ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXIII, № 2 РАДИОФИЗИКА 1980

УДК 538.574.5 : 539.293

ПЕРЕКРЕСТНАЯ МОДУЛЯЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ПОЛУПРОВОДНИКАХ СО СВЕРХРЕШЕТКОЙ

Л. К. Орлов, Ю. А. Романов

Исследована кросс-модуляция электромагнитных волн в полупроводниках со сверхрешеткой (СР), обусловленная сильной зависимостью инкремента нарастания (затухания) и фазовой скорости сигнала от частоты и амплитуды поля накачки. Показано, что вследствие наличия отрицательной ВЧ проводимости сигнал в СР может быть существенно усилен и иметь значительно бо́льшую глубину модуляции, чем поле накачки. Форма огибающей сигнала меняется при изменении параметров поля накачки и его модуляции.

В работах [1, 2] в одноминизонном приближении исследовано поведение полупроводника со сверхрешеткой (СР) в присутствии двух переменных полей. Получены нелинейные выражения для реактивной и диссипативной составляющих плотности тока и показано, что при определенных условиях возможно усиление одного из полей.

Наличие сильной зависимости инкремента усиления (затухания) и фазовой скорости одной волны от частоты и амплитуды поля другой волны позволяет эффективно управлять величиной и формой сигнала путем изменения параметров поля накачки.

В настоящей работе рассматривается распространение слабой электромагнитной волны в сверхрешетке, находящейся под воздействием сильного высокочастотного поля накачки, промодулированного по амплитуде. В этом случае возникает перекрестная модуляция электромагнитных волн, хорошо изученная в радиодиапазоне для ионосферной плазмы [3].

Особенностью эффекта в СР является то, что вследствие отрицательной ВЧ проводимости сигнал может быть существенно усилен и иметь значительно бо́льшую глубину модуляции, чем у поля накачки. Пусть СР находится под воздействием заданного сильного высокочастотного поля, промодулированного по амплитуде с электрическим вектором E_1, направленным вдоль периода сверхрешетки:

$$E_1(x, t) = E_{10}(t)\exp[-i(\omega_1 t - k_1 x)]. \tag{1}$$

Приближение заданного поля возможно для СР с малой плотностью электронов, для частот вдали от собственных плазменных колебаний и в областях самоиндуцированной прозрачности [4]. Ниже по крайней мере одно из этих условий будем считать выполненным.

Рассмотрим распространение в этой системе слабой электромагнитной волны с той же поляризацией электрического поля и граничным значением при $x = 0$:

$$E_2 = E_{20}\, e^{-i\omega_2 t}. \tag{2}$$

Для определенности запишем модулированную амплитуду поля в виде

$$E_{10}(t) = E_{10}(1 + \mu \cos \gamma t), \tag{3}$$

где μ и γ — глубина и частота модуляции соответственно. Будем считать выполненными условия квазистатичности

$$\gamma \ll \tau^{-1}, \ \omega_{1,2} \tag{4}$$

(τ — время релаксации функции распределения). В этом случае связь между током и полем определяется мгновенными значениями амплитуд взаимодействующих полей. Поэтому комплексная диэлектрическая проницаемость СР на частоте слабой волны ω_2 имеет вид [1, 5]

$$\varepsilon(\omega_2) = \varepsilon_0 \left[1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_2} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \frac{J_\nu^2 \left(\frac{\Omega_1(t)}{\omega_1} \right)}{(1 + i\nu\omega_1\tau)(\omega_2 - \nu\omega_1 + i\tau^{-1})} \right], \tag{5}$$

где $\Omega_1(t) = eE_{10}(t)d/\hbar$, d — период, ω_0 — плазменная частота свободной СР, ε_0 — диэлектрическая проницаемость кристалла, $J_\nu(x)$—функция Бесселя. При выводе (5) считалось, что частоты ω_1 и ω_2 несоизмеримы или относятся друг к другу, как большие целые числа.

Из (5) следует, что при определенных значениях E_{10} волна «2» может быть нарастающей. Соответствующие области неустойчивости нетрудно получить из результатов работ [1, 5] и соотношения

$$\mathrm{Re}\, \sigma(\omega_2) = \sigma_c(\Omega_c = \omega_2),$$

где σ_c — нелинейная статическая проводимость сверхрешетки в постоянном поле $E_c = \dfrac{\hbar\Omega_c}{ed}$ в присутствии сильного высокочастотного поля E_2, Ω_c — штарковская частота осцилляций электронов в минизоне в постоянном электрическом поле E_c. Для случаев $\omega_1\tau = 1$, $\omega_1\tau = 10$ области неустойчивости приведены на рис. 1. Пунктиром приведены линии $\Omega_1^*(\omega_2/\omega_1)$, соответствующие $\max|\mathrm{Re}\,\sigma(\omega_2)|$ при фиксированных отношениях ω_2/ω_1. Кривые $\mathrm{Im}\,\varepsilon(\omega_2)$ вдоль этих экстремальных линий приведены на рис. 2. Максимальным значениям Ω_1^* соответствует $\omega_2/\omega_1 = 0{,}9,\ 1{,}9,\ 2{,}9$ при $\omega_1\tau = 10$ и $\omega_2/\omega_1 = 1{,}45$ при $\omega_1\tau = 1$. На рис. 3 представлены зависимости $\mathrm{Re}\,\varepsilon(\omega_2)$ и $\mathrm{Im}\,\varepsilon(\omega_2)$ от приведенной амплитуды E_{10} для $\omega_2/\omega_1 = 1{,}45$ при $\omega_1\tau = 1$ и для $\omega_2/\omega_1 = 1{,}9$ при $\omega_1\tau = 10$.

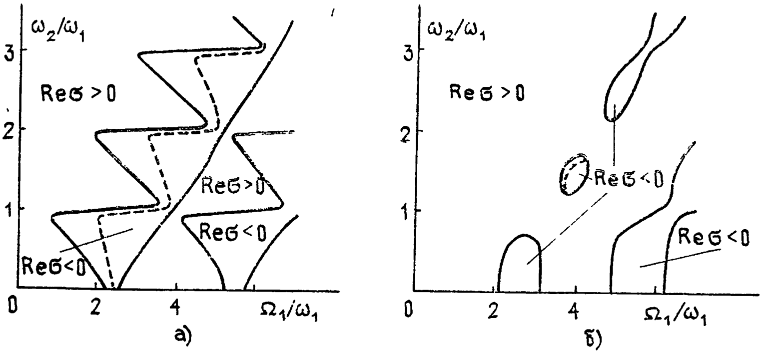

Рис. 1. Границы области неустойчивости высокочастотного поля E_2 в присутствии сильного высокочастотного поля E_1 при а) $\omega_1\tau = 10$, б) $\omega_1\tau = 1$. Пунктиром отмечено положение максимального инкремента усиления.

Предположим, что длина волны модуляции намного превышает размеры кристалла, вследствие чего можно пренебречь сдвигом ее фазы за время распространения волны «2» через область взаимодействия с волной «1». Модуль отношения амплитуды поля E_2 в точке x к амплитуде поля на границе имеет известный вид:

$$\left|\frac{E_2}{E_{20}}\right| = \exp\left(-\frac{\omega_2}{c} k_2'' x\right), \tag{6}$$

где

$$k_2'' = \operatorname{sign}(\operatorname{Im}\varepsilon(\omega_2)) \frac{1}{\sqrt{2}} \{ |\varepsilon(\omega_2)| - \operatorname{Re}\varepsilon(\omega_2)\}^{1/2}. \tag{7}$$

Строго говоря, при исследовании перекрестной модуляции волн необходимо иметь в виду, что E_{20} зависит от переменной амплитуды поля «1». (Это соответствует модуляции отраженной волны.) Однако при $\omega_2 \gg \omega_p$, где ω_p — плазменная частота при заданном поле E_1 (а именно, такую ситуацию мы только и будем рассматривать в дальнейшем), указанной зависимостью можно пренебречь. Для не очень сильных полей E_1, когда высокочастотная проводимость положительна на всех частотах, глубина модуляции волны «2» на достаточно больших расстояниях может стать близкой к единице. Однако последняя быстро затухает при распространении вглубь кристалла. Более интересной является область полей, где $\operatorname{Re}\sigma(\omega_2) < 0$ и волна «2» нарастает по амплитуде. Очевидно, что в этом случае кроме сигнала на частоте ω_2 будет усиливаться и шум. Чтобы уменьшить влияние шума, следует выбирать рабочую точку на плоскости $\left(\frac{\Omega_1}{\omega_1}, \frac{\omega_2}{\omega_1}\right)$ в максимуме инкремента усиления (см. кривые Ω_1^*).

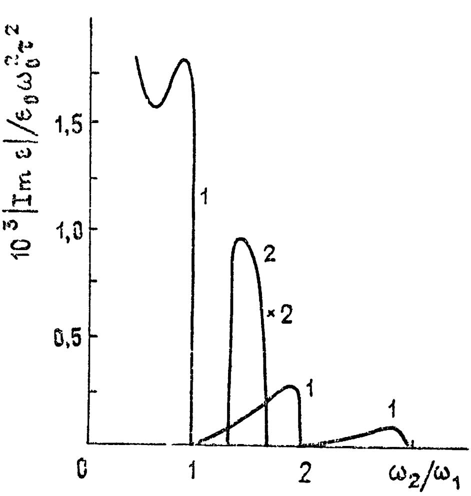

Рис. 2. Максимальное значение $|\operatorname{Im}\varepsilon|/\varepsilon_0\omega_0^2\tau^2$ вдоль экстремальных кривых в зависимости от $\frac{\omega_2}{\omega_1}$; 1) $\omega_1\tau=10$, 2) $\omega_1\tau=1$.

Рассмотрим, как меняется глубина и форма модуляции волны «2» по мере распространения последней вглубь кристалла. В качестве примера на рис. 4 приведены огибающие сигнала на расстояниях $\tilde{x}=50,100$ $\left(\tilde{x} = \frac{\omega_2}{c} x = \frac{2\pi x}{\lambda_2\sqrt{\varepsilon_0}}\right)$ при $\frac{\omega_2}{\omega_1} = 1{,}9$, $\omega_1\tau = 10$, $\mu = 0{,}5$, $0{,}3$, $\left(\frac{\omega_0}{\omega_1}\right)^2 = 2/3$, $\varepsilon_0 = 12$, $\frac{\Omega_1}{\omega_1} = 5$. Из приведенных кривых видно, что форма огибающей сигнала может существенно отличаться от формы огибающей накачки и зависит от того, на каком участке динамического сопротивления мы работаем и какова глубина модуляции поля накачки.

Амплитуда сигнала и глубина его модуляции довольно быстро нарастают с расстоянием за счет сильной зависимости инкремента усиления от амплитуды поля накачки. На достаточно больших расстояниях, даже при малой модуляции поля накачки, глубина модуляции волны

«*2*» становится близкой к 1 и монохроматический сигнал преобразуется в последовательность n-кратных видеоимпульсов, следующих с частотой γ. Число импульсов на периоде $T = 2\pi/\gamma$ определяется числом осцилляций проводимости на периоде огибающей накачки. По мере распространения волны сигнала в нелинейной среде амплитуды всех ее гармоник $\omega_2 \pm n\gamma$ нарастают, но с разными инкрементами. Это видно и на рис. 4. На небольших расстояниях $\tilde{x} = 20$ спектральный состав волны довольно сложен. На расстоянии $\tilde{x} = 100$ основной максимум, обусловленный гармониками с $n = 1$ для $\mu = 0{,}3$ и $n = 2$ для $\mu = 0{,}5$, нарастает в 15 раз, в то время как побочные максимумы — в 4 раза.

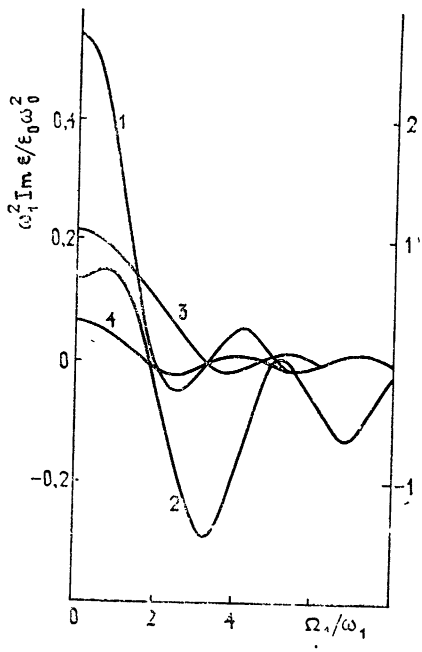

Рис. 3.

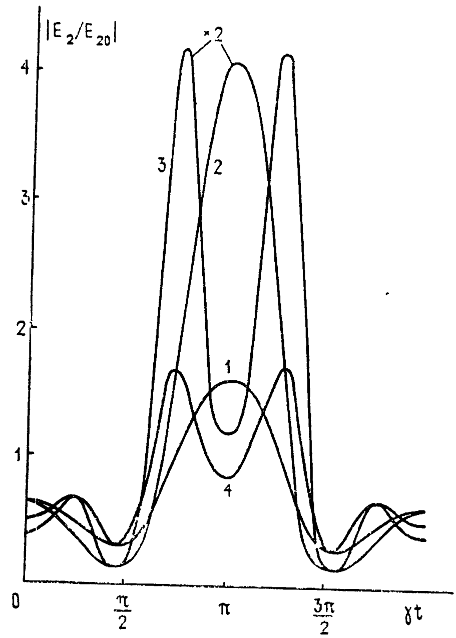

Рис. 4

Рис. 3. Зависимость реальной (кривые *1*, *4*) и мнимой (кривые *2*, *3*) частей диэлектрической проницаемости от $\frac{\Omega_1}{\omega_1}$ при 1) $\omega_1\tau = 10$, $\frac{\omega_2}{\omega_1} = 1{,}9$ (кривые *1*, *2*); 2) $\omega_1\tau = 1$, $\frac{\omega_2}{\omega_1} = 1{,}45$ (кривые *3*, *4*).

Рис. 4. Форма модуляции волны „*2*" на расстояниях $\tilde{x} = 50$ (кривые *1*, *4*), 100 (кривые *2*, *3*) при $\frac{\omega_2}{\omega_1} = 1{,}9$, $\omega_1\tau = 10$, $\frac{\Omega_1}{\omega_1} = 5$, $\mu = 0{,}3$ (кривые *1*, *2*,), $\mu = 0{,}5$ (кривые *3*, *4*), $\frac{\omega_0^2}{\omega_1^2} = \frac{2}{3}$, $\varepsilon_0 = 12$.

Рассмотрим ситуацию, когда выполняются неравенства

$$\omega_0^2 \ll \omega_2^2, \qquad \omega_{1,2}\tau \gg 1 .$$

Для реальной ε' и мнимой ε'' частей диэлектрической проницаемости в этом случае можно написать

$$\varepsilon'(\omega_2) = \varepsilon_0 \left\{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_2^2} J_0^2\left(\frac{\Omega_1}{\omega_1}\right)\right\},$$
$$\varepsilon''(\omega_2) = \frac{\varepsilon_0 \omega_0^2}{\omega_2 \tau} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{J_\nu^2(\Omega_1/\omega_1)}{\omega_2^2 - \nu^2 \omega_1^2}. \tag{8}$$

Коэффициент нарастания (затухания) k_2'' равен

$$k_2'' = \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon_0}} \varepsilon''(\Omega_1(t)). \tag{9}$$

Для малой глубины модуляции поля E_1 ($\mu \ll 1$) в первом приближении имеем

$$\varepsilon''(\Omega_1(t)) = \varepsilon''(\Omega_1) + \mu\Omega_1 \frac{\partial \varepsilon''}{\partial \Omega_1} \cos\gamma t + \frac{1}{2}\mu^2 \Omega_1^2 \frac{\partial^2 \varepsilon''}{\partial \Omega_1^2} \cos^2 \gamma t, \tag{10}$$

где

$$\frac{\partial \varepsilon''}{\partial \Omega_1} = \frac{\varepsilon_0 \omega_0^2}{\omega_2 \tau} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{J_\nu\left(\frac{\Omega_1}{\omega_1}\right)\left[J_{\nu-1}\left(\frac{\Omega_1}{\omega_1}\right) - J_{\nu+1}\left(\frac{\Omega_1}{\omega_1}\right)\right]}{\omega_2^2 - \nu^2\omega_1^2},$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon''}{\partial \Omega_1^2} = \frac{\varepsilon_0 \omega_0^2}{2\omega_2 \tau} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\omega_2^2 - \nu^2 \omega_1^2} \left\{\left(J_{\nu+1}\left(\frac{\Omega_1}{\omega_1}\right) - J_{\nu-1}\left(\frac{\Omega_1}{\omega_1}\right)\right)^2 + J_\nu\left(\frac{\Omega_1}{\omega_1}\right)\left(J_{\nu-2}\left(\frac{\Omega_1}{\omega_1}\right) - 2J_\nu\left(\frac{\Omega_1}{\omega_1}\right) + J_{\nu+2}\left(\frac{\Omega_1}{\omega_1}\right)\right)\right\}. \tag{11}$$

Если рабочая точка выбрана в максимуме инкремента, то второе слагаемое в (7) зануляется, и необходимо пользоваться вторым приближением по μ. Подставляя (10) в (6), на небольших расстояниях от поверхности кристалла для амплитуды распространяющейся волны «*2*» получим

$$\left|\frac{E_2}{E_{20}}\right| = \exp\left\{-\frac{\omega_2 x}{2c\sqrt{\varepsilon_0}} \varepsilon''(\Omega_1)\right\}\left\{1 - \frac{\mu\omega_2 x}{2c\sqrt{\varepsilon_0}} \Omega_1 \frac{\partial \varepsilon''}{\partial \Omega_1} \cos\gamma t\right\} \tag{12}$$

при $\dfrac{\partial \varepsilon''}{\partial E_1} \neq 0$,

$$\left|\frac{E_2}{E_{20}}\right| = \exp\left\{-\frac{\omega_2 x}{2c\sqrt{\varepsilon_0}}\left[\varepsilon''(\Omega_1) + \frac{1}{4}\mu^2\Omega_1^2 \frac{\partial^2 \varepsilon''}{\partial \Omega_1^2}\right]\right\} \times \left\{1 - \frac{\mu^2 \omega_2 x}{8c\sqrt{\varepsilon_0}} \Omega_1^2 \frac{\partial^2 \varepsilon''}{\partial \Omega_1^2} \cos 2\gamma t\right\} \tag{13}$$

при $\dfrac{\partial \varepsilon''}{\partial E_1} = 0$.

Из приведенных формул видно, что на краю области неустойчивости основной вклад в формирование огибающей дают гармоники с частотой $\omega_2 \pm \gamma$, а в максимуме инкремента гармоники с частотой $\omega_2 \pm 2\gamma$.

Вместо модуляции амплитуды накачки можно модулировать ее частоту. Волна «*2*» при этом будет приобретать амплитудную модуляцию.

Качественно картина близка к рассмотренной выше, так как характер распространения сигнала зависит от отношения Ω_1/ω_1.

При решении задачи предполагалось, что амплитуда поля «l» внутри среды остается постоянной. Очевидно, что если волна «l» затухает при распространении вглубь кристалла, степень возмущения среды с ростом x меняется. Как следствие, с расстоянием x будут меняться амплитуда проходящей волны и глубина ее модуляции.

Модуляцию высокочастотного сигнала, распространяющегося вдоль плоскости слоев сверхрешетки, можно также осуществить, воздействуя на него сильным квазистатическим полем $\Omega_c(t) = \Omega_0(1 + \mu \cos \gamma t)$. Этот эффект подобен электрооптическому эффекту, который широко используется в оптоэлектронике для модуляции света.

Анализ формы огибающей сигнала аналогичен приведенному выше. Соответствующая диэлектрическая проницаемость сверхрешетки на частоте ω_2 имеет вид [1, 5]

$$\varepsilon(\omega_2) = \varepsilon_0 \left\{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_2^2}\left[\frac{1}{1 + \Omega_c^2(t)\tau^2} - \frac{1 - i\,\omega_2\tau}{(1 - i\,\omega_2\tau)^2 + \Omega_c^2(t)\,\tau^2}\right]\right\}. \quad (14)$$

Согласно (14) при $\max \Omega_c^2 > \omega_2^2 + \tau^{-2}$ сверхрешетка является активной средой в течение части периода квазистатического поля. Поэтому так же, как и в предыдущем случае, сигнал будет не только модулироваться по амплитуде, но и усиливаться.

В заключение отметим, что рассмотренные в настоящей работе процессы могут быть использованы для модуляции и детектирования высокочастотного сигнала с одновременным его усилением, а также для получения коротких импульсов. С другой стороны, полученные результаты могут быть использованы для анализа влияния низкочастотного шума на характеристики сигнала.

Авторы выражают глубокую признательность А. М. Белянцеву и В. Н. Шабанову за ряд ценных замечаний.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. К. Орлов, Ю А Романов, ФТТ, 19, 726 (1977).
2. В. В. Павлович, ФТТ, 19, 97 (1977).
3. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, изд. Наука, М, 1967.
4 А А. Игнатов, Ю. А. Романов, ФТТ, 17, 3388 (1975)
5. Ю. А. Романов, В. П. Бовин, Л. К. Орлов, ФТП, 12, 1665 (1978).

Научно-исследовательский физико-технический институт при Горьковском университете

Поступила в редакцию 9 февраля 1979 г.

CROSS MODULATION OF ELECTROMAGNETIC WAVES IN SEMICONDUCTORS WITH A SUPERLATTICE

L. K. Orlov, Yu A. Romanov

The authors investigate cross modulation of electromagnetic waves in semiconductors with a superlattice (SL) which is due to a strong dependence of the increment of growing (damping) and the phase velocity of a signal on the frequency and amplitude of the pumping field. It is shown, that due to the presence of the negative microwave conductivity a signal in superlattice may be amplified essentially and have a considerable larger depth of modulation than the pumping field The form of the signal envelope is changed when parameters of the pumping field and its modulation variate.