ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

Том XXIII, № 2 РАДИОФИЗИКА 1980

УДК 621.385.6

ОБ УЧЕТЕ СОБСТВЕННОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ ПУЧКА В НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ЛБВ

Н. Л. Ромашин, В. А. Солнцев

Получены выражения для собственного квазистатического магнитного поля релятивистских электронных пучков, аналогичные выражениям для электрического поля пространственного заряда. Выведены формулы для расчета магнитных квазистатических полей в программе двумерного расчета приборов

Как показано в [1], в электронном пучке наряду с квазистатическими электрическими полями действуют и магнитные поля пространственного заряда. Однако при нерелятивистских скоростях движения электронов эти магнитные поля оказывают незначительное влияние на движение электронов, поскольку магнитное взаимодействие электронов, движущихся со скоростью v, по порядку величины равно их электрическому взаимодействию, умноженному на v^2/c^2.

Для релятивистских электронных пучков необходимо учитывать магнитные поля пространственного заряда, и эта задача учета магнитного взаимодействия ставилась в работах [2, 3]. Наибольший интерес представляет учет собственных магнитных полей пучка, обусловленных его вращением, поскольку магнитное поле прямолинейного пучка учитывалось и ранее [2]. В частности, это поле просто учитывается в программе двумерного расчета приборов [4]. В данном сообщении рассматриваются вопросы учета собственного магнитного поля вращающихся пучков в нелинейной теории ЛБВ и, в частности, в программе двумерного расчета приборов [4].

Для расчета магнитных квазистатических полей пучка было найдено выражение для компонент полей кольца с единичным током в волноводе, т. е. практически найдена магнитная функция Грина. При решении этой задачи на границе проводимость считалась бесконечной, т. е. замедляющая система заменялась гладким волноводом, как это делается в большинстве случаев при расчете электрических квазистатических полей. Такая замена представляется целесообразной и при релятивистских скоростях электронов, так как при этом замедление мало, замедляющая система почти гладкая, и динамические поправки к полю пространственного заряда, обусловленные наличием замедляющей системы, не должны оказывать существенного влияния.

Рассмотрим теперь следующую модель: кольцо радиуса «b» с единичным током в гладком волноводе радиуса «a». Квазистатическое поле выделялось следующим образом:

$$\boldsymbol{H} = \sum_s \left(C_s H_s - \lim_{\tilde{\omega}\to 0} \tilde{C}_s \tilde{\boldsymbol{H}}_s\right) + \hat{\boldsymbol{H}}, \tag{1}$$

где $\hat{\boldsymbol{H}}$ — квазистатическое магнитное поле,

$$\hat{H} = \lim_{\tilde{\omega}\to 0} \sum_s \tilde{C}_s \tilde{H}_s. \tag{2}$$

Все обозначения здесь и далее совпадают с обозначениями работы [2].

Комплексную амплитуду s-й волны C_s определяем из уравнения возбуждения

$$\frac{dC_s}{dZ} = \frac{1}{N_s} \int_{S^t} j\, E_{-s}\, dS, \tag{3}$$

где $j = (1/2\pi b)\,\delta(z - z')\,\delta(r - b)\, e^0_\varphi$. Из уравнения (3) видно, что $C_s \neq 0$ для волн, у которых $E_\varphi \neq 0$, т. е. в данном случае возбуждаются волны типа H_{0n}, для которых

$$H_{zs} = H_0 J_0\left(\frac{\mu_{0s}}{a} r\right) \exp(ih_s z),$$

$$H_{rs} = -H_0 \frac{ih_s a}{\mu_{0s}} J_1\left(\frac{\mu_{0s}}{a} r\right) \exp(ih_s z), \tag{4}$$

$$E_{\varphi s} = H_0 \frac{ia\,\omega\mu_0}{\mu_{0s}} J_1\left(\frac{\mu_{0s}}{a} r\right) \exp(ih_s z),$$

$$J_1(\mu_{0s}) = 0.$$

Используя выражения (4), для C_s получаем

$$C_s = \frac{i\mu_{0s}}{2\pi a^2 h_s a H_0} \frac{J_1(\mu_{0s} b/a)}{J_0^2(\mu_{0s})}. \tag{5}$$

Подставляя теперь выражения (4) и (5) в выражение (2) и переходя к пределу для компонент полей, находим

$$\hat{H}_z = \frac{1}{2\pi a^2} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{J_1(k_s b) J_0(k_s r)}{J_0^2(\mu_{0s})} \exp\left(-\frac{\mu_{0s}}{a} |\Delta z|\right),$$

$$\hat{H}_r = \operatorname{sgn} \Delta z \frac{1}{2\pi a^2} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{J_1(k_s b) J_1(k_s r)}{J_0^2(\mu_{0s})} \exp\left(-\frac{\mu_{0s}}{a} |\Delta z|\right), \tag{6}$$

где $k_s = \mu_{0s}/a$.

На идеально проводящей границе для магнитного квазистатического поля можно поставить граничное условие $\partial\hat{H}_z/\partial n = 0$; оно эквивалентно граничному условию $E_{\varphi s}|_{r=a} = 0$, уже учтенному в (4). Заметим, что в работе [5] граничные условия на трубе не принимались во внимание, т. е. фактически проводился расчет функции Грина в свободном пространстве.

Таким образом, используя выражения (6) для магнитного квазистатического поля пучка, можно записать

$$\hat{H}(R, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{H}(R, R')\, \rho(R', t)\, v_\varphi(R', t)\, dV'. \tag{7}$$

Переходя к интегрированию по начальным координатам, имеем

$$\hat{H}(R, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{S_0} j_{z0} v_\varphi(R', t)\, \hat{H}(R, R')\, dt_0'\, dS_0'. \tag{8}$$

Для вычисления магнитного квазистатического поля в программе двумерного расчета приборов [4] необходимо знать периодизированную функцию магнитного взаимодействия. Используя закон усреднения по частице [2] и определение периодизированной функции взаимодействия [2], из выражений (6) для периодизированной функции магнитного взаимодействия получаем

$$
\begin{aligned}
H_{zll'} &= \frac{v_{\varphi l'}}{2\pi a^2} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\bar{J}_0(r_l k_s)\,\bar{J}_1(r_{l'} k_s)}{J_0^2(\mu_{0s})} \Gamma_{zs}(x_{ll'}),\\
H_{rll'} &= \frac{v_{\varphi l'}}{2\pi a^2} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\bar{J}_1(r_l k_s)\,\bar{J}_1(r_{l'} k_s)}{J_0^2(\mu_{0s})} \Gamma_{rs}(x_{ll'}),
\end{aligned}
\qquad (9)
$$

где $\bar{J}_0$, $\bar{J}_1$ — усредненные по частице функции Бесселя; $x_{ll'} = u_{l'} - u_l$.

В предположениях, сделанных в работе [3], для функций Γ_{zs} и Γ_{rs} получаем

$$
\Gamma_{zs} = d_s^2 \frac{\operatorname{ch}\left[k_s v_{zl} \dfrac{\pi - x}{\omega} w\right]}{\operatorname{sh}\left[k_s v_{zl} \dfrac{\pi}{\omega} w\right]},
$$

$$
\Gamma_{rs} = d_s^2 \frac{\operatorname{sh}\left[k_s v_{zl} \dfrac{\pi - x}{\omega} w\right]}{\operatorname{sh}\left[k_s v_{zl} \dfrac{\pi}{\omega} w\right]},
$$

$$
d_s = \frac{\operatorname{sh}\left[k_s v_{zl} (\Delta u/\omega)\right]}{k_s v_{zl} (\Delta u/\omega)}.
$$

Более быстрый расчет магнитных сил пространственного заряда можно произвести при использовании метода Фурье [2]. При этом взаимные магнитные коэффициенты депрессии $\Gamma_{k\text{м}}^{mm'}$ можно представить в виде рядов, которые суммируются с помощью соотношения, получающегося при разложении правой части (10) в ряд Фурье — Бесселя:

$$
f(r, r', h) = 2 \sum_{s=0}^{\infty} \frac{J_1(k_s r)\,J_1(k_s r')}{J_0^2(\mu_{0s})} \frac{1}{(ha)^2 + \mu_{0s}},
\qquad (10)
$$

$$
f(r, r', h) = \begin{cases} I_1(hr')\left[K_1(hr) - I_1(hr)\dfrac{K_1(ha)}{I_1(ha)}\right] & (r > r') \\ I_1(hr)\left[K_1(hr') - I_1(hr')\dfrac{K_1(ha)}{I_1(ha)}\right] & (r < r') \end{cases}.
$$

Рассматривая для простоты бесконечно тонкие кольца, для которых $\bar{J}_0 = J_0$, $\bar{J}_1 = J_1$, $d_s = 1$, получаем с учетом (9)

$$
\Gamma_{k\text{м}}^{mm'} = -\frac{v_{\varphi m} v_{\varphi m'}}{c^2} \frac{(hb)^2}{2M} f(r_m, r_{m'}, kh). \qquad (11)
$$

При $m = m' = 1$, $k = 1$ получаем выражение для коэффициента депрессии магнитных сил пространственного заряда для бесконечно тонкого пучка на частоте сигнала, которое совпадает с выражением для коэффициента депрессии магнитных или пространственного зарядов, полученным в линейном приближении в работе [6]. Графики зависимости коэффициента депрессии магнитных сил пространственного заряда от pb при различных отношениях b/a приведены на рис. 1.

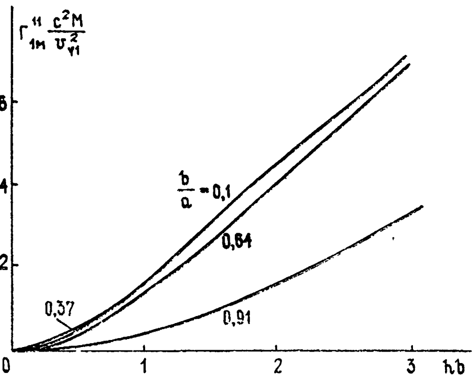

Рис. 1.

Все приведенные соотношения справедливы при нерелятивистской продольной скорости пучка. В случае релятивистской скорости пучка необходимо применять эти формулы в системе координат, которая движется со средней скоростью пучка. Тогда при пересчете в лабораторную систему координат будут учтены динамические поправки, обусловленные запаздыванием магнитного квазистатического поля, и появится азимутальная компонента электрического квазистатического поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Солнцев, ЖТФ, 38, № 1, 100 (1968).
2. В. А. Солнцев, Основы единой нелинейной теории электронно-лучевых приборов СВЧ, Лекции по электронике СВЧ (2-я зимняя школа-семинар инженеров), СГУ, 1972, кн. 1.
3. В. А. Солнцев, К. А. Ведяшкина, Электронная техника, серия 1, Электроника СВЧ, вып. 2, 34 (1975).
4. К. А. Ведяшкина, В. А. Солнцев, В. Г. Бороденко, А. С. Победоносцев, Электронная техника, серия 1, Электроника СВЧ, вып. 9, 110 (1976).
5. С. И. Молоковский, Тезисы докладов и сообщений, VI Всесоюзный семинар «Колебательные явления в потоках заряженных частиц», ЛГУ, 1978
6. В. А. Солнцев, Н. Л. Ромашин, Изв. вузов — Радиофизика (в печати).

Московский институт электронного машиностроения

Поступила в редакцию 5 января 1979 г.

CONSIDERATION OF THE INTERNAL MAGNETIC FIELD OF A BEAM IN THE NONLINEAR TWT THEORY

N. L. Romashin, V. A. Solntsev

Expressions have been obtained for an internal quasi-static magnetic field of relativistic electron beams which are similar to expression for a space charge electric field. Formulars have been derived to calculate magnetic quasi-static fields in the program of two-dimensional calculation of devices