температуры. Это согласуется с экспериментом по исследованию фликкерных шумов тонких металлических пленок [7, 8], где для различных материалов получены значения $E_n = (0,15 \div 1,1)$ эВ.

Таким образом, в настоящей работе предложена новая модель фликкерных флуктуаций. В ее основе лежит анализ диффузии примесных атомов и дефектов в анализируемом образце, приводящей, с одной стороны, к генерации фликкерных флуктуаций и, с другой стороны, являющейся причиной термодинамического старения данного образца.

Приведенная модель позволяет объяснить экспериментально наблюдаемые свойства фликкерных флуктуаций, такие, как вид их спектра, практически не имеющий нижней частоты перегиба, зависимость верхней частоты перегиба от температуры. Из модели как частный случай следует известная эмпирическая формула Хоухе. Модель позволяет производить численную оценку величины и формы спектра фликкерных флуктуаций в реальных объектах, таких, как приборы с p - n -переходами и точечные контакты, и исследовать его зависимость от температуры.

Автор признателен А. А. Дубкову и Г. Н. Бочкову за обсуждение ряда аспектов настоящей работы, А. Н. Малахову за постоянный интерес и поддержку в проведении исследований по данной теме, а также В. В. Потемкину за полезные замечания по представленной работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Н. Малахов, Радиотехника и электроника, 4, № 1, 54 (1954).
2. А. Н. Малахов, А. В. Якимов, Радиотехника и электроника, 19, № 11, 2436 (1974).
3. Н. Н. Богословский, А. В. Корнаухов, А. В. Якимов, III Межведомственное совещание по метрике полупроводников, Тезисы докладов, Саратов, 1978.
4. L. Bess, L. S. Kisner, J. Appl Phys, 37, № 9, 3458 (1966)
5. F. N. Hooge, Physica, 60, 130 (1972).
6. L. K. J. Vandamme, On $1/f$ noise in ohmic contacts, Thesis, Technical University of Eindhoven, 1976.
7. J. W. Eberhard, P. M. Horn, Phys Rev. Lett., 39, № 10, 643 (1977).
8. J. W. Eberhard, P. M. Horn, Phys Rev., B, 18, № 12, 6681 (1978).
9. К. Ито, Г. Маккин, Диффузионные процессы и их траектории (перевод с английского), изд. Мир, М., 1968.
10. Б. И. Болтакс, Диффузия в полупроводниках, Физматгиз, М., 1961.

DEFECTS AND IMPURITY DIFFUSION AND FLICKER FLUCTUATIONS
OF CARRIER NUMBER IN CONDUCTING MEDIA

A. V. Yakimov

It is shown that flicker fluctuations of a number of current carriers occur in conducting media which are thermodynamically nonequilibrium due to the presence of the concentration gradient of alloying impurity and defects. The form and the level of the spectrum of these fluctuations as well as its dependence on the temperature are theoretically defined. Results obtained are well correlated with the known experimental data.
